MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO DE PESQUISAS ESPACIAIS

AUTORIZAÇÃO PARA PUBLICAÇÃO
AUTHORIZATION FOR PUBLICATION

PALAVRAS CHAVES/KEY WORDS
AUTORES AUTHORS
PROGRAMAÇÃO INTEIRA MISTA
LOCALIZAÇÃO DE DEPÓSITOS

AUTORIZADA POR/AUTHORIZED BY
Marco Antonio Raupp
Diretor Geral

AUTOR RESPONSÁVEL
RESPONSIBLE AUTHOR
Acioli A. de Olivo

DISTRIBUIÇÃO/DISTRIBUTION
☐ INTERNA / INTERNAL
☒ EXTERNA / EXTERNAL
☐ RESTRITA / RESTRICTED

REVISADA POR / REVISED BY

CDU/UDC
519.8

DATA / DATE
Agosto 1988

PUBLICAÇÃO Nº
PUBLICATION NO
INPE-4682-PRE/1377

ORIGEM
ORIGIN
LAC

PROJETO
PROJECT
POPES

Nº DE PAG.
NO OF PAGES
11

ÚLTIMA PAG.
LAST PAGE
05

VERSÃO
VERSION

Nº DE MAPAS
NO OF MAPS

TÍTULO/TITLE

IMPLEMENTAÇÃO DE UM MODELO DE PROGRAMAÇÃO INTEIRA MISTA PARA O PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DE ARMAZÉNS

AUTORES/AUTHORSHIP

Acioli Antonio de Olivo
Hugo Rosenthal
Osvaldo José Dal Fabro

RESUMO - NOTAS / ABSTRACT - NOTES

Este trabalho apresenta um modelo para o problema de localização de armazéns e distribuição de produtos de uma cooperativa agrícola. O modelo é descrito como um problema de programação inteira zero-um, e sua solução é obtida usando-se o pacote de programação matemática LINDO, em sua versão para microcomputadores tipo IBM-PC.

OBSERVAÇÕES/REMARKS

Trabalho submetido para apresentação no VII ENEGEP - Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 06 a 09 de setembro de 1988, São Carlos, SP.

ABSTRACT

In this paper we present a mixed-integer formulation for the capacitated warehouse location problem. The model was tested for a network with 24 nodes and the solution was calculated with the "LINDO/PC SYSTEM", using a microcomputer IBM-PC compatible.

SUMÁRIO

IMPLEMENTAÇÃO DE UM MODELO DE PROGRAMAÇÃO INTEIRA MISTA PARA O PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DE ARMAZÉNS.

Acioli Antonio de Olivo
Pesquisador Auxiliar, Laboratório Associado de Computação e Matemática Aplicada - Área de Pesquisa Operacional, Instituto de Pesquisas Espaciais - INPE, C. P. 515 - CEP 12201 - Tel (0123)22.9977 ramal 297 - São José dos Campos - SP.
Hugo Rosenthal
Aluno do Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Transportes - Escola Politécnica da USP.
Osvaldo José Dal Fabro
Aluno do Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Transportes - Escola Politécnica da USP.

RESUMO

Este trabalho apresenta um modelo para o problema de localização de armazéns e distribuição de produtos de uma cooperativa agrícola. O modelo é descrito como um problema de programação inteira zero-um, e sua solução é obtida usando-se o pacote de programação matemática LINDO, em sua versão para microcomputadores tipo IBM-PC.

1. INTRODUÇÃO

Problemas de localização de armazéns são encontrados freqüentemente em vários ramos de atividade, como por exemplo, em indústrias, cooperativas agrícolas e empresas de transporte. O problema pode ser definido como localizar um número de armazéns em uma rede contendo n nós, cada nó tendo uma produção, cada armazém a ser instalado tendo um determinado custo fixo de instalação e uma capacidade requerida, sendo conhecidos os custos de transporte entre todos os nós da rede. O objetivo do problema é realizar estas instalações com o mínimo custo.

Este trabalho apresenta um modelo de programação inteira mista, cujas variáveis inteiras zero-um correspondem aos nós candidatos para a localização, e as variáveis reais indicam as frações da produção de cada local que devem ser alocadas a cada depósito.

O modelo foi aplicado a um caso real de uma cooperativa agrícola, com os custos de instalação sendo ponderados por coeficientes que refletem a desejabilidade da instalação, em função de facilidades próximas, tais como, rodovias, ferrovias, portos e armazéns já instalados.

2. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

O problema que se aborda neste trabalho surgiu da análise de uma região agrícola no Norte do Paraná, cuja produção predominante, de soja, milho e trigo, é maior que a capacidade de armazenamento. A figura 1 apresenta um esquema simplificado da região em estudo, com a produção de cada município e a capacidade dos armazéns já instalados.

Após a análise inicial do problema, adotou-se a seguinte metodologia para a sua solução:

1) Levantamento da produção de cada local, o número de armazéns e respectivas capacidades para suprir a demanda existente.
2) Determinacão da quantidade produzida que ficou sem armazenagem.
3) Escolha dos locais candidatos para a instalação de armazéns, e para cada local escolhido, determinação de um coeficiente de "desejabilidade", considerando:
   a. acesso à rodovias;
   b. acesso à ferrovias;
   c. proximidade de porto de exportação (Paranaguá);
   d. existência de armazéns já localizados.
4) Construção de um modelo matemático correspondente às restrições e objetivos do problema descrito.
5) Uso do pacote de programação inteira mista **LINDO** em sua versão para microcomputadores tipo **IBM-PC**, para a solução do modelo.

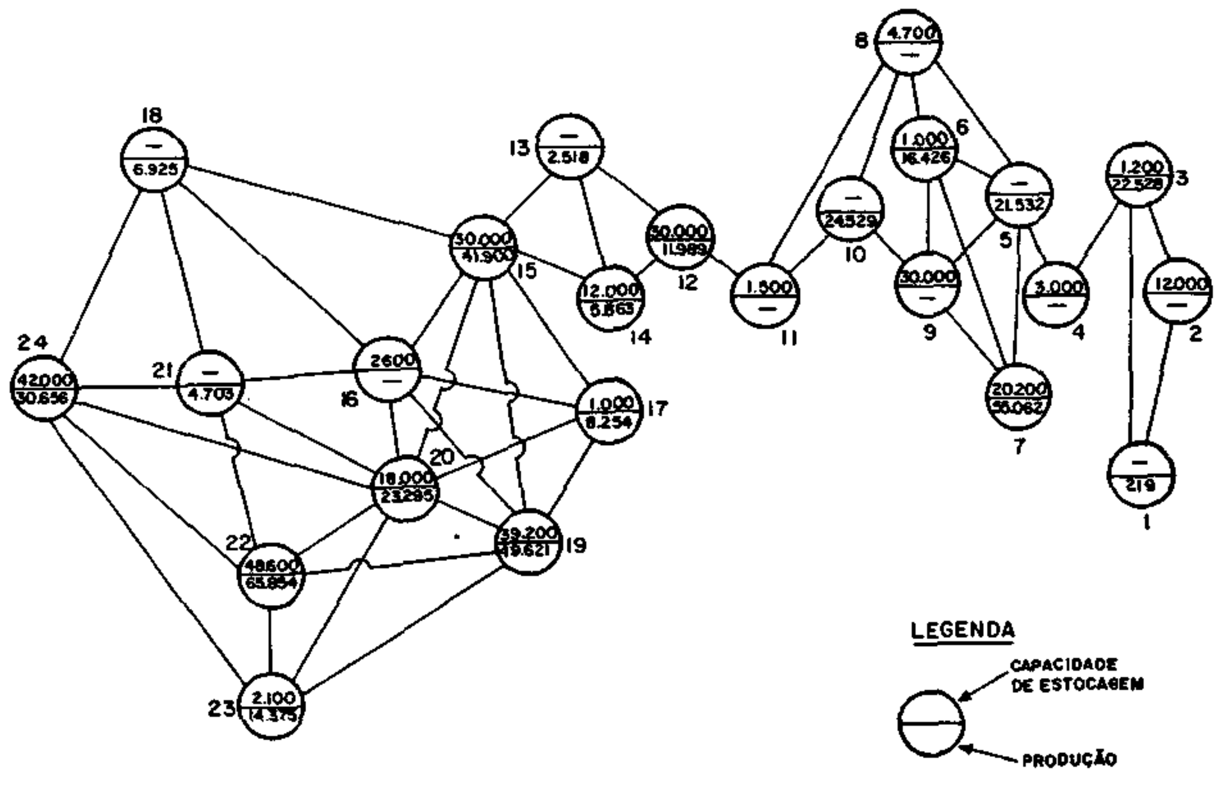

Figura 1 - Rede associada à região em estudo.

3. MODELO MATEMÁTICO

O problema aqui tratado é bastante conhecido na literatura, sendo formulado como um modelo de programação inteira mista, com variáveis inteiras zero-um. Para uma revisão completa de problemas de localização, dimensionamento e distribuição recomenda-se DASKIN (8) e AIKENS (1).

Em uma rede N de n nós, sejam:

$d_{ij} >= 0$ a distância entre o nó i e o nó j;
x_{ij} a fração da demanda da produção do nó i que é enviada para o armazém a ser localizado no nó j ($0 <= x_{ij} <= 1$).
$y_j =$ 1, se um armazém for localizado no nó j,
0, caso contrário.

O problema pode ser assim formulado:

$$\textbf{MINIMIZAR} \quad \sum_i \sum_j d_{ij} x_{ij} + \sum_j C_j y_j$$

sujeito à:

$$\sum_j x_{ij} = 1, \qquad \forall\ i \in N \qquad (1)$$

$$\sum_i P_i x_{ij} <= CAP_j y_j, \ \forall\ j \in N \qquad (2)$$

$$\textbf{NMIN} <= \sum_j y_j <= \textbf{NMAX} \qquad (3)$$

$$x_{ij} <= \textbf{MÍNIMO} (1, CAP_j/P_i) y_j, \ \forall\ i, j \in N \qquad (4)$$

$$y_j \in \{ 0, 1 \}, \ \forall\ j \in N \qquad (5)$$

onde:

C_j = custo de instalação de um armazém no nó j;
P_i = produção do nó i:
CAP_j =capacidade do armazém localizado no nó j;
NMIN = número mínimo de armazéns a ser instalado;
NMAX = número máximo de armazéns a ser instalado.

O conjunto (1) de restrições garante que cada nó tem a sua produção total escoada. O conjunto (2) de restrições assegura que a capacidade máxima de cada armazém é respeitada. A desigualdade (3) garante que a solução encontrada está dentro de limitantes previamente determinados de armazéns a serem localizados. O conjunto (4) de restrições fornece os limitantes superiores da produção de cada nó, que podem ser enviados para cada armazém. O conjunto (5) de restrições representa as condições de integralidade.

Problemas de localização e distribuição pertencem à classe dos problemas NP-completos, e devido a sua natureza combinatorial, apresentam dificuldades para a sua solução usando-se métodos exatos. Recentemente têm surgido enfoques heurísticos para contornar esta dificuldade. A abordagem mais utilizada é a combinação de relaxação lagrangeana com métodos de subgradientes. Maiores detalhes deste enfoque podem ser encontrados em FISCHER (9). O uso deste procedimento gera bons limitantes, que podem ser empregados em métodos exatos do tipo "branch-and-bound".

A relaxação lagrangeana consiste em anexar à função objetivo, uma ou mais restrições do problema, associadas à multiplicadores de Lagrange. Esta relaxação resulta em um problema computacionalmente mais tratável, com uma solução que é um limitante inferior do problema original. O método dos subgradientes é usado para atualizar os multiplicadores de Lagrange, de modo a se obter a convergência da solução do problema relaxado para a solução do problema original. Exemplos do uso destas técnicas podem ser encontrados em BITRAN et alii (5), CHRISTOFIDES e BEASLEY (6), BARCELÓ e CASANOVAS (3), BAKER (2), BEASLEY (4) e DASKIN (7).

4. IMPLEMENTAÇÃO

A partir do levantamento da rede viária da região em estudo, aplicou-se o algoritmo de FLOYD (10) para a obtenção da matriz de distâncias mínimas entre todas as localidades, e admitiu-se que os custos de distribuição entre as localidades fossem proporcionais às distancias entre elas. Os custos fixos de instalação dos armazéns foram obtidos de BEASLEY (4) e ponderados por coeficientes descritos anteriormente.

O modelo construído resultou em um problema com 576 variáveis reais, 24 variáveis inteiras zero-um e 626 restrições. Por ser um problema de dimensão mediana, foi possível resolve-lo aplicando um método exato de programação inteira. No caso, foi utilizado o pacote de programação matemática **LINDO** (Linear Interactive aNd Discrete Optimizer), em sua versão para microcomputadores tipo **IBM-PC**.

5. CONCLUSÃO

Apresentou-se um modelo de programação inteira mista para o problema de localização de armazéns e distribuição da produção de uma cooperativa agrícola. Embora o problema em estudo fosse de porte mediano, estudos recentes mostram que o modelo aqui empregado é adequado para solucionar problemas de grande porte (até 1000 nós), desde que empregadas heurísticas para a obtenção de bons limitantes, usadas em combinação com métodos exatos do tipo "branch-and-bound".

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. AIKENS,C.H. Facility locations models for distribution planning. European Journal of Operational Research, 22 (1985) 263-279.

2. BAKER,B.M. A partial dual algorithm for the capacitated warehouse location problem. European Journal of Operational Research, 23 (1986) 48-56.

3. BARCELÓ,J.;CASANOVAS,J.A heuristic lagrangean algorithm for the capacitated plant location problem. European Journal of Operational Research, 15 (1984) 212-226.

4. BEASLEY,J.E. An algorithm for solving large capacitated warehouse location problems. European Journal of Operational Research, 33 (1988) 314-325.

5. BITRAN, G.R.; CHANDRU,V.; SEMPOLINSKI,D.E.; SHAPIRO, J.F. Inverse optimization: an application to the capacitated plant location problem. Management Science, 27 (10)(1981) 1120- 1141.

6. CHRISTOFIDES,N.; BEASLEY,J.E. Extensions to a Lagrangean relaxation approach to the capacitated warehouse location problem. European Journal of Operational Research, 12 (1983) 19-28.

7. DASKIN, M.S. A maximum expected covering location model: formulation, properties and heuristic solution. Transportation Science, 17 (1)(1983) 48-69.

8. DASKIN, M.S. Logistics: an overview of the state of the art and perspectives on future research. Transportation Research-A,19 (5/6)(1985) 383-398.

9. FISCHER, M. An applications oriented guide to Lagrangian relaxation. Interfaces, 15 (2) (1985) 10-21.

10. FLOYD, R.W. Algorithm 97 - Shortest path. Communication of ACM, 5, 345, 1962.