

UMA APLICAÇÃO DE PROGRAMAÇÃO INTEIRA EM MICROCOMPUTADORES:
O PLANEJAMENTO DE UMA REDE URBANA DE ESTABELECIMENTOS
DE COMÉRCIO VAREJISTA

ACIOLI ANTONIO DE OLIVO - LAC
MARIA DE LOURDES NEVES DE OLIVEIRA KURKDJIAN - DPA
Instituto de Pesquisas Espaciais - INPE
Caixa Postal 515, 12201, São José dos Campos, SP, Brasil

ABSTRACT

This work presents a method for locating facilities in the urban structure. It involves a model of integer zero-one programming like p-median problem. Good bounds are obtained by solving Lagrangean relaxation of p-median problem using a subgradient optimization method. The data obtained by photointerpretation are used to model the system as a network.

RESUMO

A localização de novos equipamentos urbanos de comércio varejista pode ser considerada função da distribuição espacial da população residente, do seu potencial de compra e da acessibilidade aos estabelecimentos já existentes. Basicamente, as informações relativas a estas variáveis, podem ser extraídas através da interpretação de aerofotos a pequena escala. Neste trabalho elaborou-se um método para o planejamento de uma rede de estabelecimentos de comércio varejista, que integra informações de sensoriamento remoto a baixa altitude em um modelo de programação inteira zero-um, para localização de facilidades, usando como técnica de solução, relaxação lagrangeana e um método de subgradientes.

1. INTRODUÇÃO

O planejamento urbano é um processo decisório voltado para a produção de um ou mais estados futuros desejados de um sistema ou subsistema urbano, que não deverão ocorrer a menos que alguma ação seja realizada.

Na solução de alguns problemas, os planejadores urbanos podem se envolver com o uso de modelos matemáticos na busca de uma maior racionalização de suas decisões. Neste contexto encontram-se os modelos de localização de equipamentos de uso coletivo e de estabelecimentos de comércio varejista de caráter local que, por serem ambos concebidos como extensão da função habitar, têm suas posições na estrutura urbana de acordo com a distribuição, na cidade, dos diferentes segmentos populacionais.

No caso dos estabelecimentos de comércio varejista de caráter local, como por exemplo padarias, açougues, quitandas e mercearias entre outros, a localização é função não apenas da quantificação e distribuição espacial da população residente, sua renda e mais especificamente, seu potencial de compra, mas ainda da competição destes estabelecimentos com estabelecimentos similares já existentes na estrutura da cidade.

Neste trabalho é elaborada uma metodologia para localização de estabelecimentos de comércio varejista de âmbito local, fundamentada em um modelo de programação inteira zero-um do tipo p-medianas, cujos dados de entrada são obtidos através de um modelo de oportunidades intervenientes.

O trabalho mostra ainda a utilidade dos dados de sensoriamento remoto a baixa altitude (aerofotos pancromáticas na escala aproximada de 1:10.000), na implementação do modelo matemático.

2. DADOS DE SENSORIAMENTO REMOTO

Os dados de sensoriamento remoto podem ter papel importante em qualquer sistema de informações urbanas voltado para o planejamento municipal. Dentre estes, trata este item dos dados obtidos da interpretação de aerofotos pancromáticas na escala de 1:10.000, e do mosaico obtido com as aerofotos.

Na solução do problema de localização de equipamentos de comércio varejista de caráter local, conforme o enfoque adotado neste texto, algumas informações utilizadas são adequadamente obtidas através da interpretação destes produtos.

Tais informações são, basicamente, relativas:

- a) ao traçado do sistema viário da cidade;
- b) à delimitação dos diferentes setores residenciais que compõem a área urbana;
- c) à quantificação e caracterização sócio-econômica preliminar destes segmentos de residentes;
- d) à distribuição espacial dos diferentes segmentos populacionais da cidade;
- e) ao referencial geográfico adequado para a coleta de dados suplementares, necessários à implementação do modelo a ser construído.

Os dados relativos ao sistema viário da cidade são obtidos diretamente do mosaico. Pelo traçado das ruas, suas dimensões e revestimento são identificadas as vias

principais, as secundárias e as com tráfego de chegada, entre outras informações relevantes que possam ser úteis para a definição das distâncias entre setores.

A delimitação dos diferentes setores residenciais que compõem a área urbana é realizada utilizando-se, como critério para o processo, a discriminação de áreas residenciais de mesma textura fotográfica. O elemento textura é produzido pela agregação de detalhes pequenos que deixam de ser percebidos individualmente pela visão, para o serem em conjunto.

Para HARALICK (1979), a textura é um fenômeno de organização da área e tem duas dimensões básicas: a primeira concernente aos elementos primários que a compõem, e a segunda referente à organização espacial destes componentes. Através do exame das aerofotos pancromáticas é possível discriminar uma das outras as áreas residenciais urbanas de textura fotográfica homogênea, traçando os limites destas áreas e obtendo um verdadeiro mosaico urbano.

A quantificação da população residente é realizada a partir da identificação, através da fotointerpretação, do número de residências por setor, e a seguir, de levantamentos amostrais de campo com o propósito de estimar o número de domicílios ocupados e o número de residentes por domicílio. Com estes dados é estimada a população da cidade por setores homogêneos.

As informações acerca da caracterização sócio-econômica da população residente são obtidas indiretamente, pela análise do ambiente residencial em que vivem. A suposição básica é de que aos setores de textura homogênea correspondem ambientes físico-residenciais também homogêneos, aos quais por sua vez, correspondem grupos de moradores de mesmo estado social. Esta posição social é definida então, a partir do exame de variáveis como: topografia do setor, uso do solo, traçado e tratamento do sistema viário, tamanho do lote, tamanho da habitação, tipo de construção, presença de área verde e localização, entre outras, chegando-se a uma caracterização sócio-econômica da população residente por setor.

A distribuição espacial dos diferentes segmentos populacionais da cidade é obtida utilizando-se o mosaico e referenciando-se a este os limites dos setores homogêneos, já analisados, e sobre os quais se dispõe então, de informações acerca do número de residentes e sua posição social na estrutura da cidade. Com este mesmo mosaico, seguindo o traçado do sistema viário são definidas as distâncias entre os setores residenciais.

Ao se obter a delimitação dos setores residenciais que compõem a cidade e lançá-los sobre o mosaico aerofotográfico, o planejador dispõe do referencial geográfico adequado para a coleta de dados suplementares necessários a implementação do modelo. Informações relativas ao potencial de compra dos moradores, por exemplo, passam a ter como unidade de coleta e análise de dados o setor residencial homogêneo. São referenciados aos setores homogêneos, também os dados acerca dos equipamentos de comércio varejista já existentes. Maiores detalhes sobre o método de fotointerpretação utilizado podem ser encontrados em OLIVEIRA KURKDJIAN (1986).

A população de cada setor, em função do seu nível social tem um potencial de compra, que define uma demanda. Esta demanda é dividida por vários estabelecimentos concorrentes, em função da atração que o estabelecimento exerce sobre a população residente. Esta atração é função da localização, porte, modernização e outras características. NOVAES (1982) descreve um enfoque bastante original, a partir do qual formularam-se alguns modelos de aplicação em planejamento urbano e regional, principalmente nos casos de localização de postos de serviços. O princípio básico é que os processos de distribuição espacial são governados pela competição entre as oportunidades existentes num determinado destino, em relação às oportunidades mais acessíveis. Neste processo, dada uma população residente na zona i , a parte alocável a uma facilidade a ser localizada na zona j , será diretamente proporcional à atratividade das facilidades existentes em j , e inversamente proporcional ao número de "oportunidades intervenientes" a partir da zona i . Baseado neste princípio, pode-se construir um modelo para determinar a fração de demanda de um setor i por uma facilidade localizada no setor j , frente às facilidades competitivas existentes entre i e j . Seja V_i a população do setor i ; a fração desta população que optará por uma determinada facilidade a ser instalada no setor j é dada por:

$$v_{ij} = V_i \left[\frac{e^{-LA_{k-1}} - e^{-LA_k}}{1 - e^{-LA_m}} \right]$$

onde:

L é a probabilidade de um indivíduo se satisfazer com uma oportunidade unitária qualquer (obtida por calibração);

A_k é o valor acumulado das atrações das oportunidades intervenientes para o k -ésimo ponto situado entre i e j .

A partir dos dados de fotointerpretação e da coleta suplementar de campo, é possível construir uma rede cujos nós representam os setores homogêneos, aos quais são associados sua população e potencial de compra (função de sua posição na estrutura social da cidade), que define a demanda total daquele nó, e cujas ligações entre nós representam a rede viária urbana.

3. MODELOS DE LOCALIZAÇÃO DE EQUIPAMENTOS

A localização de equipamentos em uma estrutura urbana é uma das mais importantes decisões logísticas, tanto para setores públicos como para o privado. Tais equipamentos podem ser do tipo postos de serviços (correio, pronto-socorro, corpo de bombeiros, etc.) ou também depósitos e estabelecimentos de comércio varejista.

A maior parte dos trabalhos publicados nesta área baseiam-se em modelos de localização em redes. Dentre estes situa-se o problema conhecido por p-medianas: localizar facilidades em uma rede tal que seja minimizada a soma total das distâncias percorridas de cada nó até a facilidade mais próxima. HAKIMI (1964) mostrou que existe para este problema uma solução ótima que consiste na localização das facilidades somente nos nós da rede.

Por ser um problema NP-completo, uma grande variedade de métodos heurísticos tem sido empregada para resolvê-lo, como nos trabalhos de TEITZ e BART (1968), SLATER (1981), CHRISTOFIDES e BEASLEY (1982), BEASLEY (1985) e OLIVO e SENNE (1988).

Neste trabalho usa-se um modelo para o problema das p-medianas de maneira modificada em relação às abordagens tradicionais. A modificação introduzida, refere-se à função objetivo, que se caracteriza pela soma total dos esforços de deslocamento da população que fará uso dos estabelecimentos de comércio varejista a serem instalados. Este esforço é quantificado pelo produto das distâncias entre os nós de origem e destino e a fração de demanda de cada nó em relação aos estabelecimentos a serem localizados. Para obtenção da fração de demanda de cada nó, usa-se um modelo de oportunidades intervenientes. Formula-se um modelo de programação inteira zero-um, resolvido em seguida através de uma combinação de relaxação lagrangeana e método de subgradientes. Resultados obtidos com problemas gerados aleatoriamente permitem afirmar que o método aqui aplicado, possibilita resolver problemas de localização em redes de até 200 nós.

4. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Após a obtenção dos valores de V_{ij} , constrói-se

um modelo para o problema das p-medianas, da seguinte forma. Seja uma rede N com n nós e

d_{ij} a distância entre o nó i e o nó j ;

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se o nó } i \text{ for alocado ao nó } j \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Então o problema das p-medianas é dado por:

MINIMIZAR $\sum_i \sum_j d_{ij} v_{ij} x_{ij}$
 sujeito à:

$$\sum_j x_{ij} = 1, \quad \forall_i \in N \quad (1)$$

$$x_{ij} \leq x_{jj}, \quad \forall_i, j \in N \quad (2)$$

$$\sum_j x_{jj} = p, \quad \forall_j \in N \quad (3)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \quad \forall_i, j \in N \quad (4).$$

A função objetivo do problema (P) contabiliza o esforço total de deslocamento dos usuários em relação aos estabelecimentos prestadores de serviço a serem instalados. As restrições (1) e (2) garantem que todo nó será alocado a uma mediana. A restrição (3) assegura que serão localizadas p medianas nos nós j para os quais $x_{jj} = 1$.

Para resolver o problema (P), a maioria dos autores já citados recorre à relaxação lagrangeana. Maiores detalhes desta técnica podem ser encontrados em SHAPIRO (1974) e FISCHER (1981, 1985). Esta técnica geralmente é usada em conjunto com um método de subgradientes, o qual permite minimizar funções côncavas e não diferenciáveis, através de um método iterativo. Maiores detalhes podem ser encontrados em POLJAK (1967).

A relaxação lagrangeana do problema (P) consiste em anexar à função objetivo o conjunto (1) de restrições, associando-o a um vetor de multiplicadores de Lagrange, criando-se o problema lagrangeano (PL), cuja solução é um limitante inferior do problema (P). Determina-se, então, um procedimento iterativo baseado no método de subgradientes para atualizar os multiplicadores de Lagrange, de modo a se obter a convergência da solução do problema (PL) para a solução ótima do problema (P). Este procedimento inicia com um vetor multiplicador u^0 , construindo uma sequência $\{u^k\}$, da forma:

$$u^{k+1} = u^k + \tau^k s^k$$

onde:

$$s_i^k = 1 - \sum_j x_{ij}$$

e τ^k é tal que $\sum_k \tau^k < \infty$ e $\tau^k \rightarrow 0$. HELD, WOLFE e CROWDER (1974) mostram que uma expressão para τ^k que satisfaz às condições de convergência, é dada por:

$$\tau^k = \text{PI} (LS - ZD(u^k)) / \|s^k\|^2$$

onde $0 \leq \text{PI} \leq 2$, LS é um limitante superior de (P) e $ZD(u^k)$ é o valor da solução de (PL) na iteração k.

5. IMPLEMENTAÇÃO E TESTES

Um algoritmo para o problema das p-medianas, baseado numa combinação de relaxação lagrangeana e métodos de subgradientes foi implementado em um microcomputador tipo IBM-PC em linguagem TURBO-PASCAL, e testes com problemas gerados aleatoriamente, demonstraram capacidade para resolver problemas com redes de até 200 nós. Maiores detalhes da implementação e testes, são encontradas em OLIVO e SENNE (1988). Para o modelo modificado que aqui foi apresentado, testou-se o algoritmo com uma rede obtida a partir de aerofotos de São José dos Campos, em escala de 1:10.000. Com as distâncias obtidas do mosaico usou-se o algoritmo de FLOYD (1962) para determinar a matriz das distâncias mínimas entre todos os nós da rede.

O levantamento de estabelecimentos similares aqueles que se desejava instalar, levou em consideração localização, dimensão e padrão de serviços prestados. O modelo de oportunidades intervenientes foi implementado, obtendo-se as frações de demanda de cada nó em relação à instalação de estabelecimentos em nós candidatos.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BEASLEY, J.E. "A note on solving large p-median problems." European Journal of Operational Research, 21 (1985):270-273.

CHRISTOFIDES, N.; BEASLEY, J.E. "A tree search algorithm for the p-median problem". European Journal of Operational Research, 16(2) (1982):196-204.

FISCHER, M.L. "The Lagrangian method for solving integer programming problems". Management Science, 27(1) (1981):1-18.

- FISCHER, M.L. "An applications oriented guide to Lagrangian relaxation". *Interfaces*, 15(2)(1985):10-21.
- FLOYD, R.W. "Algorithm 97 - Shortest path". *Communication of ACM*, 5(1962).
- HAKIMI, S.L. "Optimum location of switching centers and the absolute centers and medians of a graph". *Operations Research*, 12 (1964).
- HARALICK, R.M. "Statistical and structural approaches to texture". *Proceedings of the I.E.E.E.*, 67(5)(1979):786-804.
- HELD, M.; WOLFE, P.; CROWDER, H.P. "Validation of Subgradient Optimization". *Mathematical Programming*, 6(1974):62-88.
- NOVAES, A.G.N. "Modelos de Planejamento Urbano, Regional e de Transportes". Editora Edgard Blücher Ltda. São Paulo, 1982.
- OLIVEIRA KURKDJIAN, M.L.N. "Um método para a identificação e análise de setores residenciais urbanos homogêneos, através de dados de Sensoriamento Remoto, com vistas ao planejamento urbano". São Paulo, 1986. Tese de Doutorado. FAU-USP.
- OLIVO, A.A.; SENNE, E.L.F. "Implementação de um método de subgradientes para o problema das p-medianas". Submetido ao XI CNMAC, Ouro Preto, MG, outubro de 1988.
- SHAPIRO, J.F. "Generalized Lagrange multipliers in integer programming". *Operations Research*, 19(1971):68-76.
- TEITZ, M.B.; BART, P. "Heuristic methods for estimating the generalized vertex median of a weighted graph". *Operations Research*, 16(1968).