INSTITUTO DE PESQUISAS ESPACIAIS
MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA

AUTORIZAÇÃO PARA PUBLICAÇÃO
AUTHORIZATION FOR PUBLICATION

PALAVRAS CHAVES/KEY WORDS

CONTROLE NÃO-LINEAR
QUATERNIO
SATÉLITE

AUTORIZADA POR/AUTHORIZED BY

AUTOR RESPONSAVEL / RESPONSIBLE AUTHOR

Antonio Felix Martins Neto

DISTRIBUIÇÃO/DISTRIBUTION

- [ ] INTERNA / INTERNAL
- [x] EXTERNA / EXTERNAL
- [ ] RESTRITA / RESTRICTED

REVISADA POR / REVISED BY

Ijar Milagre da Fonseca

CDU/UDC

681.511.4

DATA / DATE

Outubro, 1989

PUBLICAÇÃO Nº / PUBLICATION NO

INPE-4983-PRE/1546

ORIGEM / ORIGIN

DEM/VCG

PROJETO / PROJECT

DIOCON

Nº DE PAG. / NO OF PAGES: 6

ULTIMA PAG. / LAST PAGE: 5

VERSÃO / VERSION

Nº DE MAPAS / NO OF MAPS

TÍTULO/TITLE

CONTROLE NÃO-LINEAR EXATO PARA SATÉLITES USANDO RODAS DE REAÇÃO

AUTORES/AUTHORSHIP

Antonio Felix Martins Neto

RESUMO - NOTAS / ABSTRACT - NOTES

O problema de manobrar um satélite em relação a um referencial não-linear usando rodas de reação internas é tratado usando transformações linearizantes e o conceito de quaternio relativo. As equações da dinâmica do satélite são transformadas numa forma linear equivalente que considera o fato que o objetivo do controle é alinhar o satélite com um sistema de referência móvel (por exemplo, no caso de um satélite de Sensoriamento Remoto). As equações assim obtidas são utilizadas para estabilizar a atitude do satélite usando técnicas de controle linear. Este procedimento é mais útil para o projeto de algoritmos a serem utilizados em processadores autônomos de bordo do que o que faz uso de quaternio absoluto pois as leis obtidas são função das saídas de sensores não inerciais (sensores solares, sensores de horizonte, etc) e da saídas de sensores inerciais (giroscópios) que são os dados efetivamente disponíveis nos satélites.

OBSERVAÇÕES / REMARKS

Publicado no Anais do "III Congresso Latinoamericano de Automática" - 7-11 novembro de 1988. Viña del Mar - Chile pags. 687-690.

CONTROLE NÃO-LINEAR EXATO PARA SATÉLITES USANDO RODAS DE REAÇÃO

Antonio Felix Martins Neto

Instituto de Pesquisas Espaciais - INPE/MCT
Departamento de Controle e Guiagem
Cx.P. 515 - 12201 São José dos Campos - SP
Brazil

RESUMO

O problema de manobrar um satélite em relação a um referencial não-inercial usando rodas de reação internas é tratado usando transformações linearizantes e o conceito de quaternio relativo. As equações da dinâmica do satélite são transformadas numa forma linear equivalente que considera o fato que o objetivo do controle é alinhar o satélite com um sistema de referência de referência móvel (por exemplo, no caso de um satélite de Sensoriamento Remoto). As equações assim obtidas são utilizadas para estabilizar a atitude do satélite usando técnicas de controle linear. Este procedimento é mais útil para o projeto de algoritmos a serem utilizadas em processadores autonomos de bordo do que o que faz uso de quaternio absoluto pos as leis obtidas são função das saídas de sensores não inerciais (sensores solares, sensores de horizonte, etc) e da saídas de sensores inerciais (giroscópios)que são os dados efetivamente disponíveis nos satélites.

ABSTRACT

The problem of maneuvering a satellite relative to a desired noninertial reference by using interval reaction wheels is dealt by the use of linearizing transformations and the concept of relative quaternion. The satellite dynamic equations are transformed into an equivalent linear from which consideas the fact that the control purpose is to align the satellite with a moving reference frame (e.g., an Earth resource satellite). The equations so obtained are used to design control strategies for stabilizing the satellite attitude by linear techniques. This approach is more useful in algorithm design for on-board autonomous processors than the technique using inertial quaternion since the laws obtained are function of the noninertial sensor (Sun Sensors,Earth Sensors, etc) outputs and of the inertial sensor (gyroscopes) outputs.

1 - INTRODUÇÃO

Transformações linearizantes foram usadas por Dwyer em [1] para transformar o problema de controle de atitude do corpo rígido com torques externos em uma forma linear equivalente que pode ser realizada usando três integradores duplos. Este procedimento foi extendido para o caso em que o controle é feito por rodas de reação internas por Dwyer em [2]. Em ambos os casos é possível realizar o projeto de reguladores e gerar comandos ótimos para manobras giratórias rápidas. Esta formulação tem o inconveniente que as leis de controle obtidas são função de um quaternio de Euler simétrico e unitário e de sua derivada. Ora estes parâmetros descrevem a atitude de um corpo rígido (no caso de interesse um satélite) em relação à um sistema de referência inercial. Na maioria dos satélites, a atitude deve seguir um sistema de referência que está girando em relação a um referencial inercial. Este é o caso que ocorre com satélites geoestacionários de sensoriamento remoto, sendo o referencial móvel chamado de referencial orbital o qual tem uma velocidade angular igual à velocidade da órbita. Os sensores usados fornecem medidas que são processadas e fornecem uma estimativa da atitude do satélite em relação ao referencial móvel. Tal estimativa deve ser usada para construir as leis de controle que manterão a atitude o mais próximo possível do valor normal.

Levando em consideração o exposto acima, este trabalho reobtem as equações de estado para controle muitieixo com rodas de reação, usando a noção de quaternio relativo. Trata-se de um quatérnio de Euler simétrio e unitário, como está definido em [3] e pode representar a atitude de um corpo rígido em relação à um referencial girante cuja velocidade angular inercial é conhecida. Com este novo conjunto de equações é então possível projetar leis de controle que deverão satisfazer as necessidades de um satélite real.

Condições para o cálculo do torque desejado para um comportamento linear do quaternion relativo são calculadas.

2 - EQUAÇÕES DO QUATERNIO RELATIVO

Para obter as equações linearizadas, necessita-se da equação solidária do quaternio. Usando a mesma rotação de [3] definem-se três sistemas de referência, a saber:

a - um sistema de referência inercial
b - um sistema de referência R que está girando com velocidade angular constante em relação ao sistema inercial
c - um sistema de referência B fixo ao corpo do satélite

Neste caso a equação solidária é dada por:

$$\dot{\beta} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & -(\omega_x - \Omega_x) & -(\omega_y - \Omega_y) & -(\omega_z - \Omega_z) \\ (\omega_x - \Omega_x) & 0 & (\omega_z + \Omega_z) & -(\omega_y + \Omega_y) \\ (\omega_y - \Omega_y) & (\omega_z + \Omega_z) & 0 & (\omega_x + \Omega_x) \\ (\omega_z - \Omega_z) & (\omega_y + \Omega_y) & -(\omega_x + \Omega_x) & 0 \end{bmatrix} \beta \quad (1)$$

onde:

- β: = col (β_0, β_1, β_2, β_3) é o quaternion de Euler, unitário e simétrico, com $\beta_0 = \cos(\phi/2)$ e $\beta_j = e_j \sin(\phi/2)$, para $j = 1,2,3$, e e = col(e_1, e_2, e_3) sendo um eixo unitário arbitrário e ϕ é uma rotação arbitrária em torno de e;

- ω: = col (ω_x, ω_y, ω_z) = velocidade angular inercial do sistema de referência β em coordenadas do sistema de referência β;

- Ω: = col (Ω_x, Ω_y, Ω_z) = velocidade angular do sistema de referência R em coordenadas do sistema R.

Equação (1) é deduzida em [3] e pode ser escrita em uma forma mais compacta como

$$\dot{\beta} = \frac{1}{2}\,\text{col}(-(\omega-\Omega)^T \bar{\beta},\ \beta_0(\omega+\Omega) + \bar{\beta} \times (\omega+\Omega)) \quad (2)$$

onde x é o produto vetorial e $\bar{\beta}$: = col(β_1, β_2, β_3)

3 - DINÂMICA DO CONJUNTO SATÉLITE - RODAS DE REAÇÃO

O modelo do satélite a ser utilizado é o mesmo utilizado em [2]. Consiste numa espaçonave (satélite) rígida equipada com três rodas de reação montadas coaxialmente com os eixos de rolamento, arfagem e guinada que se originam do centro de massa. Estes eixos coincidem com os eixos do sistema de referência B definido anteriormente.

A matriz de inércia do sistema será chamada de I^o e compreenderá os momentos do corpo principal do satélite, os momentos transversos e os momentos axiais das rodas e I^A representará a matriz diagonal dos momentos axiais da roda somente. A matriz coluna das velocidades axiais de cada roda de reação será chamada de Ω_w e h será a matriz coluna dos componentes do momento angular total do sistema, expresso em coordenadas do referencial β. Usando esta notação, ter-se-á:

$$h = I^o \omega + I^A \Omega_w \quad (3)$$

Se torques externos não são aplicados ao satélite ter-se-á:

$$I^o \dot{\omega} + I^A \dot{\Omega}_w + \omega \times h = 0 \quad (4)$$

Se τ for o vetor coluna cujos componentes são os torques aplicados pelos motores a cada roda, as variações do momento angular em torno do centro de massa de cada roda de reação será dado por:

$$I^A (\dot{\Omega}_w + \dot{\omega}) = \tau \quad (5)$$

Usando as expressões (4) e (5) obtém-se

$$(I^o - I^A)\,\dot{\omega} = h \times \omega - \tau \quad (6)$$

Se h^B for a matriz coluna dos componentes do momento angular total do sistema expresso no sistema R tem-se, para o caso de não aplicação de momentos externos:

$$h^B + \Omega \times h^B = 0 \quad (7)$$

Para calcular as componentes do momento angular no sistema B usar-se-á a matriz variant no tempo C que relaciona as componentes no sistema R de um vetor com as no sistema B. As componentes desta matriz são função do quaternio relativo. Assim sendo, se, no início de uma manobra, o valor das componentes do momento angular forem dadas por $h^B(0)$, ter-se-á em cada instante de tempo $t \geq 0$:

$$h^B(t) = \exp(A\,t)\,h^B(0) \quad (8)$$

onde

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \Omega_z & -\Omega_y \\ -\Omega_z & 0 & \Omega_x \\ +\Omega_y & -\Omega_x & 0 \end{bmatrix}$$

Como C é dada por (ver [4])

$$C = C(\beta) = [2\,\bar{\beta}\,\bar{\beta}^T + (\beta_0^2 - \bar{\beta}^T \bar{\beta})\,I - 2\beta_0\,\bar{\beta}\,\times] \quad (9)$$

o valor de h a ser usado na fórmula (6) é:

$$h(t) = C(\beta)\,h^B(t) \quad (10)$$

4 - EQUAÇÕES DE ESTADO PARA CONTROLE DE ATITUDE MULTIEIXO USANDO QUATERNIO RELATIVO

As equações que, portanto, descreverão um satélite de corpo rígido controlado com rodas de reação, serão:

$$\dot{\beta} = \frac{1}{2}\,\text{col}(-(\omega-\Omega)^T \bar{\beta},\ \beta_0(\omega-\Omega) + \bar{\beta} \times (\omega+\Omega)) \quad (11)$$

e

$$(I^o - I^A)\,\dot{\omega} = h \times \omega - \tau \quad (12)$$

sendo h dado pela expressão (10).

Usando o método geral de transformações linearizantes, descrito em [5] e fazendo uso do procedimento restrito proposto em [6], podem-se definir transformações de estado e de entrada $x = X(\beta,\omega)$ e $u = U(\beta,\omega,\tau)$ de forma que a equação de evolução do vetor de estado esteja na forma:

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (13)$$

$$\dot{x}_2 = u \quad (14)$$

ou

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} u \quad (15)$$

A forma mais simples desta transformação é dada por

$$X_1(\beta) = \dot{\beta} \tag{16}$$

$$X_2(\beta,\omega) = \frac{1}{2}\,\mathrm{col}(-(\omega-\Omega)^T\,\hat{\beta},\ \beta_0(\omega-\Omega) + \hat{\beta}\times(\omega+\Omega)) \tag{17}$$

semelhantemente ao que foi obtido em [1] e [2].

Neste caso a transformação de estado é dada de maneira análoga, como:

$$U(\beta,\omega,\tau) = \frac{1}{2}\,\mathrm{col}\,(-\hat{\beta}^T\dot{\omega},\ \beta_0\,\dot{\omega} + \hat{\beta}\times\dot{\omega}) -$$

$$-\frac{1}{4}\,\mathrm{col}(-\beta_0(\omega-\Omega)^T(\omega-\Omega) - 2\omega^T(\hat{\beta}\times\Omega), 2(\omega\Omega^T + \Omega\omega^T)\hat{\beta}$$

$$-[(\omega+\Omega)^T\,(\omega+\Omega)]\,\hat{\beta} + 2\beta_0(\omega\times\Omega)) \tag{18}$$

5 - EQUAÇÕES DE ESTADO REDUZIDAS USANDO QUATÉRNIO RELATIVO

As transformações acima não são invertíveis, pois X tem dimensão oito e U tem dimensão quatro, enquanto $(\beta^T,\omega^T)^T$ tem dimensão sete e τ dimensão três. Portanto o projeto de uma lei de controle no espaço (x_1,x_2,u) não pode ser globalmente transformado de volta para o espaço (β,ω,τ). Invertibilidade é obtida se for imposto que a trajetória de atitude em termos do quatérnio de Euler deva ser restrita à semiesfera unitária superior em R^4. Então a projeção

$$(\beta_0,\beta_1,\beta_2,\beta_3)^T =: \beta \rightarrow \gamma :=\hat{\beta} := (\beta_1,\beta_2,\beta_3)^T \tag{19}$$

leva β com $\beta_0 > 0$ sobre a bola unitária $\gamma^T\gamma < 1$ em R^3. Em sentido inverso, a cada γ corresponde um único quatérnio na esfera unitária superior $\{\beta^T\beta = 1,\ \beta_0 > 0\}$ em R^4 através de

$$(\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3)^T =: \gamma \rightarrow (\gamma_0,\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3)^T \tag{20}$$

onde

$$\gamma_0 := \sqrt{1-\gamma^T\gamma}$$

Como o quaternio relativo unitário β e seu negativo $-\beta$ corresponde a mesma orientação de atitude, a restrição nas trajetórias permissíveis é que somente a orientação correspondente a $\beta_0 = 0$ (isto é, $|\phi| = \pi$) deve ser evitada, portanto $-\pi < \phi < \pi$.

As transformações (19) e (20) mudar (11) na equação cinemática reduzida

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{2}\,[\gamma_0\,(\omega-\Omega) + \gamma\times(\omega+\Omega)] \tag{21}$$

Então as transformações para o estado reduzido tornam-se:

$$x_1 = X_1\,(\gamma) = \gamma \tag{22}$$

$$x_2 = X_2(\gamma,\omega) = \frac{1}{2}[\gamma_0(\omega-\Omega) + \gamma\times(\omega+\Omega)] \tag{23}$$

e a transformação de entrada é:

$$u = U(\gamma,\omega,\tau) = \frac{1}{2}(\gamma\,\dot{\omega} + \hat{\beta}\times\dot{\omega}) + 2[\omega\,\Omega^T + \Omega\omega^T]\,\gamma$$

$$-[(\omega+\Omega)^T(\omega\ \Omega)]\,\gamma + 2\gamma_0(\omega\times\Omega) \tag{24}$$

6 - TRANSFORMAÇÕES INVERSAS

Fazendo

$$\Gamma(\gamma)\,\omega := \frac{1}{2}(\gamma_0\omega + \gamma\times\omega) \tag{25}$$

(21) e (24) podem ser rescritas

$$\dot{\gamma} = \Gamma(\gamma)\omega - \frac{1}{2}[\gamma_0\,\Omega - \gamma\times\Omega] \tag{26}$$

$$u + [(\omega+\Omega)^T(\omega+\Omega)]\,\gamma - 2\gamma_0(\omega\times\Omega) - 2\,[\omega\Omega^T + \Omega\omega^T]\,\gamma =$$

$$= \Gamma(\gamma)\,\dot{\omega} \tag{27}$$

Então existe um operador inverso (veja [1]) tal que

$$\Gamma(\gamma)^{-1}\,\mu = (\frac{2}{\gamma_0})\,(\gamma_0^2\,\mu + \gamma\gamma^T\mu - \gamma_0\gamma\times\mu) \tag{28}$$

para qualquer $\mu \in R^3$. E:

$$\omega = \Gamma^{-1}(\gamma)\,[\dot{\gamma} + \frac{1}{2}(\gamma_0\Omega - \gamma\times\Omega)] \tag{29}$$

A fórmula acima pode ser simplificada para

$$\omega = \Gamma^{-1}(\gamma)\,\dot{\gamma} + \gamma_0\,\Gamma^{-1}\,(\Omega) + \Omega \tag{30}$$

E, portanto, a transformação de estado inversa dada por

$$\gamma = x_1 \tag{31}$$

$$\omega = (\frac{2}{x_0})\,(x_0^2\,x_2 + x_1x_1^T\,x_2 - x_0x_1\times x_2) +$$

$$+ 2\,(x_0^2\Omega + x_1x_1\Omega - x_0x_1\times\Omega) + \Omega \tag{32}$$

com $x_0 := \sqrt{1 - x_1^T\,x_1}$

A transformação inversa de entrada é similarmente obtida de (6), (27) e (28) e tem a forma

$$\tau = h\times\omega + (\frac{2}{\gamma_0})\,(I^O - I^A)\,(\gamma_0^2\,\nu + \gamma\gamma^T\nu - \gamma_0\gamma\times\nu) \tag{33}$$

com

$$\nu := \mu + [(\omega\ \Omega)^T(\omega+\Omega)]\gamma - 2\gamma_0(\omega\times\Omega) - 2[\omega\Omega^T + \Omega\omega^T]\gamma \tag{34}$$

7 - LEIS LINEARES DE REALIMENTAÇÃO NO ESPAÇO(x,μ)

Como a equação de evolução do novo vetor de estado que são dados pelas equações (13) e (14) são lineares, um passo natural é verificar como será a forma da realimentação linear de estado.

(13) e (14) descrevem um sistema que é completamente controlável. Rearranjando o vetor de estado é possível encontrar a equação canônica do controlador:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{21} \\ \dot{x}_{11} \\ \dot{x}_{22} \\ \dot{x}_{12} \\ \dot{x}_{23} \\ \dot{x}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{21} \\ x_{11} \\ x_{22} \\ x_{12} \\ x_{23} \\ x_{13} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mu \qquad (35)$$

onde

$$x_1 := \mathrm{col}\ (x_{11}, x_{12}, x_{13})$$

e

$$x_2 := \mathrm{col}\ (x_{21}, x_{22}, x_{23}).$$

Para a colocação de todos os polos do sistema pode ser provado que somente é necessário definir uma matriz de ganho K' da forma abaixo para ser usada em realimentação de estado.

$$K' := \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{23} & k_{24} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{35} & k_{36} \end{bmatrix} \qquad (36)$$

No sistema original de equação (6) e (7), K' corresponde a uma matriz de ganho K da forma

$$K := \begin{bmatrix} k_{12} & 0 & 0 & k_{11} & 0 & 0 \\ 0 & k_{24} & 0 & 0 & k_{23} & 0 \\ 0 & 0 & k_{36} & 0 & 0 & k_{35} \end{bmatrix} := [K_1, K_2] \qquad (37)$$

sendo K_1 e K_2 matrizes diagonais.

No caso particular quando o projetista deseja que todas as componentes do quaternio tenham o mesmo comportamento dinâmico as matrizes a serem escolhidas são da forma $K = a_1 I$ e $K = a_2 I$. Aplicando (33) a $u = -a_1 x_1 - a_2 x_2$, encontra-se:

$$\tau = h \times \omega - I^O\ \Gamma^{-1}\ (\gamma)\varepsilon + (I^O - I^A)\left(\frac{2}{\gamma_0}\right)(\omega+\Omega)^T(\omega+\Omega)\gamma$$

$$+ a_1(I^O - I^A)\left(\frac{2}{\gamma_0}\right)\gamma + a_2(I^O - I^A)\omega \qquad (38)$$

onde

$$\varepsilon := 2[\omega\Omega^T + \Omega\omega^T]\gamma + 2\gamma_0(\omega \times \Omega)$$

A equação (38) permite calcular o torque quando o comportamento γ é descrito por dois modos dados.

8 - CONCLUSÕES

Usando o quaternio de Euler relativo para representar a atitude de um corpo que gira, transformações de estado e entrada foram construídas com a finalidade de obter equações de sistema lineares que são equivalentes às equações cinética e dinâmica do movimento.

Como o sistema linear é completamente controlável, é possível usar teoria de controle multivariável no projeto do controlador. A lei de controle assim obtida é bastante simples sendo facilmente realizável em um computador de bordo. Assim sendo, levando em conta que a expressão obtida em (38) é função do quatérnio relativo e da velocidade angular, uma estimativa destas variáveis pode ser obtida baseada nas medidas dos sensores não inerciais (sensor de horizonte, sensores solares, etc) e dos sensores inerciais (giroscópios) e usada na obtenção do torque que deve ser suprido pelas rodas de reação.

9 - REFERÊNCIAS

[1] T.A.W. Dwyer, III, "Exact Nonlinear Control of Large Rotational Maneuvers, IEEE Trans.on Automat. Contr., vol. AC-29,nº 9, pp 769-774, September 1984.

[2] T.A.W.Dwyer, II "Exact Nonlinear Control of Spacecraft Slewing Maneuvers with Internal Momentum Transfer", AIAA Journal Guidance Contr., vol.9, pp 240-247, March-April, 1986.

[3] R.A. Mayo, "Relative Quaternion State Transition Relation", AIAA Journal Guidance Contr., vol.2., pp. 44-48, Jan.- Fev. 1979.

[4] P.C.Hugles, Spacecraft Attitude Dynamics, New York; John Wiley & Sons, 1988, pp. 17-18.

[5] L.R.Hurt, R.Su, G.Meyer, "Global Transformations of Nonlinear Systems", IEEE Trans. on Automat.Contr., vol. AC-28, nº 1, pp. 24-31, January 1983.

[6] G.Meyer, "The Design of Exact Nonlinear Model Followers" Proc. 1981 Joint. Automat. Contr. Conf., Charlottesville, V.A., June 17-19, 1981, vol.II, paper [illegible]