

CÁLCULO DO ESCOAMENTO NUM BOCAL CONVERGENTE-DIVERGENTE, INCLUINDO  
EFEITOS DE RELAXAÇÃO VIBRACIONAL

José Nivaldo Hinckel

Instituto de Pesquisas Espaciais  
Av dos Astronautas, 1758  
São José dos Campos, SP

INTRODUÇÃO

Neste trabalho é descrito um procedimento para o cálculo do escoamento de um gás numa tubeira convergente-divergente, levando-se em conta os efeitos de variação dos calores específicos do gás ao longo da tubeira, devida à relaxação vibracional. O procedimento é ilustrado para o caso de um propulsor catalítico a hidrazina. Neste caso o gás em expansão é composto de uma mistura de Hidrogênio, Nitrogênio e Amônia.

A temperatura na câmara de estagnação para o caso de reação adiabática é de aproximadamente 1150K para os graus de dissociação da amônia normalmente obtida em propulsores catalíticos. Para estas temperaturas uma parcela considerável da energia interna do gás está armazenada sob a forma de energia vibracional, principalmente da amônia.

A expansão do gás é normalmente feita até valores da temperatura próximos da temperatura ambiente, incluindo portanto a faixa de temperatura de excitação de alguns modos vibracionais da amônia.

As populações dos níveis vibracionais superiores do nitrogênio e hidrogênio são também consideradas nesta análise, apesar de serem

bastante esparsas, não afetando significativamente os resultados as sua inclusão ou não.

#### PROPRIEDADES TERMODINÂMICAS DOS COMPONENTES DA MISTURA

Os métodos da mecânica estatística são utilizados para obtenção das propriedades termodinâmicas dos componentes da mistura. O elo de ligação entre a mecânica estatística e a termodinâmica é a função de partição que estabelece de que maneira a energia do sistema se distribui entre as partículas componentes do sistema e os diferentes modos de armazenamento de energia de cada partícula.

Considerando que as moléculas do gás só interajam entre si durante as colisões e que os modos de rotação e vibração de cada molécula são desacoplados, a função de partição do sistema é o produto das funções de partição dos seus componentes. A função de partição de cada componente é o produto das funções de partição associadas a cada um dos modos de armazenamento de energia de cada molécula.

#### ESCOAMENTO NA TUBEIRA CONVERGENTE-DIVERGENTE

O escoamento será considerado adiabático e em equilíbrio termodinâmico e portanto isentrópico. As equações que governam o escoamento são:

$$\rho u A = \text{const.}$$

$$h + \frac{1}{2} u^2 = \text{const.}$$

$$S = \text{const.}$$

As constantes do lado direito são determinadas da seguinte maneira:

A entropia se conserva ao longo de todo o escoamento e possui o valor da região de estagnação da mesma forma que a entalpia.

$$S = S_0$$

$$h + \frac{1}{2} u^2 = h_0$$

Para determinar a constante da equação de conservação de massa utilizamos a condição de escoamento estrangulado:

$$\rho u A = \rho^* a^* A^*$$

onde os superscritos indicam condições críticas.

As condições críticas podem por sua vez serem relacionadas com as condições de estagnação da seguinte maneira:

Da equação da energia obtemos:

$$\sqrt{2(h_0 - h)} = u$$

Na garganta da tubeira (condição crítica) temos

$$u = a^* = \sqrt{\gamma^* R T^*}$$

Desta forma obtemos uma equação para a temperatura crítica na forma:

$$\sqrt{2(h(T_0) - h(T^*))} = \sqrt{\gamma(T^*) R T^*}$$

Utilizando a conservação da entropia podemos obter também a pressão.

A entropia pode ser escrita da seguinte forma:

$$S = S_1(T) - R \ln(p/p_{ref})$$

ou seja a contribuição da temperatura e da pressão podem ser separadas.

Como a entropia se conserva ao longo do escoamento podemos escrever:

$$S_1(T_0) - R \ln(p_0/p_{ref}) = S_1(T^*) - R \ln(p^*/p_{ref})$$

e portanto

$$\frac{p^*}{p_0} = \exp \left[ \frac{1}{R} (S_1(T^*) - S_1(T_0)) \right]$$

Todos os outros parâmetro críticos podem agora ser determinados.

Conhecidas as condições de estagnação ou as condições críticas podemos também determinar as condições de escoamento em qualquer posição ao longo da tubeira convergente-divergente.

O lado direito da equação da energia pode ser escrito na forma:

$$u = \frac{\rho^*}{\rho} \frac{A^*}{A} a^*$$

Desta forma obtemos uma equação para a temperatura dependente apenas das condições de estagnação e da razão de área da tubeira.

$$\sqrt{2(h(T_0) - h(T))} = \frac{\rho^*}{\rho_0} \frac{p_0}{p^*} \frac{T}{T_0} \frac{A^*}{A} a^*$$

Conhecida a temperatura utilizamos a conservação de entropia para determinar a pressão e desta forma obtemos todos os parâmetros de escoamento.

No presente caso vamos considerar a possibilidade de congelamento da energia vibracional de algum componente a partir da garganta. Para isto introduzimos a temperatura vibracional de cada componente.

As variáveis termodinâmicas passam a ser funções da temperatura translacional do gás e das temperaturas vibracionais.

$$e = e'(T) + e''(T_{\text{vib}_{H_2}}, T_{\text{vib}_{N_2}}, T_{\text{vib}_{NH_3}})$$

$$C_v = C'_v + C''_{v \text{ vib}}(T_{\text{vib}_{H_2}}, T_{\text{vib}_{N_2}}, T_{\text{vib}_{NH_3}})$$

Para congelar a energia vibracional de algum componente a partir de uma determinada posição basta então manter a temperatura vibracional fixa com o valor da temperatura translacional deste ponto. No escoamento em equilíbrio as temperaturas translacional e vibracional são idênticas.

### Resultados

Para ilustrar a influência da inclusão dos efeitos de relaxação vibracional foi calculado o escoamento ao longo de uma tubeira convergente divergente para a mistura de gases resultante em um propulsor catalítico a hidrazina com 63% de decomposição da amônia. A temperatura adiabática de chama neste caso é de aproximadamente 1150 K.

As frações molares do hidrogênio, nitrogênio e amônia são 0,503, 0,300 e 0,197 respectivamente.

O escoamento ao longo da tubeira foi calculado para tres situações distintas.

- (i) razão de calores específicos constante com valor fixo nas condições de estagnação: 1,2912.
- (ii) razão de calores específicos constante de 1,3849 que não inclui a contribuição da energia vibracional.
- (iii) escoamento em equilíbrio incluindo transferência de energia vibracional para os modos de translação.

Na Figura 1 é mostrado o comportamento da temperatura ao longo da tubeira para os tres casos descritos acima. Observamos que no divergente da tubeira a temperatura é maior para o caso (i) e menor para (iii), sendo que o (ii) assume um valor intermediário.

Este comportamento é explicado da seguinte maneira: no caso do escoamento em equilíbrio, a energia armazenada na forma vibracional na região de estagnação é transferida para o modo translacional à medida que o gás sofre resfriamento devido à expansão. Desta forma a

temperatura para este caso é maior do que em (iii) onde a contribuição da energia vibracional não é levada em conta.

Por outro lado, ao fixarmos o valor da razão de calores específicos nas condições de estagnação estamos superestimando o valor da energia vibracional disponível. Com isto a temperatura atingida é maior do que no caso de escoamento em equilíbrio.

Na Figura 2 é mostrado o comportamento da pressão ao longo da tubeira. Da mesma forma que para a temperatura, observamos que esta é maior à saída da tubeira para o caso (i) do que para (iii). O valor da pressão para o escoamento em equilíbrio ocupa valor intermediário. Desta forma para uma tubeira de razão de áreas e condições de estagnação fixas o empuxo cresce com a diminuição da razão de calores específicos.

Na Figura 3 é mostrada a velocidade ao longo da tubeira para os tres casos calculados. Para uma razão de áreas de 50:1 as velocidades para os casos (i), (ii) e (iii) são 2280 m/s, 2237 m/s e 2157 m/s respectivamente.

A contribuição da energia vibracional para a velocidade de exaustão é portanto de 80 m/s, que corresponde a uma variação de impulso específico de 8 s.

Na Figura 4 é mostrado o número de Mach ao longo da tubeira. Para razão de calores específicos mais baixa o número de Mach é maior já que a diminuição da temperatura e portanto da velocidade do som é maior do que a diminuição da velocidade.

Na Figura 5 é mostrado o valor da razão de calores específicos ao longo da tubeira.

#### REFERÊNCIAS

1. Vincenti, W.G. and Kruger Jr, C.H. Introduction to Physical Gas Dynamics. New York. Robert Krieger Publishing Company, 1975.

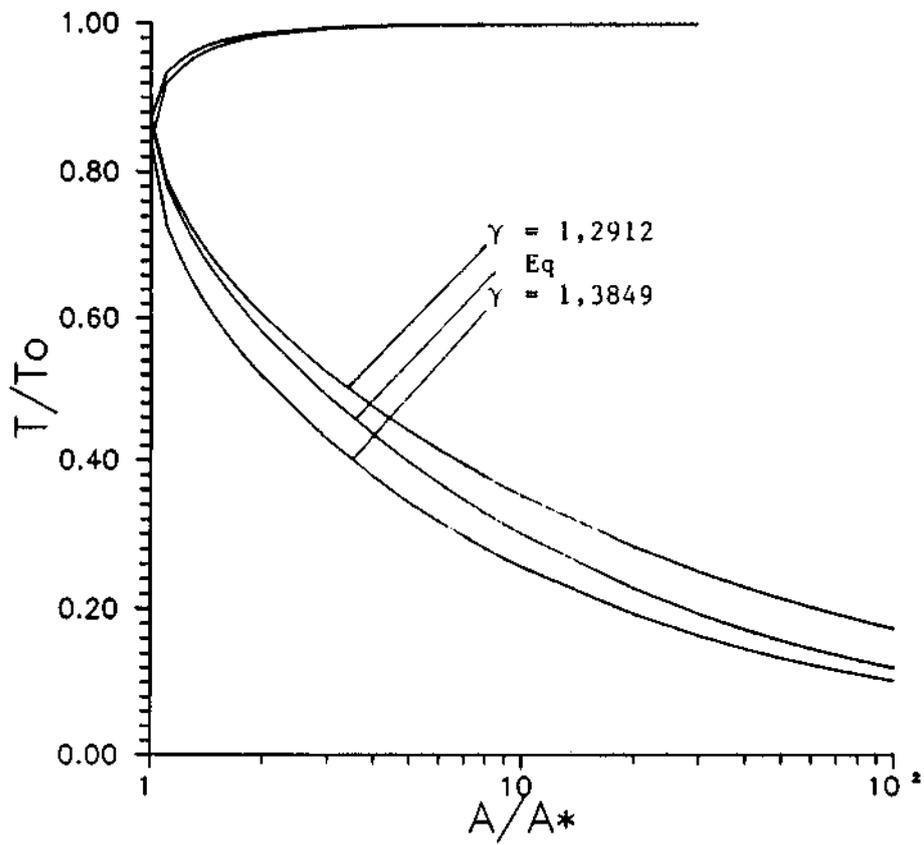


Fig. 1 - Temperatura ao longo da tubeira.

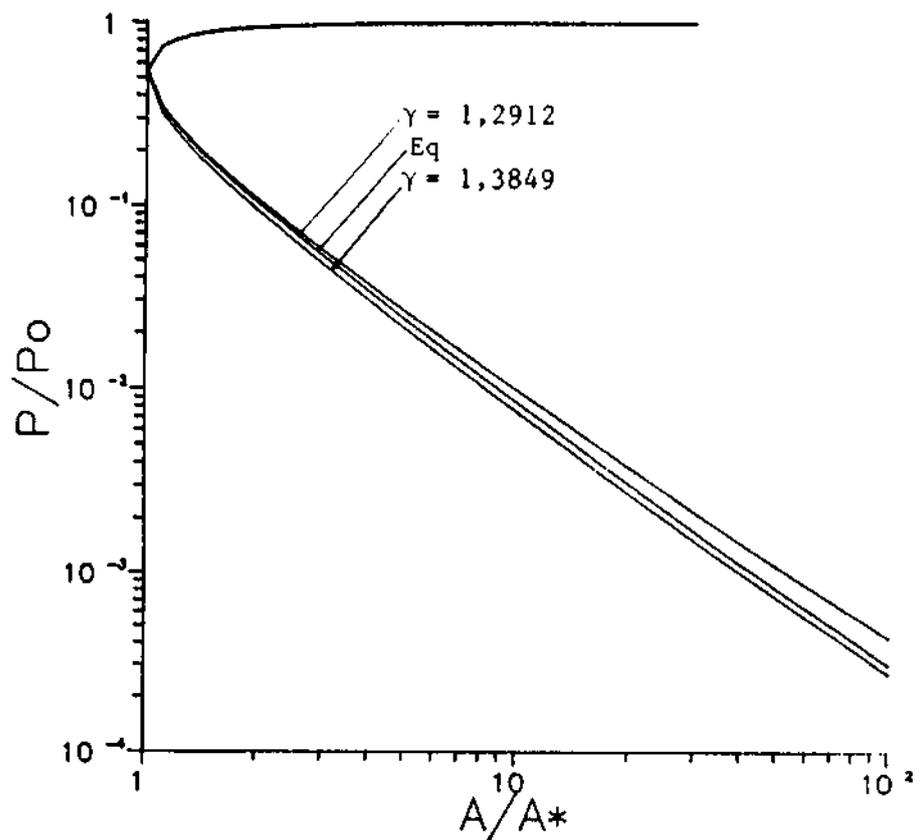


Fig. 2 - Pressão ao longo da tubeira

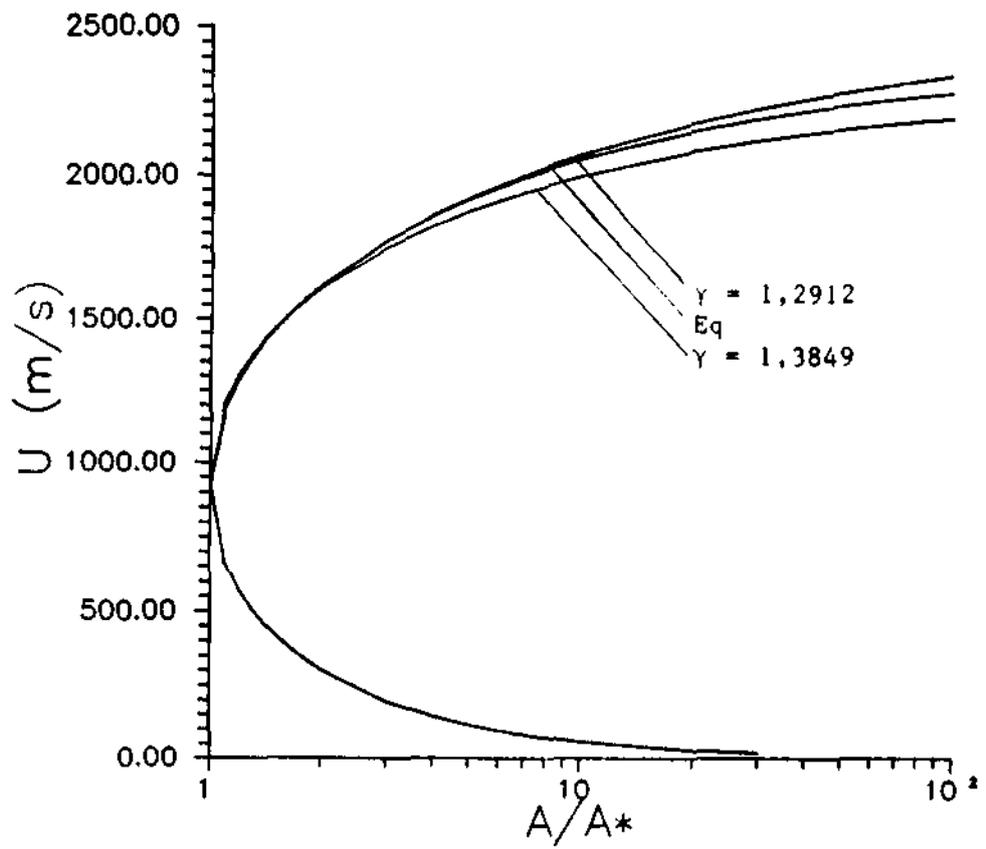


Fig. 3 - Velocidade ao longo da tubeira.

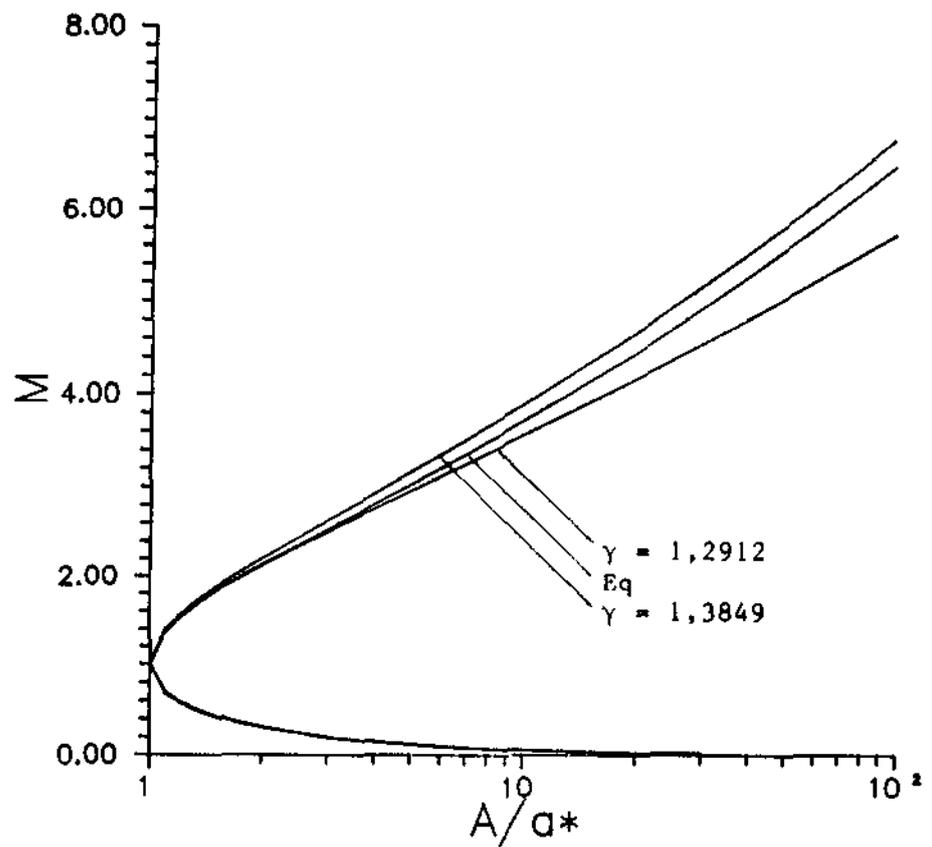


Fig. 4 - Número de Mach ao longo da tubeira.

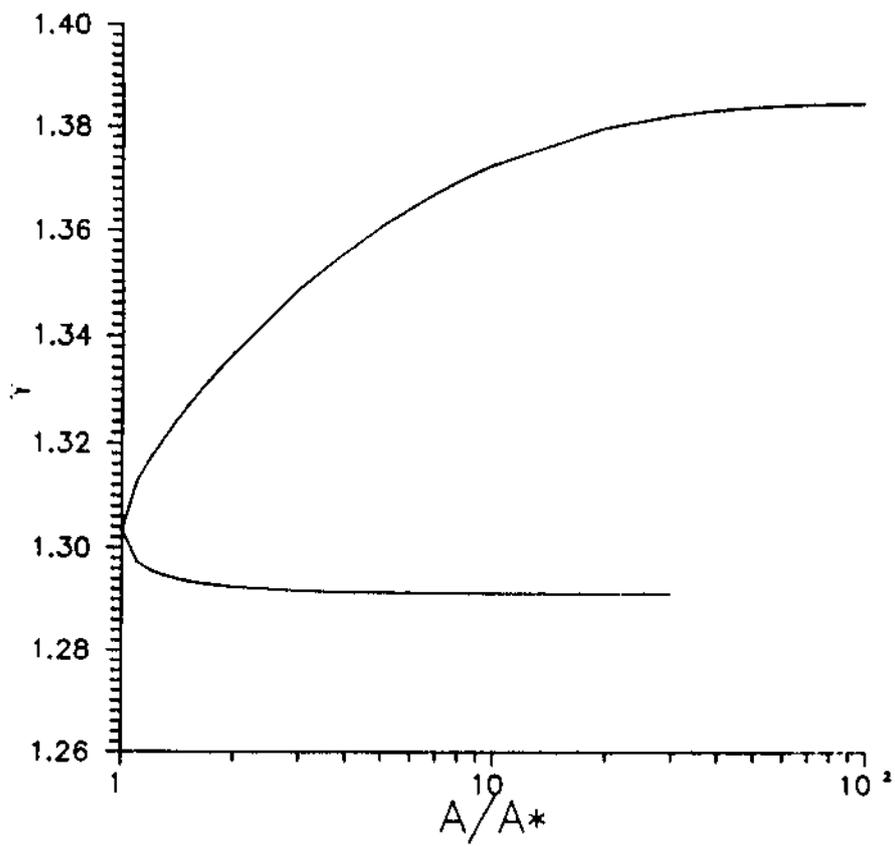
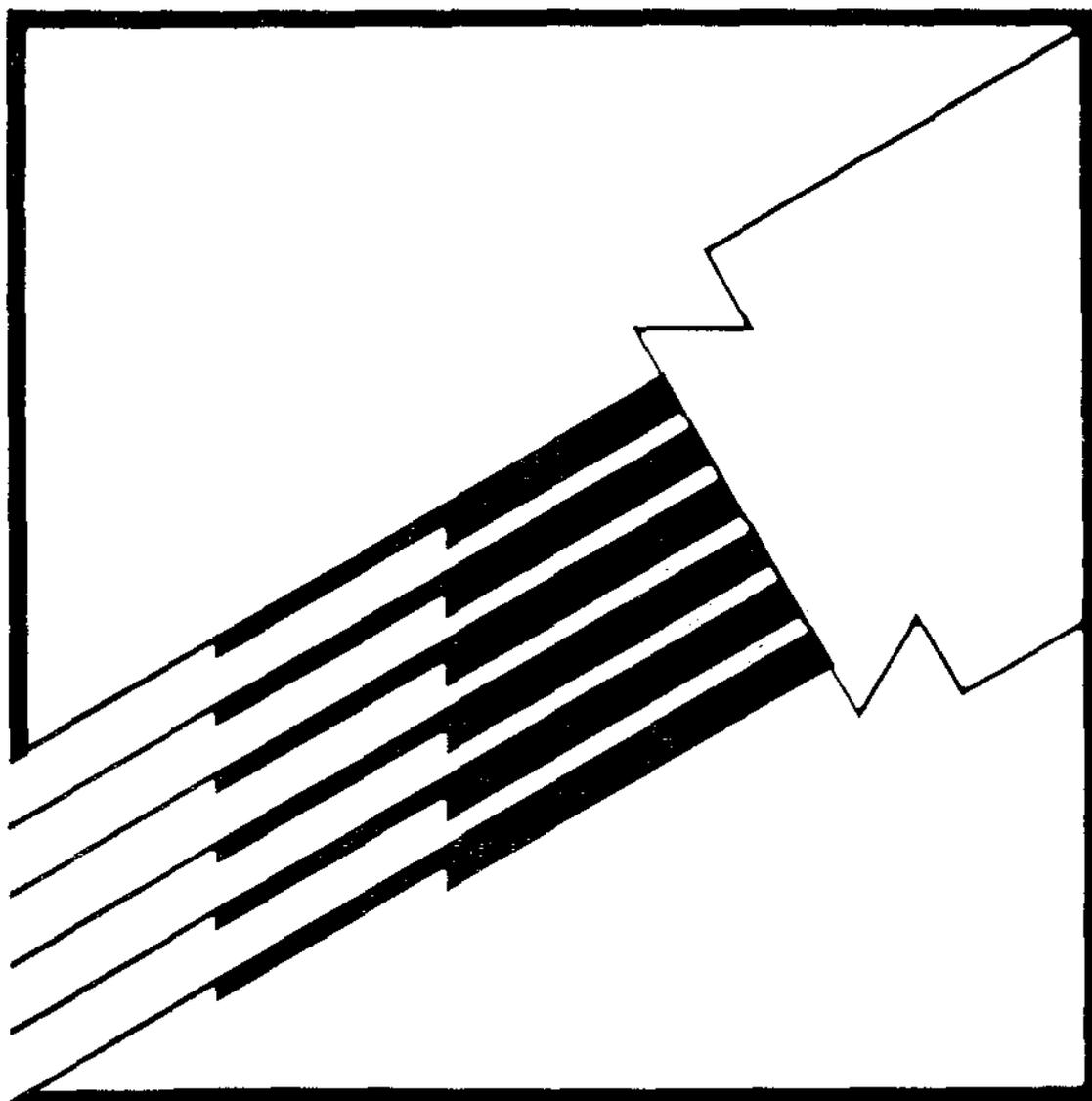


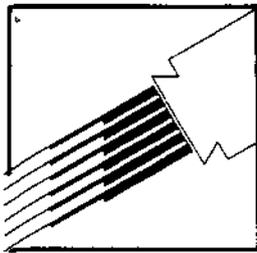
Fig. 5 - Razão de calores específicos ao longo de tubeira.



# **3º workshop** **DE COMBUSTÃO E PROPULSÃO**

**ANAIS**

**28 a 30 de novembro de 1989**  
**Faculdade de Engenharia Química · FTI · Lorena · SP**

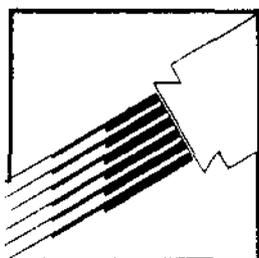


# 3º workshop DE COMBUSTÃO E PROPULSÃO

28 A 30 DE NOVEMBRO DE 1989

## SUMÁRIO

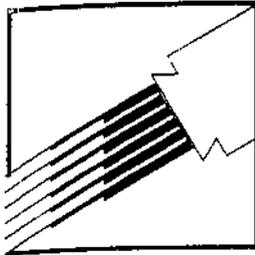
	PG.
<b>PALESTRAS</b> .....	001
● THE FTI MAGNETOHYDRODYNAMIC PROGRAM .....	003
Dr. Daltro Garcia Pinatti*, Dr. Guilherme Eugênio Pilippo Fernandes Filho**	
* Fundação de Tecnologia Industrial - Centro de Materiais Refratários	
** Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá - UNESP	
● PROGRAMAS DE PESQUISAS DO IPT EM COMBUSTÃO EM CHAMAS E LEITOS FLUIDIZADOS .	025
Márcio L. de Souza Santos e Francisco Domingues A. de Souza	
IPT - Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo	
<b>SESSÕES TÉCNICAS</b> .....	041
● PROPRIEDADES E TEMPO DE VIDA DE PROPELENTES COMPOSITES .....	043
Wilfried Rudolf Lamm	
IAE - Instituto de Atividades Espaciais / CTA	
● RADIAÇÃO TÉRMICA PROVENIENTE DA PLUMA DE FOQUETES A PROPELENTE SÓLIDO .....	051
José Bezerra Pessoa Filho*, Renato Machado Cotta**	
* ETP/IAE/CTA - Instituto de Atividades Espaciais	
** COPPE/UFRJ - Programa de Engenharia Mecânica	
● PROJETO DE MOTORES À PROPELENTES SÓLIDOS: UM SISTEMA INTELIGENTE .....	063
Armando de Azevedo Caldeira Pires e José Arthur Machado Pinheiro Alonso	
Instituto de Pesquisas da Marinha	



# 3º workshop DE COMBUSTÃO E PROPULSÃO

28 A 30 DE NOVEMBRO DE 1989

	PG.
● UM MÉTODO ANALÍTICO PARA A DETERMINAÇÃO DA VELOCIDADE DE QUEIMA DE COMBUSTÍVEL SÓLIDO EM ESTADO-REATOR .....	077
Ernesto Ribeiro Ronzani e Francesco Scofano Neto*, Darcy das Neves Nobre**	
* Instituto Militar de Engenharia	
** Instituto Militar de Engenharia e Instituto de Pesquisas Espaciais	
● CÁLCULO DO ESCOAMENTO NUM BOCAL CONVERGENTE-DIVERGENTE, INCLUINDO EFEITOS DE RELAXAÇÃO VIBRACIONAL .....	099
José Nivaldo Hinckel	
INPE - Instituto de Pesquisas Espaciais	
● A MECHANISM TO EXPLAIN THE ORIGINS OF SPAY COMBUSTION INSTABILITY .....	109
H.S. Couto e J.A. Carvalho, Jr.	
INPE - Instituto de Pesquisas Espaciais	
● FORMAÇÃO E EMISSÃO DE COMPOSTOS DE ENXOFRE EM CHAMAS .....	129
Ademar Hakuo Ushima e Renato Verghnanini Filho	
IPT - Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo	
● COMPARAÇÃO DO COMPORTAMENTO ENTRE CHAMA DE EMULSÃO DE RESÍDUO ASFÁLTICO EM ÁGUA E CHAMA DE ÓLEO COMBUSTÍVEL RESIDUAL .....	145
Laiete Soto Messias*, Francisco Domingues Alves de Souza* , Marilyn Mariano dos Santos*; e Rosana Kunert**	
* IPT - Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo	
** CENPES - Petrobrás	
● PROJETO BÁSICO DE RADIÔMETROS PARA MEDIÇÕES EM CHAMAS .....	157
Braulio Pikman e José Hélio Figueiredo Pinto	
IPT - Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo	



# 3º workshop DE COMBUSTÃO E PROPULSÃO

28 A 30 DE NOVEMBRO DE 1989

	PG.
● PERFORMANCE CHARACTERISTICS OF AN EXPERIMENTAL RIJKE TYPE PULSATING COMBUSTOR .....	169
M.A. Ferreira e J.A. Carvalho, Jr. INPE - Instituto de Pesquisas Espaciais	
● CÂMARAS DE COMBUSTÃO - PROCESSOS DE CÁLCULO .....	193
Cesar Basta* e Vagner José Oliva** * FEG/UNESP - Departamento de Matemática ** FEG/UNESP - Departamento de Energia	
● UM COMBUSTOR A LEITO FLUIDIZADO PARA TURFA .....	205
Barroso Leite de Medeiros e Otoniel Marcelino de Medeiros UFRN - Departamento de Engenharia Mecânica	
● DROPLET SIZE DISTRIBUTION FROM IMPINGING JETS .....	213
H.S. Couto e D. Bastos Netto INPE - Instituto de Pesquisas Espaciais	
● ANÁLISE DE SISTEMAS DE MICROPROPULSÃO .....	219
Fernando de Souza Costa INPE - Instituto de Pesquisas Espaciais	
● COMPORTAMENTO TEÓRICO DE DIFUSORES DE EXAUSTÃO PARA APLICAÇÃO EM ENSAIOS DE MOTORES FOGUETES PARA ALTAS ALTITUDES .....	241
Carlos Frederico Estrada Alves IAE - Instituto de Atividades Espaciais	
● CATALISADORES PARA CONVERSÃO DE MONÓXIDO DE CARBONO EM GASES DE COMBUSTÃO DE ETANOL .....	253
Marivone N.S.C. Roma e João A. Carvalho Jr.*; Gilberto Marques da Cruz** * INPE - Instituto de Pesquisas Espaciais ** Instituto Militar de Engenharia	