

| | | | |
|--|-----------------------|------------------------|--|
| 1. Publicação nº INPE-2440-PRE/141 | 2. Versão | 3. Data Junho, 1982 | 5. Distribuição <input type="checkbox"/> Interna <input checked="" type="checkbox"/> Externa <input type="checkbox"/> Restrita |
| 4. Origem DMC/DDO | Programa ORBAT/DOC | | |
| 6. Palavras chaves - selecionadas pelo(s) autor(es) <i>FILTRO DE KALMAN</i> <i>ESTIMAÇÃO ADAPTATIVA DO RUIDO</i> | | | |
| 7. C.D.U.: 681.5.015.44 | | | |
| 8. Título | INPE-2440-PRE/141 | | |
| <i>ESTIMAÇÃO ADAPTATIVA DO RUIDO NO ESTADO PARA O FILTRO DE KALMAN</i> | | | 10. Páginas: 06 |
| | | | 11. Última página: 05 |
| | | | 12. Revisada por <i>Agenor T. Fleury</i> |
| 9. Autoria Atair Rios Neto Hélio Koiti Kuga | | | 13. Autorizada por <i>Nelson de Jesus Parada</i> Nelson de Jesus Parada Diretor |
| Assinatura responsável <i>J. B. ~.</i> | | | |
| 14. Resumo/Notas | | | |
| <p><i>A utilidade do filtro de Kalman fica seriamente prejudicada na presença do fenômeno de divergência das estimativas, que frequentemente ocorre como consequência de erros cometidos na modelagem da dinâmica do sistema e/ou devido ao mau condicionamento numérico dos procedimentos envolvidos. Propõe-se um procedimento para estimar adaptativamente e em tempo real o nível de ruído no estado, para representar os erros envolvidos e prevenir a divergência. Este ruído é dosado através da exigência de consistência estatística entre os erros das estimativas e os resíduos das observações. Apresentam-se resultados de testes preliminares, os quais atestam o bom desempenho do procedimento, no caso de determinação de órbita, em tempo real, de satélites artificiais terrestres.</i></p> | | | |
| 15. Observações Este trabalho será apresentado no 4º Congresso Brasileiro de Automática, que será realizado de 14 a 17 de setembro de 1982, em Campinas, SP. | | | |

Print on all pages
In the exception
Case it should
be done here

ESTIMAÇÃO ADAPTATIVA DO RUÍDO NO ESTADO PARA O FILTRO DE KALMAN

LAYOUT PARA A
PRIMEIRA PÁGINA

LAYOUT FOR
THE FIRST PAGE

Atair Rios Neto
Hélio Koiti Kuga nos dos Altos

Autros nomes here

Instituto de Pesquisas Espaciais - INPE
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq
C.P. 515 - 12200 - São José dos Campos - SP - Brasil

RESUMO

A utilidade do filtro de Kalman fica seriamente prejudicada na presença do fenômeno de divergência das estimativas, que frequentemente ocorre como consequência de erros cometidos na modelagem da dinâmica do sistema e/ou devido ao mau condicionamento numérico dos procedimentos envolvidos. Propõe-se um procedimento para estimar adaptativamente e em tempo real o nível de ruído no estado, para representar os erros envolvidos e prevenir a divergência. Este ruído é dosado através da exigência de consistência estatística entre os erros das estimativas e os resíduos das observações. Apresentam-se resultados de testes preliminares, os quais atestam o bom desempenho do procedimento, no caso de determinação de órbita, em tempo real, de satélites artificiais terrestres.

Kalman Filtering State-noise Adaptive Estimation

Abstract

In the presence of estimates divergence due to errors in system dynamics modelling and to algorithm numerical ill-conditioning, Kalman filter usefulness is seriously impaired. A procedure to estimate the state-noise level adaptively and in real-time in order to represent the errors and to prevent divergence is proposed. The adequate noise-level is adjusted by using a criterion of statistical consistency between estimated errors and observation residuals. Results of preliminary tests, in the case of artificial satellite orbit determination in real-time, are presented and show the procedure capability of avoiding divergence and of giving results of acceptable accuracy.

1. INTRODUÇÃO

O desempenho do filtro de Kalman pode ser seriamente afetado, quando a matriz de covariância calculada não representa adequadamente a dispersão dos erros presentes na estimativa do estado. Em condições normais, o filtro deveria manter ou melhorar o nível de precisão das estimativas, quando dados adicionais são processados, e, consequentemente, manter ou diminuir a ordem de grandeza das variâncias calculadas para os erros associados. Entretanto, em aplicações de interesse prático, frequentemente ocorre que os valores calculados para as variâncias são irrealisticamente pequenos, de forma que há indevida confiança na estimativa anterior, e os dados novos são efetivamente ignorados, surgindo o fenômeno da divergência (Fitzgerald, 1971). Uma das maiores causas da divergência é a imprecisão do modelo matemático empregado para exprimir a dinâmica utilizada no filtro de Kalman que não traduz as mesmas condições nas quais

Não ultrapassa este limite

se opera na vida real. Outra fonte de divergência são os erros numéricos (Bierman, 1977), devidos ao algoritmo empregado. Em vista disso, propõe-se estimar o nível de ruído de perturbação aditiva na dinâmica do estado, necessário para representar adequadamente os erros envolvidos e evitar a divergência. Isto pode ser feito modelando-se o ruído como sequência branca gaussiana e dosando-o, passo a passo, de forma adaptativa, mediante a aplicação de um critério generalizado de coerência estatística entre os erros estimados e os resíduos das observações (Jazwinski, 1969, 1970; Rios Neto e Kuga, 1981; Kuga, 1982). Tendo por objeto uma validação preliminar, aplica-se o procedimento, segundo condições simuladas, à determinação de órbita em tempo real de um satélite artificial à baixa altitude.

2. FILTRO DE KALMAN

Seja um sistema dinâmico dado por:

No text below this line

Reduction IO to 8

A data gráfica do
fim de página
[excluído a 1ª pág.]
deve ser corrigida.
Typing for all pages
(with the exception
of page 1) should
commence here

LAYOUT PARA A PRIMEIRA PÁGINA

LAYOUT FOR THE FIRST PAGE

$$x_{k+1} = \theta_{k+1,k} x_k + \Gamma_k w_k, \quad (2.1)$$

$$y_k = H_k x_k + v_k, \quad (2.2)$$

onde a Expressão 2.1 representa o modelo dinâmico discreto, ou discretizado a partir do modelo dinâmico contínuo, e a Expressão 2.2 representa o modelo de observações escalares discretas; x_k é o vetor de estado, de dimensão n , no instante t_k ; w_k é o vetor de ruído branco, de dimensão r , caracterizado por $w_k \sim N(0, Q_k)$; y_k é a observação escalar; v_k é a sequência branca caracterizada por $v_k \sim N(0, R_k)$, $R_k > 0$ escalar. Neste caso, o filtro de Kalman (Jazwinski, 1970) é dado por:

$$\bar{x}_k = \bar{x}_k + K_k (y_k - H_k \bar{x}_k), \quad (2.3)$$

$$\bar{P}_k = \bar{P}_k - K_k H_k \bar{P}_k, \quad (2.4)$$

$$K_k = \bar{P}_k H_k^T / (H_k \bar{P}_k H_k^T + R_k), \quad (2.5)$$

$$\bar{x}_{k+1} = \theta_{k+1,k} \bar{x}_k, \quad (2.6)$$

$$\bar{P}_{k+1} = \theta_{k+1,k} \bar{P}_k \theta_{k+1,k}^T + R_k Q_k R_k^T, \quad (2.7)$$

onde as Relações 2.3, 2.4 e 2.5 fornecem as atualizações do estado e da matriz de covariância do erro, no estado, no instante t_k , devido à observação y_k , e as Relações 2.6 e 2.7 fornecem as propagações do estado e da matriz de covariância do erro, no estado, no intervalo t_k a t_{k+1} .

3. ESTIMAÇÃO ADAPTATIVA DO RUÍDO NO ESTADO

O objetivo do procedimento de estimativa adaptativa do ruído no estado é eliminar a divergência. A questão é como adequar o nível de ruído para evitar a divergência; ou seja, como estimar a covariância Q_k da Expressão 2.7, tendo-se em vista sua influência na propagação da covariância do erro na estimativa do estado. Isto é feito tendo-se como base os seguintes critérios: (i) utilização do resíduo verdadeiro (que ocorreria na ausência de erros de observação), através de uma generalização da hipótese proposta por Jazwinski (1969, 1970), para caracterizar a coerência entre os erros estimados e os resíduos de observação; (ii) utilização do limite de 3σ (desvio-padrão) do correspondente erro de observação ao invés do resíduo calculado, sempre que este exceder aquele limite, para efeito de avaliação do nível do ruído no estado. Assim, define-se o resíduo calculado (em relação à observação escalar y_{k+1}) por:

$$r_{k+1} = y_{k+1} - H_{k+1} \bar{x}_{k+1} \quad (3.1)$$

e o resíduo verdadeiro (resíduo sem erro de observação) por:

$$r_{k+1}^v = r_{k+1} - v_{k+1}. \quad (3.2)$$

A hipótese generalizada de coerência estatística (Rios Neto e Kuga, 1981; Kuga, 1982) é dada por:

$$\text{Não } (r_{k+1}^v)^2 \leq E[(r_{k+1}^v)^2], \quad (3.3)$$

Redução de IO para 8

que combinada com as Equações 2.1, 2.2, 3.1 e 3.2 leva a:

$$r_{k+1} = H_{k+1} [\theta_{k+1,k} (x_k - \bar{x}_k) + \Gamma_k w_k] + v_{k+1}, \quad (3.4)$$

$$r_{k+1}^v = H_{k+1} [\theta_{k+1,k} (x_k - \bar{x}_k) + \Gamma_k w_k], \quad (3.5)$$

$$E[(r_{k+1}^v)^2] = H_{k+1} (\theta_{k+1,k} \bar{P}_k \theta_{k+1,k}^T + \Gamma_k Q_k \Gamma_k^T) H_{k+1}^T, \quad (3.6)$$

$$(r_{k+1}^v)^2 = r_{k+1}^2 - 2r_{k+1} v_{k+1} + v_{k+1}^2. \quad (3.7)$$

As parcelas na Equação 3.7, devidas ao erro de observação, são consideradas através da definição do ruído:

$$n_{k+1} \triangleq -2r_{k+1} v_{k+1} + v_{k+1}^2 - R_{k+1} \quad (3.8)$$

caracterizado por (Kuga, 1982):

$$E[n_{k+1}] = 0; E[n_{k+1}^2] = 4r_{k+1}^2 R_{k+1} + 2R_{k+1}^2, \quad (3.9)$$

de modo que finalmente resulta:

$$r_{k+1}^2 + n_{k+1} + R_{k+1} = H_{k+1} \theta_{k+1,k} \bar{P}_k \theta_{k+1,k}^T H_{k+1}^T + H_{k+1} \Gamma_k Q_k \Gamma_k^T H_{k+1}^T. \quad (3.10)$$

Supondo-se a matriz Q_k diagonal, de elementos $q_{k+1,1}, \dots, q_{k+1,r}$, componentes do vetor q_{k+1} , obtém-se a equação de pseudo-observação:

$$z_{k+1} = M_{k+1} q_{k+1} + n_{k+1}, \quad (3.11)$$

onde z_{k+1} é a pseudo-observação escalar, definida por:

$$z_{k+1} \triangleq r_{k+1}^2 + R_{k+1} - H_{k+1} \theta_{k+1,k} \bar{P}_k \theta_{k+1,k}^T H_{k+1}^T, \quad (3.12)$$

$$r_{k+1} = \min\{y_{k+1} - H_{k+1} \bar{x}_{k+1}, 3R_{k+1}^{1/2}\},$$

e M_{k+1} é o vetor $1 \times r$, dado por:

$$M_{k+1} = [(\sum_{j=1}^n H_j \Gamma_{j1})^2 : (\sum_{j=1}^n H_j \Gamma_{j2})^2 : \dots : (\sum_{j=1}^n H_j \Gamma_{jr})^2] \quad (3.13)$$

onde H_j e Γ_{ji} , $i=1, \dots, r$ são elementos do vetor H_{k+1} e da matriz Γ_k , respectivamente. Utilizando-se a sistemática do filtro de Kalman, é possível processar sequencialmente a pseudo-observação, z_{k+1} , por:

$$K_{k+1}^q = \bar{P}_{k+1}^q M_{k+1}^T / M_{k+1} \bar{P}_{k+1}^q M_{k+1}^T + E[n_{k+1}^2], \quad (3.14)$$

$$q_{k+1} = \bar{q}_{k+1} + K_{k+1}^q (z_{k+1} - M_{k+1} \bar{q}_{k+1}),$$

$$\bar{P}_{k+1}^q = \bar{P}_{k+1}^q - K_{k+1}^q M_{k+1} \bar{P}_{k+1}^q,$$

No text below this line

Reduction IO to 8

onde \bar{q}_{k+1} e \bar{P}_{k+1}^q são a estimativa a priori de q_{k+1} e a covariância do erro na estimativa a priori, respectivamente. As estatísticas \bar{q}_{k+1} e \bar{P}_{k+1}^q são produzidas (Rios Neto e Kuga, 1982) por:

$$\begin{aligned}\bar{q}_{k+1} &= \bar{\theta}_{k+1,k}^q \bar{q}_k, \\ \bar{P}_{k+1}^q &= \bar{\theta}_{k+1,k}^q \bar{P}_k^q (\bar{\theta}_{k+1,k}^q)^T + W_k,\end{aligned}\quad (3.15)$$

onde $\bar{\theta}_{k+1,k}^q$ é a matriz de transição da evolução de q entre os instantes t_k e t_{k+1} , tomada como $\bar{\theta}_{k+1,k}^q = I_{Rxx}$; e W_k pode ser identificada como nível de ruído devido à máquina, por exemplo $W_k = 10^{-2}P$. I_{Rxx} , onde P é o número de dígitos de precisão do computador. Após o processamento de todas as pseudo-observações do instante t_{k+1} , a montagem da matriz Q_k é efetuada por:

$$Q_k = \begin{cases} \bar{q}_{k+1}, & \text{para } \bar{q}_{k+1} \geq 0 \\ 0, & \text{para } \bar{q}_{k+1} < 0 \end{cases} \quad (3.16)$$

4. SIMULAÇÕES E TESTES

Para efeito de validação preliminar do procedimento, simula-se a órbita de um satélite artificial hipotético à baixa altitude, com razoável relação entre a área e massa ($-0,10 \text{ m}^2/\text{kg}$) de modo a acentuar o efeito das forças de arrasto atmosférico no movimento. O modelo matemático da órbita simulada leva em conta o geopotencial gravitacional (até o zonal J_6 e os tesserais C_{44} e S_{44}), o arrasto atmosférico e os efeitos gravitacionais do Sol e da Lua. A órbita está a 250 km de altitude, com excentricidade nula (órbita circular) e inclinação de 42° . A partir desta órbita, simulam-se observações contaminadas por erros e efetuadas por três estações topocêntricas de rastreamento. Cada estação efetua, a cada segundo, observações independentes de "range" e "range-rate". Os desvios-padrão valem $\sigma_p = 3$ metros para o "range" e $\sigma_{pr} = 1 \text{ cm/sec}$ para o "range-rate" (Negreiros de Paiva, 1980). O movimento do satélite é modelado, no estimador, por:

$$\begin{aligned}\dot{r}(t) &= v(t), \\ \dot{v}(t) &= a_m(t) + w(t),\end{aligned}\quad (4.1)$$

onde r é o vetor posição, v é o vetor velocidade, a_m é o vetor que representa as acelerações modeladas, e $w(t)$ é um vetor ruído branco gaussiano, caracterizado por $E[w(t)] = 0$; $E[w(t)w^T(\tau)] = Q(t)\delta(t - \tau)$. O vetor a_m leva em conta o geopotencial gravitacional somente até o zonal J_2 , fato este que configura uma modelagem pobre em relação à órbita simulada. Portanto, caracteriza-se a má-modelagem da dinâmica como a maior fonte de divergência. Efetuam-se testes empregando-se um arquivo de dados gerado "OFF-LINE". Tal arquivo abrange três minutos da simulação proposta, e contém, a cada segundo, a órbita, as observações e as coordenadas das estações de rastreamento. Con-

Redução de 10 para 8

sidera-se inicialmente o estimador com 1.000 m de erro em posição e 10 m/s de erro em velocidade. Toma-se a matriz de covariância dos erros na estimativa inicial como sendo diagonal e a favor da segurança através da consideração de variâncias, que correspondem a três vezes os erros iniciais em posição e velocidade, respectivamente. O primeiro teste ilustra o fenômeno da divergência, quando se utiliza a equação:

$$\bar{P}_{k+1}^{est} = \bar{\theta}_{k+1,k}^q \bar{P}_k^q \bar{\theta}_{k+1,k}^{qT} \quad (4.2)$$

para propagar a matriz de covariância dos erros, sem levar em consideração o ruído no estado.

A Figura 1 mostra os erros reais (magnitude do erro) e os erros estimados (raiz quadrada da soma das variâncias) em posição. A Figura 2 mostra os erros reais e estimados em velocidade. Em ambas, está caracterizada a incerteza estatística entre os erros verdadeiros e os erros avaliados pelo estimador. As Figuras 3 e 4 mostram o resíduo normalizado (média dos resíduos absolutos dividida pelo desvio-padrão) da observação de "range" e o resíduo normalizado da observação de "range-rate", respectivamente. Ambas crescem em magnitude, indicando a ocorrência da divergência.

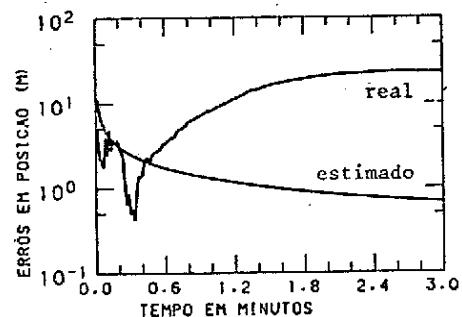


Fig. 1: Erros em posição, teste com divergência.

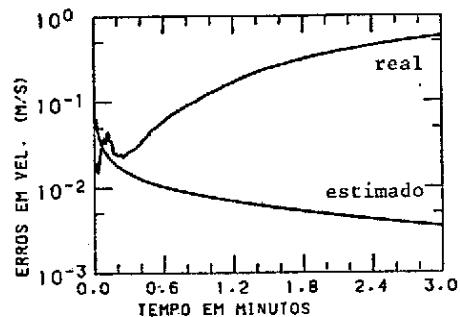


Fig. 2: Erros em velocidade, teste com divergência.

No text below this line
Reduction 10 to 8

4º CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMAÇÃO

DE E ESTE FOLHETO PODEM SER FAZIDAS AS FIGURAS

SE THIS SPACE IS USED ON ALL PAGES

A fotocópia de
todas as páginas
(exceto a 1ª página),
deve conter aquela

Typing for all pages
(with the exception
of page 1) should
commence here

LAYOUT PARA A
PRIMEIRA PÁGINA

DO PDF FOR
THE FIRST PAGE

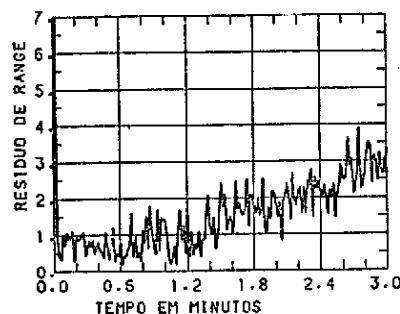


Fig. 3: Resíduo normalizado de "range",
teste com divergência.
COAFÇO DO TEXTO/CONTINUE TEXT

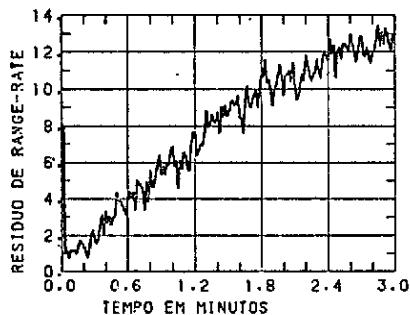


Fig. 4: Resíduo normalizado de "range_rate", teste com divergência.

Para o mesmo conjunto de dados, estima-se a órbita usando-se o procedimento de estimação adaptativa do ruído no estado. Os parâmetros utilizados no procedimento (em unidades de raio terrestre e minuto) são:

$$\begin{aligned} \hat{P}_0^q &= 10^{-18} \cdot I_{3 \times 3}; W_k = \\ &= 10^{-22} \cdot I_{3 \times 3} \text{ constante}; \hat{q}_0 = 0 \end{aligned} \quad (4.3)$$

As Figuras 5 e 6 atestam a coerência estatística tanto nos erros de posição, quanto nos de velocidade. As precisões são da ordem de 1 m em posição e 0,02 m/s em velocidade. As Figuras 7 e 8 mostram o comportamento dos resíduos normalizados, sem qualquer vestígio de tendência à divergência, os quais permanecem na faixa de 3σ (desvio-padrão) da observação correspondente. Os problemas ocorridos no primeiro teste foram totalmente eliminados com a aplicação do estimador adaptativo de ruído.

Não ultrapasse este linha

Redução de 10 para 3

FAVOR NÃO DOBRAR ESTA FOLHA

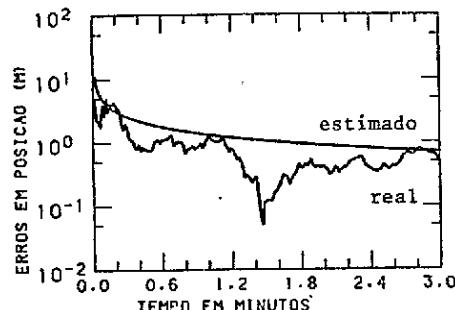


Fig. 5: Erros em posição, sem divergência.

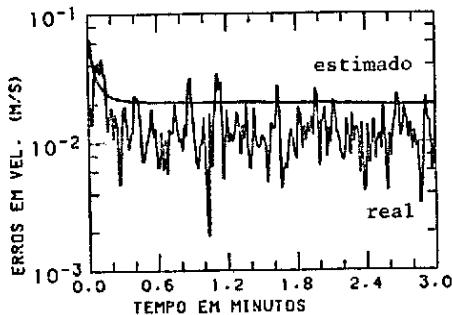


Fig. 6: Erros em velocidade, sem divergência.

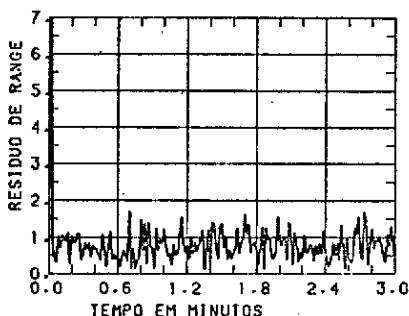


Fig. 7: Resíduo normalizado de "range", sem divergência.

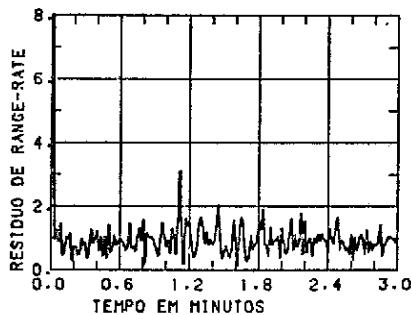


Fig. 8: Resíduo normalizado de "range_rate", sem divergência.

Reduction 10 to 3

PLEASE DO NOT FOLD THIS SHEET

4º CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA

DEIXE ESTE ESPAÇO SEMPRE Vazio AS PÁGINAS / LEAVE THIS SPACE EMPTY ON ALL PAGES

A datilografia de
todas as páginas
(exceto a 1ª página),
deve começar aqui

Typing for all pages
(with the exception
of page "should
commence here")

LAYOUT PARA A
PRIMEIRA PÁGINA

LAYOUT FOR
THE FIRST PAGE

Além disso, foram executados testes para uma e duas estações de rastreamento, onde se verificou a convergência estatística. Em tais casos obtiveram-se precisões de 150 m e 2 m/s para uma estação, e 10 m e 0,1 m/s para duas estações (Rios Neto e Kuga, 1982).

5. CONCLUSÃO

A divergência das estimativas surge devendo, principalmente, à discrepância do modelo matemático do estimador em relação às condições de operação real do filtro de Kalman. Todavia, os testes efetuados indicam que, com o emprego do estimador adaptativo de ruído, mesmo em casos onde essa discrepancia é acen-tuada, o filtro adquire a estabilidade adequada, mantendo a coerência estatística e fornecendo estimativas de boa precisão. Os testes indicam, também, que é válida a aplicação do procedimento na estimativa do estado de sistemas não-lineares, em tempo real.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bierman, G.J. (1977). Factorization Methods for Discrete Sequential Estimation. Academic Press, Capítulo V:82-111.
- Fitzgerald, R.J. (1971). "Divergence of the Kalman Filter". IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC16, nº 6:736-747.
- Jazwinski, A.H. (1969). "Adaptive Filtering". Automática, Vol. 5:475-485.
- Jazwinski, A.H. (1970). Stochastic Processes and Filtering Theory. Academic Press, Capítulo 7:194-231, Capítulo 9:311-318.
- Kuga, H.K. (1982). Estimação Adaptativa de Órbitas Aplicada a Satélites a Baixa Altitude. Tese de Mestrado em Ciência Espacial, São José dos Campos, INPE. (INPE-2316-TDL/079).
- Negreiros de Paiva, R. (1980). Simulação da Órbita e de Observações de um Satélite Artificial ao Redor da Terra. São Jose dos Campos, INPE. (INPE-1955-RPE/269).
- Rios Neto, A.; Kuga, H.K. (1981). "Estimação Adaptativa e em Tempo Real de Órbitas de Satélites Artificiais a Baixa Altitude". In: Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, 6, Rio de Janeiro, 15-18 Dez., 1981. Anais, Rio de Janeiro, Associação Brasileira de Ciências Mecânicas, 1981, Vol. B:405-414.
- Rios Neto, A.; Kuga, H.K. (1982). Estimação Adaptativa do Ruído no Estado para Estimadores Sequenciais. São José dos Campos, INPE. (INPE-2385-RPI/069).

Não ultrapasse este limão

Redução de 10 para 8

No text below this line

Reduction 10 to 8