1. Publicação nº
INPE-2748-PRE/324

2. Versão

3. Data
Maio, 1983

5. Distribuição
☐ Interna ☒ Externa
☐ Restrita

4. Origem
DMC/DDO

Programa
ORBAT

6. Palavras chaves - selecionadas pelo(s) autor(es)
MÉTODO SEMI-ANALÍTICO
ACOPLAMENTO COM O GEOPOTENCIAL
TEORIA DE PROPAGAÇÃO DE ÓRBITAS
SATÉLITES DE BAIXA ALTITUDE

7. C.D.U.: *681.5.015.4:629.7.076.6*

8. Título *INPE-2748-PRE/324*

UM MÉTODO SEMI-ANALÍTICO DE PROPAGAÇÃO DE ÓRBITAS PARA ANÁLISE DE MISSÕES

10. Páginas: *09*

11. Última página: *08*

12. Revisada por

Wilson C C Silva

Wilson C.C. da Silva

13. Autorizada por

Parada

Nelson de Jesus Parada
Diretor

9. Autoria *Válder Matos de Medeiros*

Assinatura responsável Válder medeiros

14. Resumo/Notas

O trabalho apresenta uma versão dos atuais métodos semi-analíticos para propagação de órbita, aplicada basicamente à análise de missões para satélites de baixa altitude. O método consiste na aplicação de uma expansão em série de Taylor, nos elementos de variação secular, para melhoria da precisão na propagação dos elementos médios da órbita. Esses elementos passam a ter forma polinomial quadrática, cujos coeficientes quadráticos aparecem como acoplamentos do geopotencial com as demais perturbações.

15. Observações *Este trabalho será apresentado no VII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica - COBEM 83 - Uberlândia, MG, de 13 a 16 de dezembro de 1983.*

ANAIS

COBEM 83

VII CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA

UBERLÂNDIA, 13 – 16 de dezembro de 1983

PROCEEDINGS

UFU

TRABALHO
PAPER Nº P.P.

UM MÉTODO SEMI-ANALÍTICO DE PROPAGAÇÃO DE ÓRBITAS PARA ANÁLISE DE MISSÕES

VALDER MATOS DE MEDEIROS

Instituto de Pesquisas Espaciais - INPE
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq

SUMÁRIO

O trabalho apresenta uma versão dos atuais métodos semi-analíticos para propagação de órbita, aplicada basicamente à análise de missões para satélites de baixa altitude. O método consiste na aplicação de uma expansão em série de Taylor, nos elementos de variação secular, para melhoria da precisão na propagação dos elementos médios da órbita. Esses elementos passam a ter forma polinomial quadrática, cujos coeficientes quadráticos aparecem como acoplamentos do geopotencial com as demais perturbações.

SUMMARY

This work presents a version of the semi-analytical methods of the present time for the orbital propagation, applied basically in mission analysis for close Earth satellites. The method consists of the application of the Taylor series expansion, in the secular variation elements to improve the accuracy of the propagation of the mean elements of the orbit. These elements take a quadratic polynomical form, where the quadratic coefficients appear as coupling of the geopotential with the other perturbations.

1. Introdução

A solução do movimento perturbado ganhou dimensões nos métodos analíticos devido à presença do pequeno parâmetro perturbador, que contribui fisicamente para que a solução do problema perturbado esteja próxima à solução do movimento não-perturbado. A existência do pequeno parâmetro propiciou o aparecimento do método da média, explorado nos primeiros métodos analíticos como o de Krylov-Bogoliubov [5], que tornaram viável o desenvolvimento das teorias semi-analíticas divulgadas a partir da década de setenta.

Uma teoria de média numérica foi sugerida em [6], onde se determina numericamente a média da taxa de variação dos elementos orbitais, considerando todas as perturbações (gravitacional, atrito atmosférico, pressão de radiação, etc.) sobre uma revolução do satélite. O conceito básico da teoria semi-analítica atual [2], sugere a média analítica para perturbações conservativas e a média numérica para perturbações não-conservativas. Esse conceito introduziu o método semi-analítico, tido atualmente como o mais poderoso para análise do comportamento orbital por longo período de tempo.

A maioria dos autores [3] aproveitam a solução analítica, desenvolvida para o movimento do satélite artificial sob influência do potencial zonal perturbador, como solução conhecida na abordagem semi-analítica. Analiticamente, os elementos keplerianos médios:

$$\underline{k}'' = \{a'', e'', i'', \Omega'', \omega'', M''\}^T ,$$

onde a é o semi-eixo maior, e a excentricidade, i a inclinação, Ω a ascensão reta do nó ascendente, ω o argumento do perigeu, M a anomalia média e as duas linhas denotam os elementos médios que são constantes ou lineares no tempo como apresentado em [1], ou seja:

$$
\begin{aligned}
a'' &= a_0, \\
e'' &= e_0, \\
i'' &= i_0, \\
\Omega'' &= \Omega_0 + \Omega_1(a'',e'',i'')t, \\
\omega'' &= \omega_0 + \omega_1(a'',e'',i'')t, \\
M'' &= M_0 + M_1(a'',e'',i'')t,
\end{aligned}
\tag{1}
$$

onde os elementos com índices 0 e 1 denotam, respectivamente, as constantes de integração do método analítico e os coeficientes dos termos lineares que até primeira ordem [5] são:

$$
\begin{aligned}
\Omega_1(a'',e'',i'') &= -\frac{3}{2} J_2 \frac{R_e}{a''^2(1-e''^2)^2} M_1 \cos i'', \\
\omega_1(a'',e'',i'') &= \frac{3}{2} J_2 \frac{R_e{}^2}{a''^2(1-e''^2)^2} M_1 \left(2-\frac{5}{2}\,\mathrm{sen}^2 i''\right), \qquad (2) \\
M_1(a'',e'',i'') &= \sqrt{\frac{\mu}{a''^3}} \left[1+\frac{3}{2} J \frac{R_e{}^2\sqrt{1-e''^2}}{a''\ (1-e''\ )} \left(1-\frac{3}{2}\,\mathrm{sen}^2 i''\right)\right].
\end{aligned}
$$

Neste trabalho adota-se como conhecida a solução analítica do movimento do satélite artificial sob efeito do geopotencial zonal (Equações (1)), aplicando o método de variação dos parâmetros sobre os elementos médios desta solução e considerando como não-conhecidas todas as influências das demais perturbações, que são tratadas como no conceito introduzido em [2]. Os elementos instantâneos da órbita (Figura 1) podem então ser obtidos a partir da transformação desenvolvida em [1].

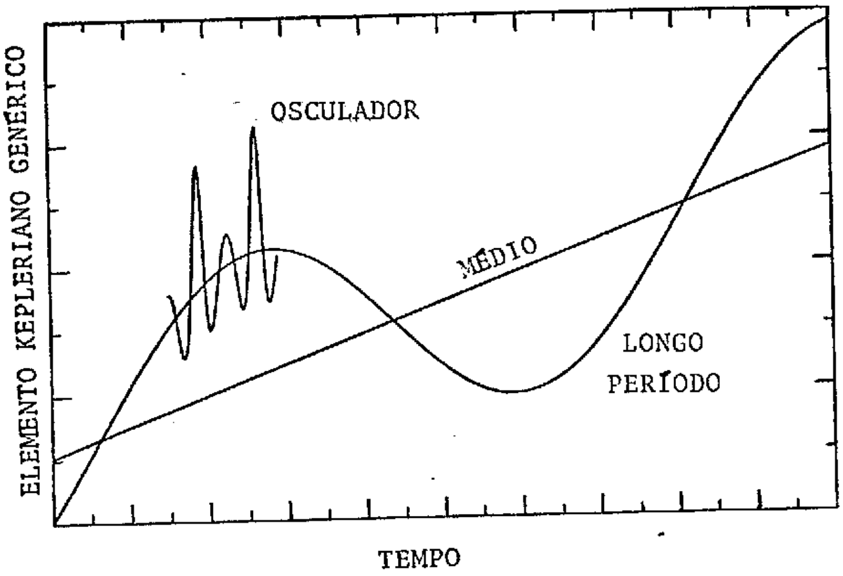

Fig. 1. Elementos orbitais obtidos pela transformação da teoria de Brouwer.

2. O Método Semi-analítico

A partir dos seis elementos keplerianos $\underline{k}''$ e em virtude da Equação (1), tem-se que:

$$\frac{da''}{dt} = 0,$$

$$\frac{de''}{dt} = 0,$$

$$\frac{di''}{dt} = 0, \tag{3}$$

$$\frac{d\Omega''}{dt} = \Omega_1(a'',e'',i''),$$

$$\frac{d\omega''}{dt} = \omega_1(a'',e'',i''),$$

$$\frac{dM''}{dt} = M_1(a'',e'',i'').$$

Considerando k_i um elemento do conjunto $\underline{k}$ de elementos orbitais e ε_j o pequeno parâmetro correspondente a uma determinada influência perturbadora (atrito atmosférico, pressão de radiação, etc.), a taxa de variação do elemento orbital i em função da influência perturbadora j pode ser colocada na forma:

$$\frac{dk_i}{dt} = f_{i,j}(\underline{k},\ \varepsilon_j),\ i = 1,6. \tag{4}$$

Elimina-se a componente de curto período através da integração das Equações (4) num período orbital (T) na forma:

$$\frac{dk_i''}{dt} = \frac{1}{T}\int_o^T f_{i,j}(\underline{k},\ \varepsilon_j)dt\ ,\ i = 1,6, \tag{5}$$

onde $\underline{k}''$ são os elemen-os orbitais médios. A taxa de variação média dada na Equação (5) pode ser considerada constante dentro de certo intervalo de validade da propagação que depende da regularidade da influência perturbadora. Essa taxa deverá ser recalculada após este intervalo.

Considerando o método em primeira ordem, as taxas obtidas a partir da Equação (5) podem ser comadas algebricamente às taxas conhecidas a partir do método de Brouwer nas Equações (3). Assim, a taxa de variação dos três primeiros elementos (a",e",i") é constante e fica:

$$\begin{aligned} \frac{da''}{dt} &= \sum_j \left[\frac{1}{T}\int_o^T f_{1,j}(\underline{k},\ \varepsilon_j)dt\right], \\ \frac{de''}{dt} &= \sum_j \left[\frac{1}{T}\int_o^T f_{2,j}(\underline{k},\ \varepsilon_j)dt\right], \\ \frac{di''}{dt} &= \sum_j \left[\frac{1}{T}\int_o^T f_{3,j}(\underline{k},\ \varepsilon_j)dt\right], \end{aligned} \tag{6}$$

que integrados podem assumir a forma:

$$a'' = a_0 + a_1 t \ ; \ e'' = e_0 + e_1 t \ ; \ i'' = i_0 + i_1 t. \tag{7}$$

Devido à variação de a", e" e i", os três últimos elementos (Ω'', ω'', M") possuem as seguintes taxas de variação:

$$\frac{d\Omega''}{dt} = \Omega_1(a''(t),\ e''(t),\ i''(t)) + \sum_j \left[\frac{1}{T} \int_0^T f_{4,j}(\underline{k},\ \varepsilon_j)dt \right],$$

$$\frac{d\omega''}{dt} = \omega_1(a''(t),\ e''(t),\ i''(t)) + \sum_j \left[\frac{1}{T} \int_0^T f_{5,j}(\underline{k},\ \varepsilon_j)dt \right], \tag{8}$$

$$\frac{dM''}{dt} = M_1(a''(t),\ e''(t),\ i''(t)) + \sum_j \left[\frac{1}{T} \int_0^T f_{6,j}(\underline{k},\ \varepsilon_j)dt \right].$$

Expandindo a primeira parcela das Equações (8) em série de Taylor em primeira ordem de t, tem-se:

$$\Omega_1(a'',e'',i'') = \Omega_1(a_0,e_0,i_0) + \left[\frac{\partial\Omega_1}{\partial a''}\frac{da''}{dt} + \frac{\partial\Omega_1}{\partial e''}\frac{de''}{dt} + \frac{\partial\Omega_1}{\partial i''}\frac{di''}{dt} \right] t,$$

$$\omega_1(a'',e'',i'') = \omega_1(a_0,e_0,i_0) + \left[\frac{\partial\Omega_1}{\partial a''}\frac{da''}{dt} + \frac{\partial\Omega_2}{\partial e''}\frac{de''}{dt} + \frac{\partial\Omega_1}{\partial i''}\frac{di''}{dt} \right] t, \tag{9}$$

$$M_1(a'',e'',i'') = M_1(a_0,e_0,i_0) + \left[\frac{\partial\Omega_1}{\partial a''}\frac{da''}{dt} + \frac{\partial\Omega_1}{\partial e''}\frac{de''}{dt} + \frac{\partial\Omega_1}{\partial i''}\frac{di''}{dt} \right] t,$$

que substituídas nas Equações (8) fornecerão a taxa de variação para Ω'', ω'' e M" lineares no tempo. Os termos constantes podem ser definidos como:

$$\Omega_1^* = \Omega_1(a_0,e_0,i_0) + \sum_j \left[\frac{1}{T} \int_0^T f_{4,j}(\underline{k},\ \varepsilon_j)dt \right],$$

$$\omega_1^* = \omega_1(a_0,e_0,i_0) + \sum_j \left[\frac{1}{T} \int_0^T f_{5,j}(\underline{k},\ \varepsilon_j)dt \right], \tag{10}$$

$$M_1^* = M_1(a_0,e_0,i_0) + \sum_j \left[\frac{1}{T} \int_0^T f_{6,j}(\underline{k},\ \varepsilon_j)dt \right].$$

Conhecidas as expressões analíticas para $\Omega_1(a'',e'',i'')$, $\omega_1(a'',e'',i'')$ e $M_1(a'',e'',i'')$ a partir das Equações (2), as derivadas parciais das Equações (9) são obtidas. Portanto, as taxas de variação de a'', e'' e i'' calculadas nas Equações (6) fornecem, na integração das Equações (9):

$$\begin{aligned} \Omega'' &= \Omega_0 + \Omega_1^* t + \Omega_2 t^2, \\ \omega'' &= \omega_0 + \omega_1^* t + \omega_2 t^2, \\ M'' &= M_0 + M_1^* t + M_2 t^2, \end{aligned} \tag{11}$$

onde os coeficientes dos termos quadráticos fornecem o acoplamento entre o geopotencial perturbador e as demais perturbações que, calculadas a partir das Equações (2) até J_2, ficam na forma:

$$\begin{aligned} \Omega_2 &= \Omega_1 \left[-\frac{7}{4}\frac{a_1}{a_0} + \frac{2e_0e_1}{(1-e_0^2)} - \frac{1}{2}\, i_1 \operatorname{tg} i_0 \right], \\ \omega_2 &= \omega_1 \left[-\frac{7}{4}\frac{a_1}{a_0} + \frac{2e_0e_1}{(1-e_0^2)} - \frac{5}{2}\, \Omega_1\, i_1 \operatorname{sen} i_0 \right], \end{aligned} \tag{12}$$

$$M_2 = \sqrt{\frac{\mu}{a_0^3}} \left\{ -\frac{3}{4}\frac{a_1}{a_0} + \left[-\frac{7}{2}\frac{a_1}{a_0} + \frac{3e_0e_1}{2(1-e_0)} \right] \times \right.$$

$$\left. \times \left[\frac{3}{4} J_2 \left(\frac{R_e}{a^0}\right)^2 \frac{(3\cos^2 i_0 - 1)}{\sqrt{(1-e_0^2)^3}} \right] \right\} - \frac{3}{2}\sqrt{1-e_0^2}\, \Omega_1\, i_1 \operatorname{sen} i_0 .$$

A propagação dos elementos médios pode então ser feito analiticamente através das Equações (7) e (11), dentro de um intervalo de validade que deve ser avaliado através de um estudo das influências perturbadoras sobre a órbita a ser propagada.

3. Comentários e Conclusões

O método apresentado revelou-se excelente no tratamento de perturbações dissipativas ou não sobre órbitas de saté lites artificiais de baixa altitude.

A finalidade básica do trabalho é voltada principalmente para projeto e análise de missões de satélites artificiais de baixa altitude [4], mas o procedimento revelou-se versátil também na propagação de órbitas para geração de efemérides de satélites artificiais. Um programa em FORTRAN denominado PREVISAT, desenvolvido no Instituto de Pesquisas Espaciais, utiliza os procedimentos descritos para rastreio de satélites meteorológicos com propagação de efemérides por tempo superior a um mês, fornecendo resultados mais precisos do que os obtidos pelos propagadores semi-analíticos usuais.

REFERÊNCIAS

[1] Brouwer, D., "Solution of the Problem of Artificial Satellite Theory Without Drag", The Astronomical Journal, 64(9):378-397, Nov. 1959.

[2] Cefola, P.; Long, A.; Holloway, G., "The Long-Term Prediction of Artificial Satellite Orbits", AIAA Aerospace Science Meeting, Washington, DC, Feb. 1974.

[3] Liu, J.J.F.; Alford, R.L., "Semianalytic Theory for a Close-Earth Artificial Satellite", Journal of Guidance and Control, 3(4):304-311, July-Aug., 1980.

[4] Medeiros, V.M., "Análise de Missões: Definição da Geometria Orbital de Satélites Artificiais", São José dos Campos, SP, INPE. (No prelo).

[5] Nayfeh, A.H.; "Perturbation Methods", New York, J. Willey, 1972.

[6] Uphoff, C., "Numerical Averaging in Orbit Prediction", AIAA Journal, 11(11):1513-1516, Nov. 1973.