

1. Publicação nº <i>INPE-3189-PRE/553</i>	2. Versão	3. Data <i>Julho, 1984</i>	5. Distribuição <input type="checkbox"/> Interna <input checked="" type="checkbox"/> Externa <input type="checkbox"/> Restrita
4. Origem <i>DGA/DIO</i>	Programa <i>IONO</i>		
6. Palavras chaves - selecionadas pelo(s) autor(es) <i>IONOSFERA PROPAGAÇÃO DE ONDAS FÍSICA DE PLASMAS</i>			
7. C.D.U.:			
8. Título <i>PROPAGAÇÃO DE ONDAS ELETROMAGNÉTICAS EM MEIOS MAGNETOIÔNICOS</i>		10. Páginas: <i>31</i>	
		11. Última página: <i>28</i>	
		12. Revisada por	
9. Autoria <i>R.A. Medrano-B.</i>		 <i>I.J. Kantor</i>	
 Assinatura responsável		13. Autorizada por 	
14. Resumo/Notas <i>Partindo das equações de Maxwell determinam-se as características de propagação das ondas eletromagnéticas no espaço livre. Justifica-se a validade da aproximação hidrodinâmica a ser utilizada e reduz-se o tensor de condutividade do meio magnetoiônico. Aplicando as equações de Maxwell ao meio em estudo, determina-se a relação de dispersão (fórmula de Appleton-Hartree). A polarização da onda é definida e sua expressão matemática em termos dos parâmetros do plasma, desenvolvida. Finalmente, são determinadas as características físicas de propagação das ondas eletromagnéticas em termos da fórmula de Appleton-Hartree e da polarização das ondas, ressaltando estas propriedades em termos das suas aplicações.</i>			
15. Observações <i>Parte do curso "Geofísica da Alta Atmosfera", patrocinado pela Sociedade Brasileira de Geofísica durante a 36ª Reunião Anual da SBPC, 4-11 de julho, na Universidade de São Paulo, 1984.</i>			

PROPAGAÇÃO DE ONDAS ELETROMAGNÉTICAS EM MEIOS MAGNETOIÔNICOS

Renê A. Medrano-B.

Instituto de Pesquisas Espaciais - INPE
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq
12200 São José dos Campos, S.P., Brasil

RESUMO

Partindo das equações de Maxwell determinam-se as características de propagação das ondas eletromagnéticas no espaço livre. Justifica-se a validade da aproximação hidrodinâmica a ser utilizada e deduz-se o tensor de condutividade do meio magneto-iônico. Aplicando as equações de Maxwell ao meio em estudo, determina-se a relação de dispersão (fórmula de Appleton-Hartree). A polarização da onda é definida e sua expressão matemática em termos dos parâmetros do plasma, desenvolvida. Finalmente, são determinadas as características físicas da propagação das ondas eletromagnéticas em termos da fórmula de Appleton-Hartree e da polarização das ondas.

PROPAGAÇÃO DE ONDAS ELETROMAGNÉTICAS EM MEIOS MAGNETOIONICOS

Renê A. Medrano-B.

Instituto de Pesquisas Espaciais - INPE
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq
12200 São José dos Campos, S.P., Brasil

ABSTRACT

Starting from the Maxwell's equations, the propagation characteristics of electromagnetic waves in vacuum are determined. The validity of the hydrodynamic approximation used is justified and the tensor conductivity of the magnetoionic medium is derived. Next, by applying the Maxwell's equations to this medium, the dispersion relation (Appleton-Hartree formula) is determined. The wave polarization is defined and its mathematical expression in terms of the plasma parameters is derived. Finally, the wave propagation characteristics and their physical interpretation, in terms of the Appleton-Hartree formula and wave polarization, are determined stressing the results by their applications.

1- INTRODUÇÃO

Como se sabe, a ionosfera é a parte da atmosfera que se encontra parcialmente ionizada devido à ação dos raios ultravioletas e X da radiação solar. Este meio ionizado encontra-se num campo magnético ambiental que é o campo geomagnético. Este trabalho consiste no estudo sucinto da propagação de ondas eletromagnéticas, especificamente as ondas de rádio, no plasma geomagnetizado.

O tratamento é de ondas que se propagam num meio de dimensões infinitas, parcialmente ionizado, de baixa temperatura, e num campo magnético ambiental. Naturalmente, o plasma é eletricamente neutro, no sentido de que o número de cargas negativas (quase na totalidade composta de elétrons) é igual ao de cargas positivas (íons). Num meio plasmático podem existir, além das ondas eletromagnéticas, vários tipos de onda se propagando: ondas de choque, ondas de plasma (das mais variadas), ondas hidromagnéticas, etc. Cada um destes tipos de onda tem a sua própria teoria que não é nem mencionada neste trabalho.

2- PROPAGAÇÃO NO ESPAÇO LIVRE

As equações de Maxwell, no sistema MKS racionalizado, para o espaço livre (sem cargas eletrônicas $\rho = 0$, nem correntes $\underline{j} = 0$) são dadas por:

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{E} = 0, \quad (2.1)$$

$$\underline{\nabla} \times \underline{E} = - \frac{\partial \underline{B}}{\partial t}, \quad (2.2)$$

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{B} = 0, \quad (2.3)$$

$$\underline{\nabla} \times \underline{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \underline{E}}{\partial t}, \quad (2.4)$$

onde c é a velocidade da luz no vácuo.

Combinando o rotacional da Equação 2.2 com a Equação 2.4, tem-se:

$$\underline{\nabla} \times (\underline{\nabla} \times \underline{E}) = - \frac{\partial}{\partial t} (\underline{\nabla} \times \underline{B}) \equiv - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \underline{E}. \quad (2.5)$$

Por outro lado o primeiro membro da equação anterior fica:

$$\underline{\nabla} \times (\underline{\nabla} \times \underline{E}) = \underline{\nabla} (\underline{\nabla} \cdot \underline{E}) - \nabla^2 \underline{E} = -\nabla^2 \underline{E} \quad (2.6)$$

Assim, as Equações 2.5 e 2.6 fornecem:

$$\nabla^2 \underline{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \underline{E}}{\partial t^2} = 0. \quad (2.7)$$

Esta é a equação da onda para cada uma das componentes de \underline{E} . A solução da Equação 2.7 em coordenadas cartesianas é bem conhecida:

$$\underline{E} = \underline{E} e^{-i(\underline{k} \cdot \underline{x} - \omega t)}, \quad (2.8)$$

onde

$$\omega = kc \quad (k = |\underline{k}|);$$

$$\underline{k} = k_1 \hat{e}_1 + k_2 \hat{e}_2 + k_3 \hat{e}_3;$$

$$\underline{x} = x_1 \hat{e}_1 + x_2 \hat{e}_2 + x_3 \hat{e}_3;$$

E = constante (unidades de campo elétrico) que pode, em geral ser um número complexo.

A forma complexa de representar o vetor \underline{E} , na Equação 2.8, é convencional. Naturalmente, no campo elétrico complexo \underline{E} o que realmente tem sentido físico é a parte real de \underline{E} , isto é:

$$\text{campo elétrico real} = \text{Re} \{ \underline{E} \}.$$

Pode-se verificar que:

$$\underline{\nabla} e^{-i(\underline{k} \cdot \underline{x} - \omega t)} = -i \underline{k} e^{-i(\underline{k} \cdot \underline{x} - \omega t)},$$

isto é:

$$\underline{\nabla} \rightarrow -i \underline{k} \quad \text{e} \quad \underline{\nabla} \cdot \underline{\nabla} = \nabla^2 \rightarrow -k^2, \quad (2.9a)$$

e que:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow i\omega \quad \text{e} \quad \frac{\partial^2}{\partial t^2} \rightarrow -\omega^2. \quad (2.9b)$$

Pode-se verificar que, com a substituição destes operadores, a Equação 2.7 é satisfeita.

De uma maneira análoga pode-se ver que, aplicando o rotacional à Equação 2.4, obtêm-se uma equação igual à 2.7, portanto:

$$\underline{B} = \underline{B} e^{-i(\underline{k} \cdot \underline{x} - \omega t)}. \quad (2.10)$$

Aqui também, em geral:

$$\text{Campo de indução magnética} = \text{Re} \{ \underline{B} \}.$$

Nas Equações 2.8 e 2.10 o vetor \underline{k} é chamado *vetor de propagação* e define a direção de propagação da onda ($k = 2\pi/\lambda =$ número de onda). A constante ω é a frequência angular da onda ($\omega = 2\pi f$).

É interessante saber a relação geométrica que existe entre a direção de propagação e os campos \underline{E} e \underline{B} da onda. Para isto substituem-se as Equações 2.9a e 2.9b nas Equações 2.2 e 2.4, respectivamente, obtendo-se

$$\underline{k} \times \underline{E} = \omega \underline{B}, \quad (2.11)$$

$$\underline{k} \times \underline{B} = -\frac{\omega}{c^2} \underline{E}.$$

Fazendo o produto vetorial desta última equação com \underline{k} e substituindo a Equação 2.11 no resultado, tem-se:

$$\underline{k} \cdot \underline{E} = 0. \quad (2.12)$$

As Equações 2.11 e 2.12 indicam que \underline{k} , \underline{E} e \underline{B} são vetores mutuamente ortogonais. Por exemplo, se $\underline{k} = k\hat{e}_3$ e $\underline{E} = E\hat{e}_3$, então $\underline{B} = B\hat{e}_2$, conforme mostra a Figura 2.1. O plano formado pelos vetores \underline{E} e \underline{B} é o plano chamado frente da onda.

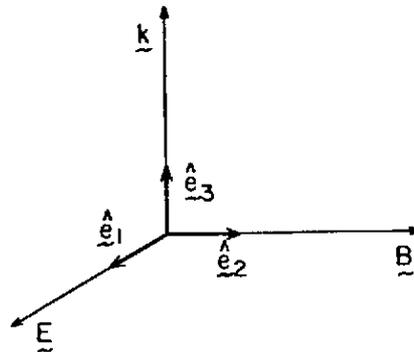


Fig. 2.1 - Orientação dos vetores \underline{k} (direção de propagação), \underline{E} e \underline{B} numa onda plana.

3- APROXIMAÇÃO HIDRODINÂMICA

O tratamento anterior correspondeu à propagação de ondas eletromagnéticas no vácuo. Naturalmente, quando no meio existem cargas e partículas neutras, além de um campo magnético constante, o problema da propagação torna-se extremamente complicado. A aproximação hidrodinâmica é uma simplificação do problema que, contudo, permite chegar a conclusões interessantes. Consiste em tratar os constituintes do gás como um fluido, à diferença do tratamento cinético onde o importante é

o movimento individual das partículas. Esta teoria é aplicável apenas quando o comprimento de onda, da radiação eletromagnética que se propaga, é muito maior do que as distâncias interatômicas do gás.

As colisões entre partículas neutras e íons, ou entre partículas neutras (colisões térmicas) e as interações coulombianas entre íons, são as principais interações do gás. O efeito coletivo das interações se manifesta como uma força de atrito, que tende a diminuir as diferenças que poderiam existir entre os movimentos organizados de dois gases. Por exemplo, entre um gás de elétrons e outro de partículas mais pesadas (átomos e moléculas neutras), existem colisões que alteram a distribuição de velocidades dos elétrons convertendo uma distribuição de velocidades uniforme, em movimento aleatório ou térmico; isto reduz a velocidade média do fluido eletrônico. O efeito de colisões entre gases de massas comparáveis é o mesmo, embora os processos sejam bem mais complicados.

A força de atrito entre um gás de elétrons, com velocidade média \underline{V} , e um gás de moléculas estacionárias é:

$$\underline{f} = - m_e \nu \underline{V}, \quad (3.1)$$

onde m_e é a massa do elétron e ν , a frequência de colisões entre elétrons e moléculas.

As interações por longo tempo contribuem para que o plasma se comporte de maneira a ter características coletivas. Assim, um gás de elétrons e outro de íons misturam-se até fazer desaparecer qualquer campo elétrico macroscópico, dando ao conjunto características de um gás eletricamente neutro.

A equação de movimento, denominada também de equação de conservação de momentum, para um fluido constituído de partículas de n espécies diferentes (massas m_s , velocidade média \underline{V}_s , cargas q_s , densidade numérica N_s [número de partículas por unidade de volume], pressão

parcial P_s , força de atrito devida a colisões f_s) o qual se encontra num campo elétrico \underline{E} e magnético \underline{B} , é dada por:

$$m_s \frac{d\vec{v}_s}{dt} = q_s (\underline{E} + \vec{v}_s \times \underline{B}) - \frac{1}{N_s} \nabla P_s + \vec{f}_s, \quad (3.2)$$

onde

$$\frac{d\vec{v}_s}{dt} = \frac{\partial \vec{v}_s}{\partial t} + (\vec{v}_s \cdot \nabla) \vec{v}_s.$$

O termo ∇P_s na Equação 3.2 é importante somente quando a velocidade da onda é da mesma ordem de grandeza, ou maior que, a velocidade média quadrática (ou velocidade térmica) das partículas. Em geral, este não é o caso das ondas de rádio na ionosfera; por esta razão este termo é negligenciado no que se segue.

A Equação 3.1 é uma equação não-linear (devido à presença dos termos $(\vec{v}_s \cdot \nabla) \vec{v}_s$ e $\vec{v}_s \times \underline{B}$) e, portanto, de difícil solução. Contudo, supondo que as variações de \vec{v}_s são devidas unicamente às flutuações de \underline{E} e \underline{B}_w (sendo estas muito pequenas por serem campos da onda que se propaga), e que $\underline{B} = \underline{B}_0 + \underline{B}_w$, a Equação 3.1 se simplifica consideravelmente, linearizando-se, uma vez que os termos $(\vec{v}_s \cdot \nabla) \vec{v}_s$ e $\vec{v}_s \times \underline{B}_w$ são de segunda ordem. Com estas considerações, a Equação 3.1 fica:

$$m_s \frac{\partial \vec{v}_s}{\partial t} = q_s (\underline{E} + \vec{v}_s \times \underline{B}_0) + \vec{f}_s, \quad (3.3)$$

onde \underline{B}_0 é o campo magnético ambiental (i.e. geomagnético) constante.

Por outro lado, a densidade de corrente \underline{J} é:

$$\underline{J} = \sum_{s=1}^n (N_s + \delta N_s) q_s \vec{v}_s \cong \sum_s N_s q_s \vec{v}_s \quad (3.4)$$

4- TENSOR DE CONDUTIVIDADE

As Equações 3.3 e 3.4, já linearizadas, precisam ainda de mais algumas considerações. Naturalmente, entre todas as espécies a mais importante é a componente eletrônica (as restantes são as diversas espécies iônicas que podem existir), uma vez que é a mais leve ($m_e/m_p \cong 5.446 \times 10^{-4}$). Esta particularidade faz com que a resposta dos elétrons à aplicação de campos eletromagnéticos variáveis seja muito mais importante do que a dos íons que, comparativamente, podem ser considerados em repouso. Desta maneira as Equações 3.3 e 3.4 simplificam-se às equações correspondentes a um gás de elétrons. Com $\underline{V}_e = \underline{V}$, $m_e = m$, e $q_e = -e$, têm-se:

$$m \frac{\partial \underline{V}}{\partial t} = -e(\underline{E} + \underline{V} \times \underline{B}_0) - m \nu \underline{V}, \quad (4.1)$$

$$\underline{J} = -Ne\underline{V}, \quad (4.2)$$

onde $\underline{f} = -m\nu\underline{V}$ é a força de atrito do fluido eletrônico com as outras espécies.

Lembrando-se que tanto o campo \underline{E} como o \underline{B} das ondas planas (Equações 2.8 e 2.10) propagam-se com uma variação temporal representada pelo fator $e^{i\omega t}$, espera-se que o comportamento temporal de \underline{V} seja do mesmo tipo. Assim, com

$$\underline{V}(t) = \underline{V} e^{i\omega t}$$

e

$$\underline{J}(t) = \underline{J} e^{i\omega t}$$

as Equações 4.1 e 4.2 ficam:

$$i\omega \underline{\tilde{V}} = -\frac{e}{m} (\underline{\tilde{E}} + \underline{\tilde{V}} \times \underline{B}_0) - \nu \underline{\tilde{V}}, \quad (4.3)$$

$$\underline{J} = -Ne\underline{\tilde{V}}. \quad (4.4)$$

Da Equação 4.3 tem-se:

$$(\nu + i\omega) \underline{\tilde{V}} + \frac{e}{m} \underline{\tilde{V}} \times \underline{B}_0 = -\frac{e}{m} \underline{\tilde{E}}.$$

As componentes desta equação vetorial podem ser colocadas na forma:

$$(\nu + i\omega) V_1 + \frac{e}{m} B_{03} V_2 - \frac{e}{m} B_{02} V_3 = -\frac{e}{m} E_1,$$

$$-\frac{e}{m} B_{03} V_1 + (\nu + i\omega) V_2 + \frac{e}{m} B_{01} V_3 = -\frac{e}{m} E_2,$$

$$\frac{e}{m} B_{02} V_1 - \frac{e}{m} B_{01} V_2 + (\nu + i\omega) V_3 = -\frac{e}{m} E_3,$$

ou na forma matricial:

$$M \underline{\tilde{V}} = -\frac{e}{m} \underline{\tilde{E}}, \quad (4.5)$$

onde

$$M = \begin{pmatrix} \nu+i\omega & \frac{e}{m}B_{03} & \frac{e}{m}B_{02} \\ -\frac{e}{m}B_{03} & \nu+i\omega & \frac{e}{m}B_{01} \\ \frac{e}{m}B_{02} & -\frac{e}{m}B_{01} & \nu+i\omega \end{pmatrix}, \quad \underline{\tilde{V}} = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix}, \quad \underline{\tilde{E}} = \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix}. \quad (4.6)$$

Da mesma maneira, a Equação 4.4 pode ser escrita na forma matricial:

$$\underline{J} = -Ne\underline{v}. \quad (4.7)$$

Definindo a frequência angular ciclotrônica de elétrons (a frequência com que um elétron gira num campo \underline{B}_0) $\omega_c = \frac{e}{m} B_0$, pode-se verificar que:

$$\det M = (\nu+i\omega) [\omega_c^2 + (\nu+i\omega)^2];$$

portanto M^{-1} existe. Assim, da Equação 4.5 vem que:

$$\underline{v} = -\frac{e}{m} M^{-1} \underline{E}. \quad (4.8)$$

Substituindo a Equação 4.8 na 4.7, tem-se:

$$\underline{J} = \epsilon_0 \omega_p^2 M^{-1} \underline{E}, \quad (4.9)$$

onde $\omega_p^2 = Ne^2/\epsilon_0 m$ é chamado frequência angular do plasma, que fisicamente representa a frequência de oscilação entre elétrons e íons, devido ao campo elétrico gerado pela separação de cargas. Assim quando, por algum distúrbio qualquer, as cargas positivas e negativas são separadas, como mostrado na Figura 4.1a, cria-se um campo elétrico que tenta restaurar a neutralidade. Devido a esta força restauradora, as partículas carregadas, especialmente os elétrons, se rearranjam tentando anular este campo elétrico (ver Figura 4.1b), atingindo velocidades que os deslocam para o outro lado da posição de equilíbrio (ver Figura 4.1c) e assim sucessivamente, originando-se uma oscilação com frequência angular ω_p .

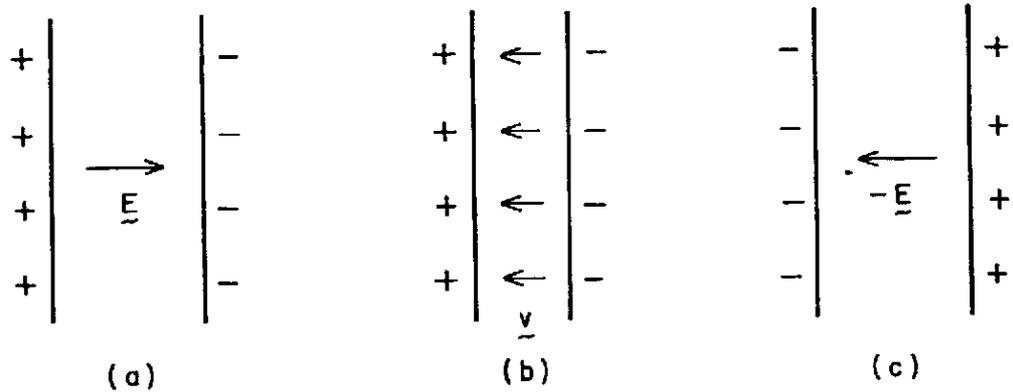


Fig. 4.1 - Oscilação do plasma.

a) Separação de cargas (existe um campo \underline{E}); b) os elétrons adquirem velocidades \underline{v} aproximando-se e, depois, atravessando a camada de íons; c) nova separação de cargas que gera o campo $-\underline{E}$.

A Equação matricial 4.9 pode ser escrita da seguinte forma para cada componente 1:

$$\underline{J}_1 = \sum_k (\epsilon_0 \omega_p^2 M^{-1})_{1k} E_k.$$

Chamando ainda:

$$\sigma_{1k} = (\epsilon_0 \omega_p^2 M^{-1})_{1k} \quad (4.10)$$

tem-se:

$$\underline{J}_1 = \sum_k \sigma_{1k} E_k. \quad (4.11)$$

Esta expressão corresponde ao produto interno, ou escalar, entre o tensor de segunda ordem $\underline{\sigma}$ e o vetor \underline{E} . Logo:

$$\underline{J} = \underline{\sigma} \cdot \underline{E}. \quad (4.12)$$

Naturalmente, as componentes do tensor $\underline{\underline{\sigma}}$, chamado *tensor de condutividade*, são as mesmas que as da matriz $\epsilon_0 \omega_p^2 \underline{\underline{M}}^{-1}$. Pode-se verificar que:

$$\underline{\underline{M}}^{-1} \det \underline{\underline{M}} = \begin{pmatrix} (\nu+i\omega)^2 + (\frac{e}{m} B_{01})^2 & -\frac{e}{m} B_{03}(\nu+i\omega) + (\frac{e}{m})^2 B_{01} B_{02} & (\frac{e}{m})^2 B_{01} B_{03} + \frac{e}{m} B_{02}(\nu+i\omega) \\ \frac{e}{m}(\nu+i\omega)B_{01} + (\frac{e}{m})^2 B_{01} B_{02} & (\nu+i\omega)^2 + (\frac{e}{m} B_{02})^2 & -\frac{e}{m} B_{01}(\nu+i\omega) + (\frac{e}{m})^2 B_{02} B_{03} \\ (\frac{e}{m})^2 B_{01} B_{03} - \frac{e}{m} B_{02}(\nu+i\omega) & \frac{e}{m} B_{01}(\nu+i\omega) + (\frac{e}{m})^2 B_{02} B_{03} & (\nu+i\omega)^2 + (\frac{e}{m} B_{03})^2 \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

Neste ponto, para poder expressar todas as componentes do tensor $\underline{\underline{\sigma}}$ em termos de ω_p e ω_c , escolhe-se um sistema de coordenadas no qual $\underline{\underline{B}}_0$ esteja no plano $\hat{e}_2 - \hat{e}_3$, como o indicado na Figura 4.2. Esta orientação é escolhida de maneira a reservar uma orientação mais simples para a direção $\underline{\underline{k}}$ (a qual será orientada ao longo de \hat{e}_3). Com esta orientação:

$$B_{01} = 0, \quad B_{02} = B_0 \sin \theta \quad \text{e} \quad B_{03} = B_0 \cos \theta$$

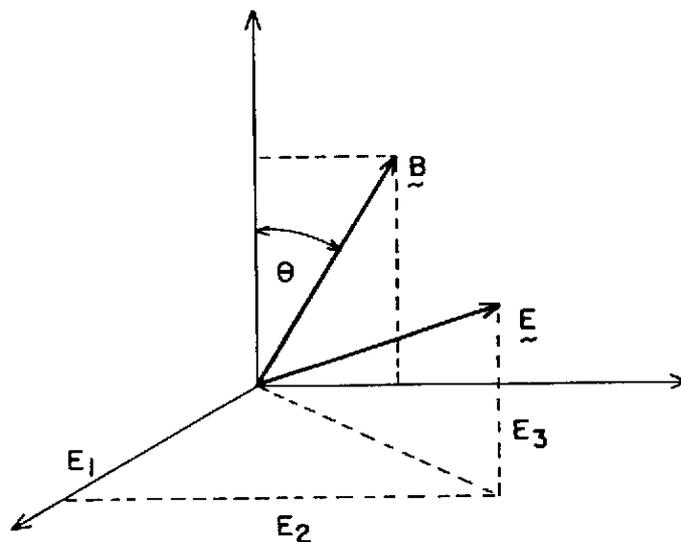


Fig. 4.2 - Orientação de $\underline{\underline{B}}$ e $\underline{\underline{E}}$ no sistema de coordenadas.

Assim, as componentes do tensor de condutividade $\underline{\sigma}$ serão:

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \frac{\epsilon_0 \omega_p^2 (\nu + i\omega)}{(\nu + i\omega)^2 + \omega_c^2} ; & \sigma_{12} &= \frac{-\epsilon_0 \omega_p^2 \omega_c \cos \theta}{(\nu + i\omega)^2 + \omega_c^2} ; \\ \sigma_{13} &= \frac{\epsilon_0 \omega_p^2 \omega_c \sin \theta}{(\nu + i\omega)^2 + \omega_c^2} ; & \sigma_{21} &= \frac{-\epsilon_0 \omega_p^2 \omega_c \cos \theta}{(\nu + i\omega)^2 + \omega_c^2} ; \quad \sigma_{12} = \sigma_{21} ; \\ \sigma_{22} &= \frac{\epsilon_0 \omega_p^2 [(\nu + i\omega)^2 + \omega_c^2 \sin^2 \theta]}{(\nu + i\omega) [(\nu + i\omega)^2 + \omega_c^2]} ; & \sigma_{23} &= \frac{\epsilon_0 \omega_p^2 \omega_c^2 \sin \theta \cos \theta}{(\nu + i\omega) [(\nu + i\omega)^2 + \omega_c^2]} ; \\ \sigma_{31} &= -\sigma_{13} ; \quad \sigma_{32} = \sigma_{23} ; & \sigma_{33} &= \frac{\epsilon_0 \omega_p^2 [(\nu + i\omega)^2 + \omega_c^2 \cos^2 \theta]}{(\nu + i\omega) [(\nu + i\omega)^2 + \omega_c^2]} . \end{aligned}$$

A Equação 4.12 é a chamada lei de Ohm.

5- RELAÇÃO DE DISPERSÃO

A relação de dispersão é uma equação que relaciona a frequência angular ω ($=2\pi f$) com o número de onda k ($= 2\pi/\lambda$) das ondas planas que podem existir num meio homogêneo muito grande. Apesar de que a análise a ser feita aplica-se somente às ondas planas (que se propagam segundo $e^{i(\omega t - \underline{k} \cdot \underline{x})}$), isto não significa que os resultados a serem obtidos não tenham utilidade para distúrbios eletromagnéticos mais complicados. Como se sabe, quase todos os distúrbios periódicos podem ser reduzidos a uma superposição de ondas planas por intermédio de uma análise de Fourier. Portanto, o estudo da propagação de ondas planas é fundamental.

Nas seções anteriores tem-se destacado que \underline{B}_0 é o campo magnético terrestre fixo; \underline{E} e \underline{B}_w são campos eletromagnéticos de ondas; e \underline{V} é a velocidade dos elétrons (os íons praticamente não respondem por serem pesados demais) em resposta aos campos presentes. Agora rela

cionar-se-ã a densidade de corrente \underline{J} dada pela Equação 4.12 a qual é devida unicamente ao movimento dos elétrons, com as equações de Maxwell para determinar as condições de propagação de ondas neste meio.

As equações de Maxwell são:

$$\begin{aligned} \text{a) } \underline{\nabla} \cdot \underline{D} &= \rho, & \text{b) } \underline{\nabla} \cdot \underline{B} &= 0, \\ \text{c) } \underline{\nabla} \times \underline{E} &= - \frac{\partial \underline{B}}{\partial t}, & \text{d) } \underline{\nabla} \times \underline{H} &= \underline{J} + \frac{\partial \underline{D}}{\partial t}, \end{aligned} \quad (5.1)$$

onde $\underline{B} = \underline{B}_0 + \underline{B}_w$, mas como \underline{B}_0 é constante, no que se segue o campo de indução da onda será representado apenas por \underline{B} .

Posto que o meio em estudo é gasoso, sem estruturas organizadas e, portanto, sem campos de polarização ($\underline{P} = 0$) nem magnetização ($\underline{M} = 0$), a relação entre os campos de deslocamento \underline{D} e elétrico \underline{E} e o campo magnético \underline{H} e de indução magnética \underline{B} é simplesmente:

$$\underline{D} = \epsilon_0 \underline{E}; \quad \underline{B} = \mu_0 \underline{H}, \quad (5.2)$$

onde, como antes, $\epsilon_0 =$ constante de permissividade elétrica; $\mu_0 =$ constante de permeabilidade magnética ($(\mu_0 \epsilon_0)^{-1} = c^2$; $c =$ velocidade da luz no vácuo).

As Equações 5.1a e 5.1b podem ser combinadas, fornecendo:

$$\underline{\nabla} \times (\underline{\nabla} \times \underline{E}) = - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \underline{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial \underline{J}}{\partial t}. \quad (5.3)$$

Agora, como se está tratando apenas de ondas planas se propagando, \underline{E} e \underline{B} são dadas pelas Equações 2.8 e 2.10. Por outro lado lembra-se que, para este caso, $\underline{\nabla} \rightarrow -ik$ e $\partial/\partial t \rightarrow i\omega$. Portanto, a Equação 5.3 fica:

$$-\underline{k} \times (\underline{k} \times \underline{E}) = \frac{\omega^2}{c^2} \underline{E} - i\mu_0\omega \underline{J}$$

ou

$$k^2 \underline{E} - \underline{k}(\underline{k} \cdot \underline{E}) - \frac{\omega^2}{c^2} \underline{E} = -i\mu_0\omega \underline{J}. \quad (5.4)$$

Escolhendo a orientação de \underline{k} ao longo do eixo \tilde{e}_3 , conforme tinha sido antecipado, i.e. $\underline{k} = k\tilde{e}_3$, a Equação 5.4 fica:

$$(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}) \sum_{m=1}^3 E_m \tilde{e}_m - k^2 E_3 \tilde{e}_3 = -i\mu_0\omega \sum_{m=1}^3 J_m \tilde{e}_m. \quad (5.5)$$

As componentes de \underline{J} da Equação 5.5 podem ser igualadas às similares da Equação 4.12. Assim, a componente J_1 da Equação 4.12 é:

$$J_1 = \sigma_{11} E_1 + \sigma_{12} E_2 + \sigma_{13} E_3,$$

ao passo que a da Equação 5.5 é:

$$J_1 = \frac{i}{\mu_0\omega} (k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}) E_1.$$

Igualando os segundos membros destas duas últimas equações e multiplicando-os por $i\mu_0\omega$, tem-se:

$$(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} + i\mu_0\omega \sigma_{11}) E_1 + i\mu_0\omega \sigma_{12} E_2 + i\mu_0\omega \sigma_{13} E_3 = 0. \quad (5.6)$$

De uma maneira análoga, as componentes de J_2 e J_3 fornecem as seguintes expressões:

$$i\mu_0\omega \sigma_{21} E_1 + (k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} + i\mu_0\omega \sigma_{22}) E_2 + i\mu_0\omega \sigma_{23} E_3 = 0, \quad (5.7)$$

$$i\mu_0\omega \sigma_{31}E_1 + i\mu_0\omega \sigma_{32}E_2 + \left(-\frac{\omega^2}{c^2} + i\mu_0\omega \sigma_{33}\right) E_3 = 0. \quad (5.8)$$

As componentes do tensor $\underline{\underline{\sigma}}$ (i.e. σ_{mn}) são as relacionadas na Equação 4.14. Observe-se que as Equações 5.6, 5.7 e 5.8 constituem um sistema homogêneo de equações algébricas. A solução trivial $E_1 = E_2 = E_3 = 0$ não se aplica a este sistema, porque elimina a existência de ondas eletromagnéticas. Para soluções não triviais, é necessário que o determinante do sistema seja nulo, isto é:

$$\begin{vmatrix} k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} + i\mu_0\omega \sigma_{11} & i\mu_0\omega \sigma_{12} & i\mu_0\omega \sigma_{13} \\ i\mu_0\omega \sigma_{21} & \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} + i\mu_0\omega \sigma_{22}\right) & i\mu_0\omega \sigma_{23} \\ i\mu_0\omega \sigma_{31} & i\mu_0\omega \sigma_{32} & -\frac{\omega^2}{c^2} + i\mu_0\omega \sigma_{33} \end{vmatrix} = 0. \quad (5.9)$$

Esta condição, que depende das características do plasma ω_p , ω_c e ν , chama-se *relação de dispersão* e define as características de propagação das ondas (ω , k e θ) neste meio magnetoionizado; em outras palavras, define as características das ondas que podem existir neste meio. Para escrever a equação de dispersão, costuma-se definir as seguintes grandezas adimensionais:

$$X = \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2; \quad Y = \frac{\omega_c}{\omega}; \quad Z = \frac{\nu}{\omega} \quad (5.10)$$

Lembrando-se que: $\omega_p^2 = Ne^2/\epsilon_0 m$, $\omega_c = e/m B_0$ e $\nu =$ número de colisões por segundo, pode-se ver que X representa a densidade numérica de elétrons, Y o campo de indução magnética ambiental (campo geomagnético) e Z o número de colisões. Com estas definições pode-se verificar que a Equação 5.9 pode ser escrita na forma:

$$n^2 = \left(\frac{ck}{\omega} \right)^2 = 1 - \frac{X}{1 - iZ - \frac{Y^2 \sin^2 \theta}{2(1-X-iZ)} \pm \sqrt{\frac{Y^4 \sin^4 \theta}{4(1-X-iZ)^2} + Y^2 \cos^2 \theta}}, \quad (5.11)$$

onde $n = c/(\omega/k)$ é o índice de refração (definido como a relação entre a velocidade de fase c da onda no vácuo e a velocidade de fase da onda $v = \omega/k$ no meio em questão), que vem a ser de extrema importância no estudo da propagação, reflexão e absorção das ondas. A Equação 5.11 é a conhecida fórmula de Appleton-Hartree. Note-se que, em geral, o índice de refração n é um número complexo:

$$n = \mu - i\chi. \quad (5.12)$$

Observe-se também que quando $Z = 0$ na Equação 5.11, $\chi = 0$; isto é, quando a frequência de colisões é negligenciável, o índice de refração é um número real. Ver-se-á agora o significado de n quando ele é um número complexo, em termos de propagação de onda. Supondo que a onda se propaga na direção \hat{e}_3 , tem-se:

$$\underline{A} = A_0 e^{i(\omega t - kx_3)},$$

onde \underline{A} pode ser tanto \underline{E} como \underline{B} . O fator exponencial sofre as seguintes transformações:

$$\begin{aligned} e^{i(\omega t - kx_3)} &= e^{i\omega(t - \frac{kx_3}{\omega})} = e^{i\omega(t - \frac{n}{c} x_3)} \\ &= e^{i\omega(t - \frac{\mu - i\chi}{c} x_3)} = e^{-\frac{\omega\chi}{c} x_3} e^{i\omega(t - \frac{\mu}{c} x_3)}. \end{aligned}$$

Note-se que a existência da parte imaginária χ (colisões) indica uma atenuação da onda. Note-se também que a onda se propaga com uma velocidade c/μ .

6- POLARIZAÇÃO DA ONDA

Outra característica de propagação das ondas planas é a chamada polarização. Lembra-se que a solução da equação da onda para o campo elétrico da onda, dado pela Equação 2.8, supondo que $\underline{k} = k\hat{e}_3$, é:

$$\underline{E} = \underline{E} e^{i(\omega t - kx_3)}, \quad (6.1)$$

onde, conforme tinha sido mencionado, $\underline{E} = E_1\hat{e}_1 + E_2\hat{e}_2$ em geral é um número complexo, isto é: $E_j = |E_j| e^{i\phi_j}$. Naturalmente, o que realmente interessa é a parte real da Equação 6.1. Assim:

$$\begin{aligned} \text{Re}\{\underline{E}\} &= \text{Re} \left\{ [|E_1| e^{i\phi_1} \hat{e}_1 + |E_2| e^{i\phi_2} \hat{e}_2] e^{i(\omega t - kx_3)} \right\} \\ &= |E_1| \cos(\omega t - kx_3 - \phi_1) \hat{e}_1 + |E_2| \cos(\omega t - kx_3 - \phi_2) \hat{e}_2. \end{aligned} \quad (6.2)$$

Nesta equação apresentam-se dois casos importantes: quando as fases ϕ_1 e ϕ_2 de E_1 e E_2 são iguais e quando são diferentes

a) Fases iguais: Neste caso a Equação 6.2, com $\phi_1 = \phi_2 = 0$, converte-se em:

$$\text{Re}\{E_1\hat{e}_1 + E_2\hat{e}_2\} = (|E_1| \hat{e}_1 + |E_2| \hat{e}_2) \cos(\omega t - kx_3). \quad (6.3)$$

Pode-se ver que a direção do campo elétrico (ângulo entre $\text{Re}\{\underline{E}\}$ e \hat{e}_1) é sempre o mesmo, uma vez que a relação entre as componentes é:

$$\frac{\text{Re}\{E_1\}}{\text{Re}\{E_2\}} = \frac{|E_1|}{|E_2|} = \text{constante}, \quad (6.4)$$

embora a intensidade seja variável. Esta característica do campo elétrico (ou magnético) ter uma orientação fixa é chamada de *polarização linear*.

b) Fases diferentes: Suponha-se, como ocorre na realidade, que $\phi_1 = 0$ e $\phi_2 = \mp\pi/2$ (ou vice-versa). A Equação 6.2 então fica:

$$\text{Re}\{\underline{E}\} = |E_1| \cos(\omega t - kx_3) \underline{\hat{e}}_1 \mp |E_2| \sin(\omega t - kx_3) \underline{\hat{e}}_2. \quad (6.5)$$

Neste caso, a orientação do campo elétrico para um mesmo ponto depende do tempo:

$$\frac{\text{Re}\{E_1\}}{\text{Re}\{E_2\}} = \frac{|E_1|}{|E_2|} \text{ctg}(\omega t - kx_3). \quad (6.6)$$

A Figura 6.1 mostra as diferentes orientações de $\text{Re}\{\underline{E}\}$ para o sinal superior (negativo) da Equação 6.5, correspondentes a diversos valores de $\omega t - kx_3 = 0, \pi/4, \pi/2$ etc. para o mesmo ponto x_3 do espaço. Observe-se que a envolvente destas orientações é uma elipse e que o vetor campo elétrico gira no sentido horário. Note-se que quando se "vê" a onda na direção da propagação, $\underline{\hat{e}}_3$, o campo elétrico (ou magnético) neste caso gira no sentido anti-horário, $\underline{\hat{e}}_3$. Este comportamento do campo elétrico (e magnético) é chamado *polarização elítica de esquerda da onda*. Pode-se verificar que a representação esquemática da equação 6.5 com o sinal inferior (positivo) é igual à mostrada na Figura 6.1, porém com o vetor campo elétrico girando no sentido contrário e, portanto, com polarização elítica de direita. Naturalmente, quando $|E_1| = |E_2|$, ter-se-á uma onda *circularmente polarizada*.

A polarização da onda é medida pelo parâmetro R:

$$R = \frac{E_1}{E_2} = - \frac{B_1}{B_2}. \quad (6.7)$$

Pode-se verificar que se R é um número real, a onda é linearmente polarizada; se R é um número complexo, a polarização é elítica. Especialmente se $|E_1| = |E_2|$, $R = \pm i$, a onda é circularmente polarizada.

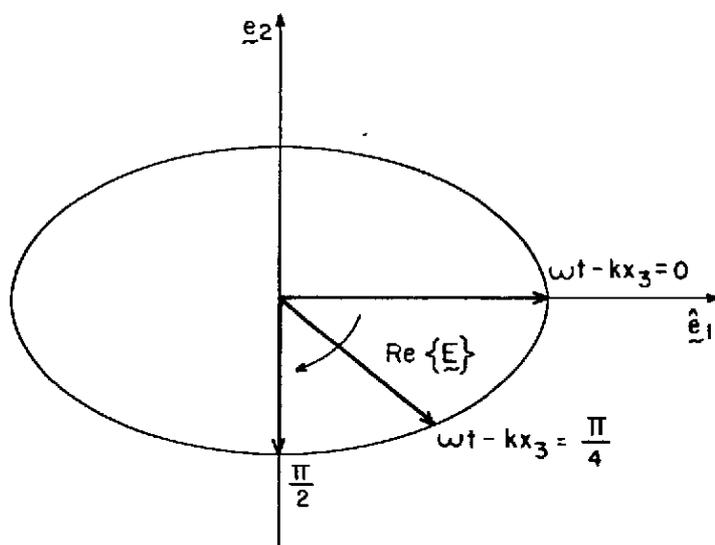


Fig. 6.1 - Representação esquemática da Equação 6.5: polarização elíptica de esquerda.

Substituindo primeiro o valor de k obtido na Equação 5.11 nas Equações 5.6, 5.7 e 5.8, e resolvendo depois o sistema para E_1/E_2 , ter-se-á que:

$$R = \frac{-i}{Y \cos \theta} \left[\frac{Y^2 \sin^2 \theta}{2(1-X-iZ)} \mp \sqrt{\frac{Y^4 \sin^4 \theta}{4(1-X-iZ)^2} + Y^2 \cos^2 \theta} \right]. \quad (6.8)$$

A polarização da onda R e o índice de refração n^2 definem completamente a propagação de uma onda plana, num meio parcialmente ionizado, cujas características principais serão descritas a seguir.

7- CARACTERÍSTICAS DE PROPAGAÇÃO

A características de propagação das ondas serão determinadas a partir da fórmula de Appleton-Hartree (Equação 5.11) e da relação da polarização das ondas (Equação 6.8). Na realidade, as características de maior importância já estão implícitas na Equação 5.11, as quais serão representadas graficamente e depois interpretadas fisicamente.

7.1- Sem Campo Magnético nem Colisões

O caso mais simples é o meio onde as colisões são desprezíveis ($Z=0$) e não existe campo magnético ambiental ($Y=0$). A Equação 5.11 para este caso fica:

$$n^2 = 1 - X. \quad (7.1)$$

É interessante notar que quando $X=0$ (i.e. $\omega_p=0 \rightarrow N_e=0$, ausência de cargas elétricas), $n=1$, isto é, a velocidade de fase da onda é a mesma que a da luz no vácuo; este é o caso de propagação estudado na Seção 2. A Relação 7.1 é representada na Figura 7.1, onde se deve notar que no eixo horizontal tem-se a relação $X = \omega_p^2/\omega^2$. Pode-se ver que existe propagação (n real) apenas quando $\omega > \omega_p$ ($X < 1$), uma vez que para $\omega < \omega_p$ o índice de refração é um número imaginário puro e, portanto, a onda não se propaga. Assim, quando a onda vem do espaço livre e incide sobre uma região ionizada onde $\omega < \omega_p$, a onda é refletida na interface entre os dois meios, uma vez que a energia da onda não é nem propagada, nem absorvida no meio.

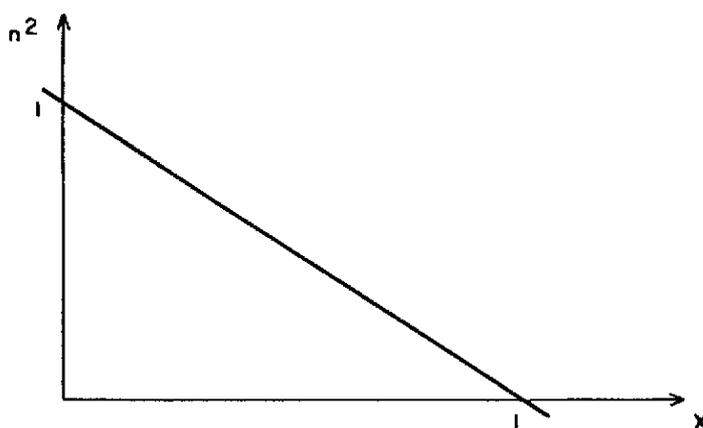


Fig. 7.1 - O quadrado do índice de refração como uma função de X em ausência de campo magnético ($Y=0$) e colisões ($Z=0$).

Por outro lado, fazendo primeiro $B = 0$ ($Y=0$) e $v=0$ ($Z=0$) nas Relações 4.14, e substituindo depois as componentes σ_{jm} resultan

tes nas Equações 5.6, 5.7 e 5.8, demonstra-se que as componentes de \underline{E} são transversais ($E_z = 0$). Assim, as ondas eletromagnéticas que se propagam num meio sem colisões e sem campo magnético ambiental são puramente transversais. Da Equação 6.8 pode-se deduzir que estas ondas podem ser circularmente polarizadas de esquerda, ou de direita.

7.2- Desprezando Colisões

Neste caso, chamando $Y_T = Y \sin \theta$ e $Y_L = Y \cos \theta$, a fórmula de Appleton-Hartree, com $Z=0$, fica:

$$n^2 = 1 - \frac{X}{1 - \frac{Y_T^2}{2(1-X)} \pm \sqrt{\frac{Y_T^4}{4(1-X)^2} + Y_L^2}}. \quad (7.2)$$

Observa-se que agora se têm as características de duas ondas, uma para cada sinal do denominador. Também se observa que n^2 é um número real (embora n possa ser imaginário puro). Pode-se verificar que:

$$n^2 = 0 \text{ para } X=1 \text{ e } X=1 \pm Y$$

e

$$n^2 = \infty \text{ para } X = \frac{1-Y^2}{1-Y_L^2}.$$

Para simplificar ainda mais o estudo da Equação 7.2 consideram-se os casos limites de orientação do campo magnético ($Y = \omega_c / \omega = e B_0 / m \omega$), a saber:

a) Caso de propagação puramente longitudinal ($\theta=0$, $Y_T=0$, $Y_L=Y$):

$$n^2 = 1 - \frac{X}{1 \pm Y}. \quad (7.3)$$

Pode-se ver que a inclinação da reta para o sinal inferior pode ser negativa ($Y < 1$) ou positiva ($Y > 1$). A Figura 7.2 mostra o quadrado do índice de refração para os dois tipos de onda, quando $Y < 1$, isto é, quando $\omega > \omega_c$.

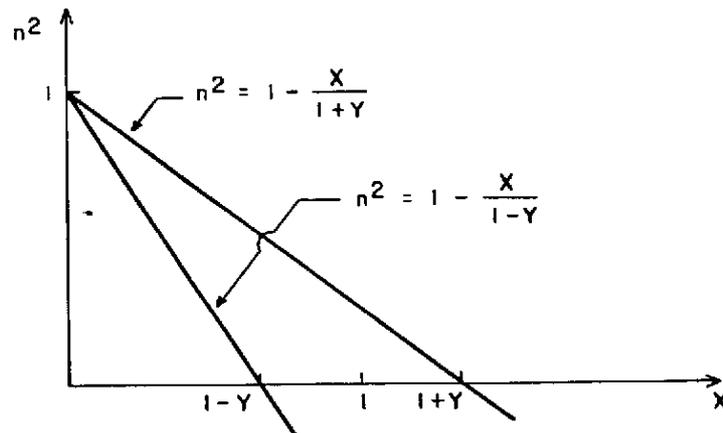


Fig. 7.2 - O quadrado do índice de refração para uma propagação puramente longitudinal ($Y_L=0$) em ausência de colisões ($Z=0$) e quando $Y < 1$.

Note-se que o comportamento de ambos os tipos de onda é semelhante, apenas com inclinação diferente. Da Equação 6.8, fazendo $\theta=0$, pode-se concluir que a onda $1 - X/(1+Y)$ (sinal superior) tem polarização circular ($R=i$) de direita, e a outra $1-X/(1-Y)$ tem polarização circular de esquerda.

b) Caso de propagação transversal ($\theta = \pi/2$, $Y_L=0$, $Y_T=Y$). Neste caso a Equação 5.11 dá origem a dois tipos de ondas:

$$n^2 = 1-X, \quad (7.4)$$

$$n^2 = 1 - \frac{X(1-X)}{1-X-Y^2}. \quad (7.5)$$

A primeira é a mesma que a do caso $Y=0$ e $Z=0$, com a diferença que as ondas que se propagam são linearmente polarizadas ($R=0$) e tem campo elétrico paralelo ao campo magnético ambiental. O outro tipo

de onda (Equação 7.5) tem $n^2=0$ em $X=1\mp Y$ e um ponto essencialmente singular em $X=1-Y^2$ (quando X se aproxima de $1-Y^2$ pelo lado esquerdo, tem-se que $n^2 \rightarrow -\infty$; quando se aproxima pelo lado direito, $n^2 \rightarrow +\infty$). Pode-se verificar que esta onda é também linearmente polarizada ($R=\infty$). Costuma-se chamar de *onda ordinária* a onda cujo comportamento se parece com o das ondas que se propagam num meio sem campo magnético e sem colisões (Figura 7.1) e de *onda extraordinária* a outra. Os quadrados dos índices de refração destas ondas são mostrados na Figura 7.3, onde a curva 0 (ordinária) representa a Relação 7.4 e a curva x (extraordinária) a Relação 7.5.

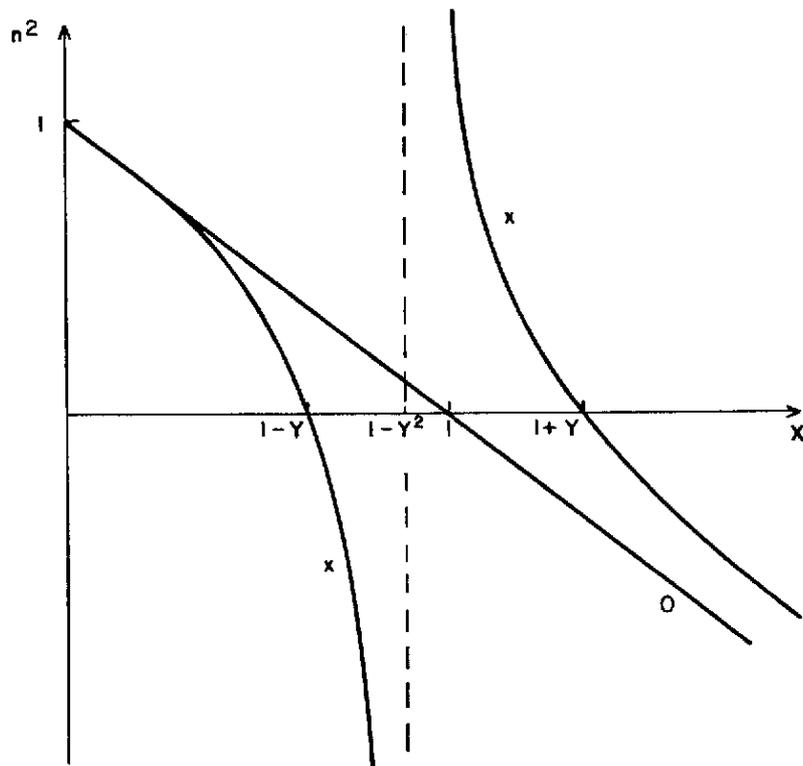


Fig. 7.2 - O quadrado do índice de refração para uma propagação puramente transversal ($Y=0$) em ausência de colisões ($Z=0$) e quando $Y < 1$.

Os casos intermediários entre a propagação longitudinal e a transversal ($0 < \theta < \pi/2$) para $Y < 1$ são mostradas na Figura 7.4, onde a onda ordinária 0 é uma curva que se encontra sempre dentro da

região pontilhada e a extraordinária x , dentro das duas regiões hachuradas. O interessante desta figura é que quando uma onda ordinária de frequência ω , de polarização circular de direita, entra num meio de densidade eletrônica crescente (X aumentando) em pontos onde $\omega \cong \omega_p$ ($X \cong 1$), parte da onda ordinária pode-se converter numa extraordinária com polarização circular de esquerda. Pode-se também observar que a presença do campo magnético permite propagação em frequências $\omega < \omega_p$ ($X > 1$), o que não ocorre num plasma sem campo magnético.

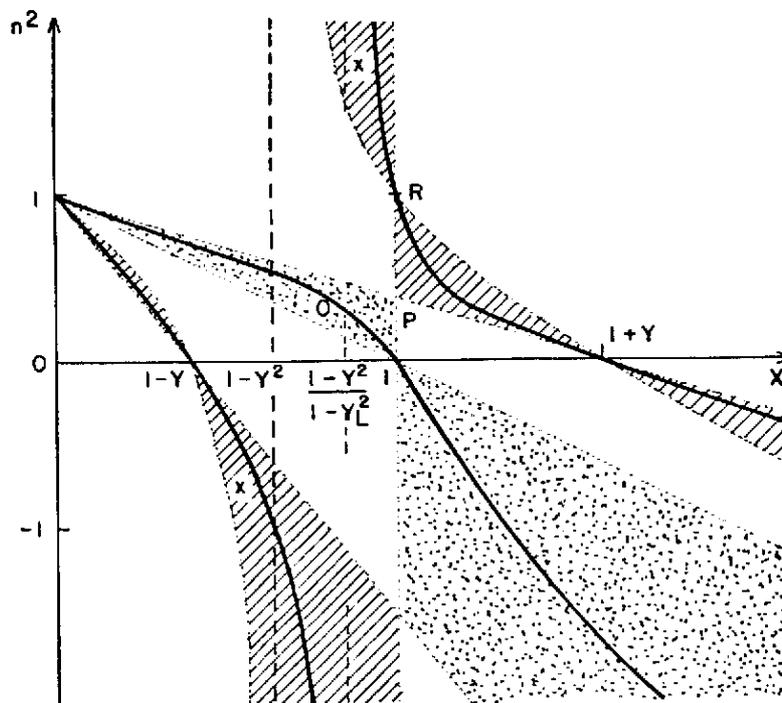


Fig. 7.4 - n^2 para uma direção de propagação intermediária entre a longitudinal e transversal em ausência de colisões e quando $Y < 1$.

Resultados igualmente interessantes são obtidos para valores de $Y > 1$ (isto é, quando $\omega < \omega_c$), os quais não são mostrados neste trabalho. Apesar de as análises feitas até o momento se restringirem a casos em que $v \cong 0$, o importante dos resultados é a identificação das condições de reflexão, isto é, dos pontos onde $n^2=0$ ($X=1$, $X=1 \pm Y$). Estas condições de reflexão são independentes do ângulo entre a dire

ção de propagação e o campo magnético (que, na ionosfera, é o campo geomagnético). A existência de colisões (caso real) evita que o índice de refração atinja o valor zero, embora, mesmo nestes casos, uma reflexão quase total ocorre quando a parte real de n é muito pequena.

8- APROXIMAÇÃO QL e QT

Na prática, a fórmula de Appleton-Hartree (Equação 5.11) torna-se muito complicada para o estudo de problemas ionosféricos. Por esta razão, duas aproximações conhecidas como Quase-Longitudinal (QL) e Quase-Transversal (QT) são comumente utilizadas.

A aproximação QL é válida quando:

$$\left| \frac{Y_T^2}{2Y_L} \right| \ll |1 - X - iZ|, \quad (8.1)$$

onde se deve notar que as colisões agora são levadas em conta.

Nesta aproximação, o índice de refração e a polarização podem ser escritos na forma:

$$n^2 = 1 - \frac{X}{1 - iZ \pm Y_L}, \quad (8.2)$$

$$R = \mp i. \quad (8.3)$$

Assim, nesta aproximação as ondas são circularmente polarizadas. Observe-se que esta aproximação não significa apenas que θ seja muito pequeno, uma vez que a Condição 8.1 depende também de Y , X e Z (isto é, da frequência ciclotrônica, da densidade eletrônica e do número de colisões). Com efeito, esta aproximação é muito boa (pelo menos na ionosfera), mesmo quando a direção de propagação da onda é consideravelmente diferente da direção do campo geomagnético.

A aproximação QT é válida quando:

$$\left| \frac{Y_T^2}{2Y_L} \right| \gg |1 - X - iZ|. \quad (8.4)$$

Pode-se verificar que a polarização destas ondas é linear.

9- APLICAÇÕES

Os resultados da teoria magneto-iônica são utilizados amplamente em pesquisas da ionosfera, uma vez que dão origem a técnicas muito baratas que permitiram obter informações (por exemplo, acerca da distribuição da densidade eletrônica) na ionosfera. Como amostra disto, lembra-se que as condições de reflexão são dadas por $n^2 = 0$. Um destes zeros é no ponto $X=1$, ou seja, quando $\omega = \omega_p = Ne^2/\epsilon_0 m$. Portanto, enviando um sinal de frequência ω na direção vertical, este sinal será refletido na parte da ionosfera onde $\omega = Ne^2/\epsilon_0 m$. Assim, conhecendo o tempo que o sinal levou para ir e voltar, pode-se conhecer a altura de reflexão. Desta maneira, em princípio, pode-se inferir a densidade eletrônica N naquela altura. Este princípio é utilizado pela *ionossonda* na determinação do perfil eletrônico da ionosfera.

Tem-se uma outra aplicação no método da Rotação de Faraday. Uma onda linearmente polarizada pode ser considerada como a superposição vetorial de duas ondas circularmente polarizadas, cada uma girando em sentido oposto à outra, porém com a mesma frequência. No caso da propagação QL, as duas ondas características (a ordinária e a extraordinária) são, praticamente, de polarização circular, girando na mesma frequência, porém viajando com diferentes velocidades de fase. Esta circunstância faz com que, após uma determinada trajetória, a resultante das duas ondas dê como resultado uma polarização linear com orientação diferente, num ângulo

$$\Omega = \frac{Q}{f^2} \int_0^h B_0 N \cos \theta \cos \chi \, dh, \quad (9.1)$$

onde Q é uma constante; B_0 , o campo geomagnético; N , a densidade eletrônica; χ o ângulo zenital de incidência da onda; θ , o ângulo entre a direção de propagação da onda e o campo B_0 ; h , a altura. Pode-se verificar que da Equação 9.1 é possível calcular o conteúdo eletrônico entre o emissor (que pode ser um satélite artificial) e o receptor.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Dr. I.J. Kantor a revisão deste trabalho e a idéia de oferecer este curso durante esta reunião anual da SBPC. Igualmente agradeço à Sociedade Brasileira de Geofísica o patrocínio do curso.

Trabalho parcialmente subvencionado pelo Fundo Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (FNDCT), através do Contrato FINEP 537/CT e Processo nº 40.0956/84/GC, referente a auxílio recebido do CNPq.

BIBLIOGRÁFIA

Budden, K.G. "Radio Waves in the Ionosphere". London, Cambridge University Press, 1961.

Barrington, R.E., Wave Propagation in a Homogeneous Ionized Gas, in "Physics of the Earth's Upper Atmosphere", ed., Hines, C.D., Paghis. I.; Hartz, T.R.; Fejer, J.A. Englewood Clieffs. N.J., Prentice-Hall, Inc., 1965.

Davies, K. "Ionospheric Radio Propagation". Washington, D.C. National Bureau of Standards Monograph 80, 1965.

Racliffe, J.A. "The Magneto-ionic Theory & its Applications to the Ionosphere". London, Cambridge University Press, 1962.