

**MANCAL RADIAL DE DESLIZAMENTO: DETERMINAÇÃO DE RAMOS DE
SOLUÇÕES PERIÓDICAS E PONTOS DE BIFURCAÇÃO COMPLEXOS/RADIAL**
*JOURNAL BEARING: PERIODIC BRANCHING AND HOPF BIFURCATION POINTS
DETERMINATION*

MÁRIO CÉSAR RICCI E PETRÔNIO NORONHA DE SOUZA

Divisão de Mecânica Espacial e Controle, DMC/INPE

CEP 12201-970 - São José dos Campos, Brasil - E-mail: mcr@dem.inpe.br

Abstract

In the mechanical engineering moving system's field the radial journal bearing is one of the great interest. It consists of a circular inner cylinder (the rotor) that turns inside a hollow cylinder of slightly larger radius (the stator). The cavity between the cylinders is filled with a lubricant and any load carried by the rotor must be supported by the fluid forces exerted by the lubricant on the rotor. The system can be described by a set of four first order's nonlinear ordinary differential equations which the fluid forces are approximate solution of partial differential equations and shows a great richness of behavior same at the simplest case of cavitation model, autonomous, unforced and balanced-mass rotor system. Rigorous geometrical constraints are impose on the moving of the rotor's center about stator's center to avoid the contact between them. Otherwise, the contact could well result in bearing failure. Starting from the Reynolds approximation for the long bearing the paper uses numerical methods for bifurcation problems to calculate Hopf bifurcation points and numerical methods of continuation to obtain branching of periodic orbits that emanate from stationary solutions. The paper also shows the *amplitude* and *frequency* of periodic solutions as a function of rotor's angular velocity for the low, medium and high loads.

Palavras-Chaves

Numerical methods; Hopf bifurcation; radial journal bearing; mancal radial hidrodinâmico; bifurcação.

1. INTRODUÇÃO

O sistema não linear, de grande interesse prático, que é focalizado nesse trabalho é o mancal radial de deslizamento. Esse tipo de mancal consiste de um rotor que gira dentro de um cilindro oco (anel externo) de raio interno ligeiramente maior que o raio do rotor e com o espaço entre eles sendo preenchido por um fluido lubrificante. O sistema pode ser descrito por uma equação diferencial ordinária (edo) de quarta ordem onde as forças geradas pelo fluido são soluções aproximadas de equações diferenciais parciais. Esse sistema revela um comportamento rico e complexo mesmo no caso mais simples (rotor perfeitamente balanceado, sistema autônomo sem excitação).

Rigorosos vínculos geométricos são impostos sobre a excursão do centro do rotor relativamente ao centro do anel externo no intuito de se evitar o contato entre ambos o que resultaria na falha do sistema. Um dos objetivos do trabalho é investigar áreas potencialmente

perigosas no espaço de parâmetros que possam levar o rotor a atingir o anel externo. Essa pesquisa, portanto, fornece dados que garantem que a excursão do rotor permanece estável ou numa órbita fechada de extensão limitada. São analisados mancais longos sobre a influência do carregamento e da cavitação. Para tanto, partindo da aproximação de Reynolds para o mancal longo, o trabalho utiliza *métodos numéricos para problemas de bifurcação*, para calcular pontos de bifurcação complexos (ou de Hopf), e *métodos numéricos de continuação*, para obter ramos de soluções periódicas que emanam de soluções estacionárias. São mostradas, também, a *amplitude* e a *frequência* das soluções periódicas em função da velocidade angular do rotor para carregamentos leve, médio e pesado.

2. EQUAÇÕES DO MOVIMENTO

Para descrever o movimento do rotor em relação a um referencial fixo (Fig. 1) considera-se que a massa do rotor esteja igualmente dividida entre dois mancais idênticos e que o

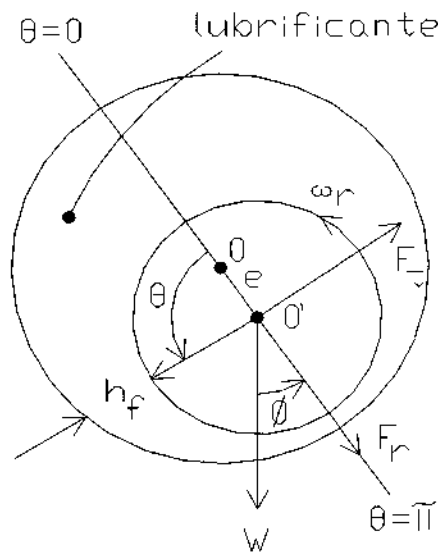


Fig. 1: Um rotor, sujeito a um carregamento externo W , onde o lubrificante ocupa a metade convergente da cavidade.

movimento seja simétrico nos dois mancais dada a distribuição uniforme de massa. Analisando um dos mancais é como se o centro de massa se comportasse como uma partícula de massa M , situada em O' , enquanto o centro do mancal permanece fixo em O . A posição de O' relativamente a O pode ser dada em coordenadas polares como (e, ϕ) e as equações de movimento na direção da linha que passa pelos centros do anel externo e do rotor (direção radial) e na direção normal à linha dos centros (direção transversal) são (Brindley *et al.*, 1983)

$$M(\ddot{e} - e\dot{\phi}^2) = F_r + W \cos \phi \quad (1a)$$

e

$$M(e\ddot{\phi} + 2\dot{e}\dot{\phi}) = F_t - W \sin \phi \quad (1b)$$

Para calcular F_r e F_t é conveniente começar com a equação (2) que governa a distribuição de pressão para mancais radiais hidrodinâmicos infinitamente longos (Hamrock, 1991),

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{h_t^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) = 12cr_e^2 \left[\dot{e} \cos \theta + e \sin \theta \left(\dot{\phi} - \frac{\omega_r}{2} \right) \right]. \quad (2)$$

Tem-se observado rupturas no filme de óleo, onde ele passa a escoar em forma de estrias na parte divergente do movimento devido à formação de bolhas de ar, perdendo, desta forma, a capacidade de sustentar forças hidrodinâmicas. A este fenômeno dá-se o nome de *cavitação*. Vários pesquisadores se debruçaram sobre o tema (p.e, Savage, 1977, Dowson e Taylor, 1979) de fundamental importância na determinação do comportamento. Entretanto, esse assunto ainda representa um desafio. Nesse trabalho, para simplificar os cálculos, utiliza-se de um

modelo de cavitação chamado de filme- π . Esse modelo supõe que o lubrificante ocupa a metade convergente da cavidade enquanto a outra metade é ocupada pela cavitação (fig.1).

Considerando o mancal longo com o modelo de cavitação filme- π , integrando (2) duas vezes em relação a θ com $p(\theta = 0) = p(\pi \leq \theta \leq 2\pi) = p_0$ tem-se

$$\begin{aligned} \frac{p - p_0}{6\eta \left(\frac{r_c}{c}\right)^2} = & (\omega_r - 2\dot{\phi}) \frac{\varepsilon \sin \theta}{2 + \varepsilon^2} \left(\frac{2 + \varepsilon \cos \theta}{(1 + \varepsilon \cos \theta)^2} \right) + \dot{\varepsilon} \left\{ \frac{4}{\pi} \left[\frac{\varepsilon}{(2 + \varepsilon^2)(1 - \varepsilon^2)^{1/2}} \frac{\sin \theta}{(1 + \varepsilon \cos \theta)^2} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{3\varepsilon}{(2 + \varepsilon^2)(1 - \varepsilon^2)^{1/2}} \frac{\sin \theta}{(1 + \varepsilon \cos \theta)} - \frac{1}{(1 - \varepsilon^2)} \cos^{-1} \left(\frac{\varepsilon + \cos \theta}{1 + \varepsilon \cos \theta} \right) \right] + \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{1}{(1 + \varepsilon \cos \theta)^2} - \frac{1}{(1 + \varepsilon)^2} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (3)$$

A equação (3) fornece a pressão gerada pelo filme de óleo sob carregamento dinâmico desde que sejam conhecidas a velocidade radial de compressão do lubrificante, $\dot{\varepsilon}$, e a velocidade rotacional $(\omega_r - 2\dot{\phi})$, para qualquer relação de excentricidade ε . As forças geradas pelo filme podem ser calculadas a partir da equação (3) e são dadas por

$$F_t = \frac{6\eta L r_c \left(\frac{r_c}{c}\right)^2 \varepsilon}{(2 + \varepsilon^2)(1 - \varepsilon^2)} \left[\pi(\omega_r - 2\dot{\phi})(1 - \varepsilon^2)^{1/2} + 4\dot{\varepsilon} \right] \quad (4a)$$

e

$$F_r = -6\eta L r_c \left(\frac{r_c}{c}\right)^2 \left[\frac{\dot{\varepsilon}}{(1 - \varepsilon^2)^{3/2}} \left(\pi - \frac{16}{\pi(2 + \varepsilon^2)} \right) + \frac{2\varepsilon^2(\omega_r - 2\dot{\phi})}{(2 + \varepsilon^2)(1 - \varepsilon^2)} \right]. \quad (4b)$$

Utilizando ε , $\bar{t}$ e $\bar{\omega}_r$, obtêm-se as equações do movimento (1) na forma adimensional

$$\varepsilon'' - \varepsilon\phi'^2 = \frac{-12\pi S}{(1 - \varepsilon^2)^{3/2}} \left[\frac{2\varepsilon^2(1 - \varepsilon^2)^{1/2}}{2 + \varepsilon^2} \left(1 - \frac{2\phi'}{\bar{\omega}_r} \right) + \frac{\varepsilon'}{\bar{\omega}_r} \left(\pi - \frac{16}{\pi(2 + \varepsilon^2)} \right) \right] + 2\cos\phi, \quad (5a)$$

e

$$\varepsilon\phi'' + 2\varepsilon'\phi' = \frac{12\pi S\varepsilon}{(2 + \varepsilon^2)(1 - \varepsilon^2)} \left[\pi \left(1 - \frac{2\phi'}{\bar{\omega}_r} \right) (1 - \varepsilon^2)^{1/2} + \frac{4\varepsilon'}{\bar{\omega}_r} \right] - 2\sin\phi. \quad (5b)$$

3. RAMOS DE SOLUÇÕES PERIÓDICAS

Para determinar ramos de soluções (estacionárias e periódicas) de (5) em função do parâmetro $\bar{\omega}_r$, via métodos de continuação, deve-se reescrever o sistema em equações de primeira ordem. O interesse é buscar soluções periódicas de frequência orbital desconhecida e as seguintes modificações em (5) devem ser realizadas. As soluções periódicas devem satisfazer:

$$T = 2\pi/\bar{\omega}, \quad \varepsilon(0) = \varepsilon(T), \quad \phi(0) = \phi(T), \quad (6)$$

$$\varepsilon'(0) = \varepsilon'(T), \quad \phi'(0) = \phi'(T),$$

Em (6) o comprimento do intervalo varia com a frequência. Isto pode ser evitado com uma transformação para o intervalo unitário, $0 \leq \bar{t} \leq 1$, fazendo

$$T\bar{t} = \bar{t}, \quad y_1(\bar{t}) \equiv \varepsilon(\bar{t}), \quad y_3(\bar{t}) \equiv \phi(\bar{t}), \quad (7)$$

$$y_2(\bar{t}) \equiv \varepsilon'(\bar{t}), \quad y_4(\bar{t}) \equiv \phi'(\bar{t}).$$

Isso leva ao seguinte problema do valor de contorno em dois pontos

$$y'_i = f_i, \quad i = 1, \dots, 6, \quad (8a)$$

com as seguintes condições de contorno

$$\begin{aligned} r_1 &= y_1(0) - y_1(1) = 0, & r_5 &= y_2(0) = 0, \\ r_2 &= y_2(0) - y_2(1) = 0, & r_6 &= \begin{cases} y_5(0) - \bar{\omega}_r^* = 0, \\ y_6(0) - \bar{\omega}^* = 0, \\ y_1(0) - \varepsilon^* = 0, \end{cases} \\ r_3 &= y_3(0) - y_3(1) = 0, \\ r_4 &= y_4(0) - y_4(1) = 0, \end{aligned} \quad (8b)$$

onde $' \equiv d/d\bar{t}$ e as funções f_i são dadas em (10a).

Pretendendo-se calcular a solução de (5), para um dado valor $\bar{\omega}_r = \bar{\omega}_r^*$, deve-se resolver (8) com a primeira condição de contorno de r_6 . O valor de $\bar{\omega}$ será dado por $\bar{\omega} = y_6$. Para calcular a solução de (5), para um prescrito valor $\bar{\omega} = \bar{\omega}^*$, deve-se resolver (8) com a segunda condição de contorno de r_6 . O valor de $\bar{\omega}_r$ será dado por $\bar{\omega}_r = y_5$. Finalmente, para calcular a solução de (5), para um prescrito valor $\varepsilon = \varepsilon^*$, deve-se resolver (8) com a terceira condição de contorno de r_6 . O valor de $\bar{\omega}_r$ será dado por $\bar{\omega}_r = y_5$ e o valor de $\bar{\omega}$ por $\bar{\omega} = y_6$.

Uma alteração em (8) é conveniente quando se deseja calcular ciclos limite próximos de um ponto de bifurcação. Isto é feito com a introdução de um incremento (amplitude) que é prescrita por uma condição de contorno. O novo problema de valor de contorno a ser resolvido para calcular órbitas periódicas é o seguinte

$$\begin{aligned} y'_i &= f_i, & i &= 1, \dots, 6, \\ y'_7 &= f_1, & \text{para } \bar{t} < \bar{t}_c, \\ y'_7 &= 0, & \text{para } \bar{t} \geq \bar{t}_c, \end{aligned} \quad (9a)$$

onde as funções f_i são dadas em (10a) e as condições de contorno em (9b).

$$\begin{aligned} r_1 &= y_1(0) - y_1(1) = 0, & r_5 &= y_2(0) = 0, \\ r_2 &= y_2(0) - y_2(1) = 0, & r_6 &= y_1(0) - y_7(0) = 0, \\ r_3 &= y_3(0) - y_3(1) = 0, & r_7 &= y_1(0) - y_7(1) - A = 0, \\ r_4 &= y_4(0) - y_4(1) = 0, \end{aligned} \quad (9b)$$

Cada solução de (9) para $A \neq 0$ é uma solução periódica de (5). A questão agora é determinar os valores de A a serem adotados. Tendo em vista que o procedimento (9) deve ser pensado como uma forma de transição de soluções estacionárias para soluções periódicas, para os fins deste trabalho o valor $A = 0.05$ foi utilizado satisfatoriamente para obter a “primeira” solução periódica e, a partir de então, o restante do ramo periódico foi obtido resolvendo (8).

4. PONTOS DE BIFURCAÇÃO DE HOPF (1942)

A estrutura das soluções de muitos problemas descritos por edo's não lineares pode se alterar de uma forma dramática em certos pontos críticos do parâmetro chamados *pontos de bifurcação*. Um ponto de bifurcação de Hopf (ou um ponto de bifurcação complexo) é um ponto crítico onde soluções periódicas brotam de soluções estacionárias, com amplitudes que, partindo da amplitude *nula* no ponto de bifurcação, crescem a medida que o parâmetro aumenta (bifurcação *supercrítica*) ou diminui (bifurcação *subcrítica*). Um ponto crítico é calculado resolvendo (5) e sua linearização simultaneamente. O sistema de cálculo de pontos de bifurcação e as condições de contorno são dados a seguir (Ricci, 1997).

$$\begin{aligned}
 y_1' &= f_1 = \frac{2\pi}{y_6} y_2, \\
 y_2' &= f_2 = \frac{2\pi}{y_6} \left[y_1 y_4^2 + 12S \left(\frac{16 - \pi^2 (2 + y_1^2)}{y_5 (1 - y_1^2)^{3/2} (2 + y_1^2)} y_2 - \frac{2\pi y_1^2}{(2 + y_1^2)(1 - y_1^2)} \left(1 - \frac{2y_4}{y_5} \right) \right) + 2 \cos y_3 \right], \\
 y_3' &= f_3 = \frac{2\pi}{y_6} y_4, \\
 y_4' &= f_4 = \frac{2\pi}{y_6} \left[\frac{12\pi^2 S}{(1 - y_1^2)^{3/2} (2 + y_1^2)} \left(1 - \frac{2y_4}{y_5} \right) + \frac{48\pi S y_2}{y_5 (2 + y_1^2)(1 - y_1^2)} - \frac{2}{y_1} (y_2 y_4 + \sin y_3) \right], \\
 y_5' &= f_5 = 0 \quad (y_5 \equiv \bar{\omega}_r), \\
 y_6' &= f_6 = 0 \quad (y_6 \equiv \bar{\omega}), \\
 y_7' &= f_7 = \frac{\partial f_1}{\partial y_2} y_8, \\
 y_8' &= f_8 = \frac{\partial f_2}{\partial y_1} y_7 + \frac{\partial f_2}{\partial y_2} y_8 + \frac{\partial f_2}{\partial y_3} y_9 + \frac{\partial f_2}{\partial y_4} y_{10}, \\
 y_9' &= f_9 = \frac{\partial f_3}{\partial y_4} y_{10}, \\
 y_{10}' &= f_{10} = \frac{\partial f_4}{\partial y_1} y_7 + \frac{\partial f_4}{\partial y_2} y_8 + \frac{\partial f_4}{\partial y_3} y_9 + \frac{\partial f_4}{\partial y_4} y_{10},
 \end{aligned} \tag{10a}$$

$$\begin{aligned}
 r_1 &= y_1(0) - y_1(1) = 0, & r_6 &= y_8(0) - y_8(1) = 0, \\
 r_2 &= y_2(0) - y_2(1) = 0, & r_7 &= y_9(0) - y_9(1) = 0, \\
 r_3 &= y_3(0) - y_3(1) = 0, & r_8 &= y_{10}(0) - y_{10}(1) = 0, \\
 r_4 &= y_4(0) - y_4(1) = 0, & r_9 &= y_8(0) = 0, \\
 r_5 &= y_7(0) - y_7(1) = 0, & r_{10} &= y_7(0) - 1 = 0.
 \end{aligned} \tag{10b}$$

5. RESULTADOS E CONCLUSÕES

Pressupondo que a geometria, o carregamento e o lubrificante não se alterem numa determinada aplicação, dependendo da velocidade angular do rotor, a grosso modo, os seguintes comportamentos qualitativos foram observados. O centro do rotor em regime permanente a) tende para uma solução estacionária (ε_0, ϕ_0) para baixos valores de $\bar{\omega}_r$; b) oscila numa órbita fechada para valores médios de $\bar{\omega}_r$; c) oscila em direção ao choque com o anel externo para altos valores de $\bar{\omega}_r$.

Então, para alguma velocidade crítica, $\bar{\omega}_{rc}$, o rotor começa adquirir movimentos oscilatórios com uma dada frequência desconhecida e a seguinte estratégia foi utilizada na obtenção dos resultados: Fixado um valor de $S(\varepsilon_0)$ o ponto de bifurcação complexo de (5) foi obtido, facilmente, resolvendo (10) para um valor estimado da frequência $\bar{\omega}$. A primeira solução periódica foi obtida resolvendo (9) para $A = 0.05$ e, a partir de então, o restante do ramo periódico foi obtido, num processo de continuação, resolvendo (8) com $r_6 = y_5(0) - \bar{\omega}_r^*$. Para cada valor da velocidade um TPBVP ("Two Point Boundary Value Problem") é resolvido e, portanto, centenas de TPBVP's são resolvidos para se determinar um ramo de soluções. A rotina SOLVER foi desenvolvida para resolver um TPBVP através do método dos múltiplos tiros (Ricci, 1997).

O espaço de parâmetros do problema consiste de uma estreita faixa no semi-plano direito do plano $(\varepsilon_0, \bar{\omega}_r)$ com $0 \leq \varepsilon_0 < 1$. Neste espaço há uma curva formada por pontos de bifurcação de Hopf, i.e., $\bar{\omega}_{rc}(\varepsilon_0)$, e esta curva pode ser dividida em três sub-regiões de comportamento distintos. A primeira (terceira) sub-região compreende $0 \leq \varepsilon_0 < 0.15$ ($0.72 < \varepsilon_0 < 0.79$) onde a curva $\bar{\omega}_{rc}(\varepsilon_0)$ é constituída de *pontos de bifurcação complexos sub-críticos*. Ou seja, para valores de $\bar{\omega}_r$ um pouco abaixo de $\bar{\omega}_{rc}$ ocorrem órbitas periódicas instáveis. As figs. 2 e 4 mostram o máximo afastamento e a frequência orbitais, do centro do rotor em relação ao anel externo, para as sub-regiões consideradas.

A segunda sub-região compreende $0.15 < \varepsilon_0 < 0.72$ onde a curva $\bar{\omega}_{rc}(\varepsilon_0)$ é constituída de *pontos de bifurcação complexos supercríticos*. Ou seja, para valores de $\bar{\omega}_r$ um pouco acima de $\bar{\omega}_{rc}$ ocorrem órbitas periódicas estáveis. A fig. 3 mostra o máximo afastamento e a frequência orbitais para esta sub-região.

Uma quarta sub-região compreende $0.79 < \varepsilon_0 < 1$ onde o mancal é completamente estável para qualquer condição inicial e operacional. A presença desta sub-região atesta a potencialidade dos mancais hidrodinâmicos em suportar carregamentos unidirecionais pesados.

Concluindo, o panorama global das soluções para o mancal hidrodinâmico sob aproximação de Reynolds (mancal longo), sujeito a um carregamento constante e a um modelo simplificado de cavitação (filme- π), foi obtido. Observa-se um rico comportamento com formação de superfícies de órbitas periódicas ao redor do eixo do parâmetro $\bar{\omega}_r$ e a presença concomitante de órbitas estáveis e instáveis para um mesmo valor do parâmetro.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Brindley, J., Elliot, L. & McKay, J.T. The Role of Cavitation in Whirl Instability in a Rotor Bearing: 1. The π -film Model, *ASME J. of Applied Mechanics*, vol. 50, pp.877-885, 1983.

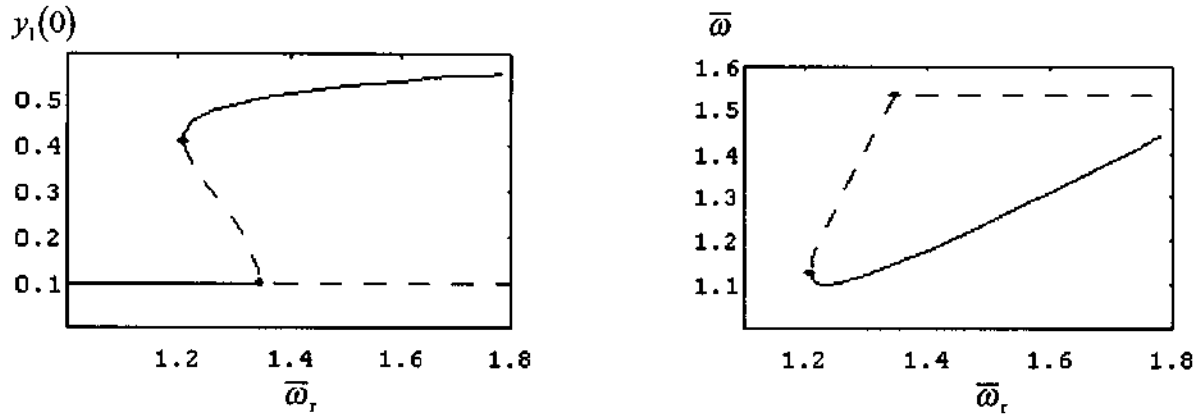


Figura 2: Máxima excentricidade, $y_1(0) = \varepsilon(0)$, e a frequência, $\bar{\omega}$, das soluções periódicas em função de $\bar{\omega}_r$. $S = 0.33703$, $\phi_0 = 1.5069$, $\varepsilon_0 = 0.1$. Linha cheia (tracejada) representa soluções estáveis (instáveis).

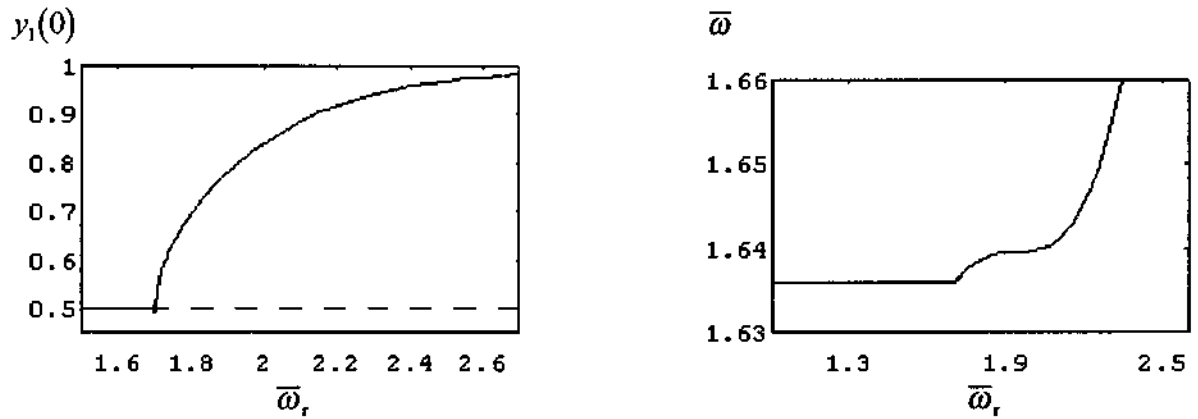


Figura 3: $y_1(0)$ e $\bar{\omega}$ em função de $\bar{\omega}_r$. $S = 0.06177$, $\phi_0 = 1.2186$, $\varepsilon_0 = 0.5$.

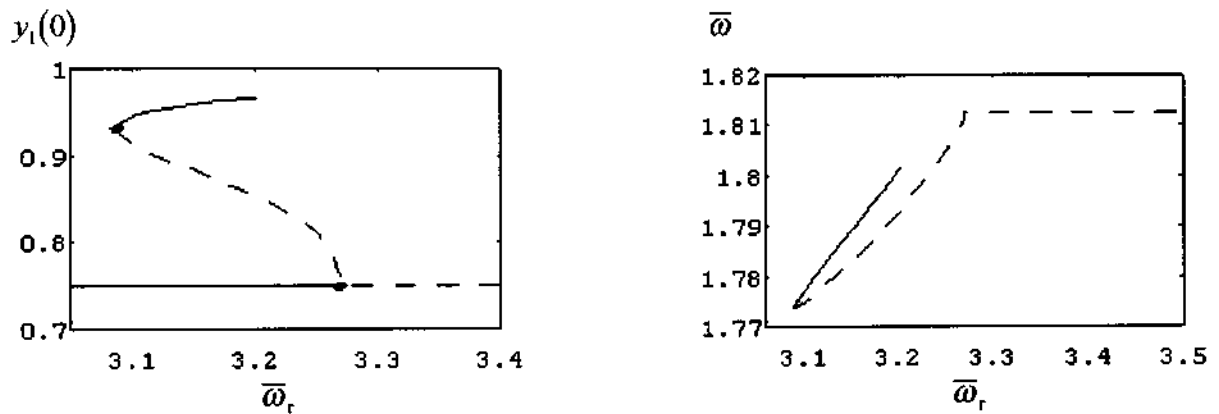


Figura 4: $y_1(0)$ e $\bar{\omega}$ em função de $\bar{\omega}_r$. $S = 0.03094$, $\phi_0 = 0.9455$, $\varepsilon_0 = 0.75$.

Dowson, D. & Taylor, C.M. Cavitation in Bearings, *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 11, pp.35-66, 1979.

Hamrock, B.J. *Fundamentals of Fluid Film Lubrication*, NASA RP-1255, aug 1991.

Hopf, E. Abzweigung einer periodischen lösung von einer stationären lösung eines differentialsystems, *Bericht der Mathematisch-Physischen Klasse der Sächsischen Akademie der Wissenschaften zu Leipzig*, vol. 94, pp.1-22, 1942.

Ricci, M.C. Aplicação de Métodos Numéricos de Continuação e de Bifurcações ao Problema do Mancal Hidrodinâmico Liso, Longo, Com e Sem a Presença de Cavitação, *Tese de Doutorado em Ciência Espacial/Mecânica Espacial e Controle*, INPE, São José dos Campos, 1997.

Savage, M.D. Cavitation in Lubrication. I. On Boundary Conditions at Fluid-Cavity Interfaces. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 80, pp.743, 1977.

7. NOTAÇÃO

A	amplitude adimensional de órbitas periódicas, $\equiv y_1(0) - y_1(\bar{t}_c)$.	y, y_k	vetor de soluções de um sistema de edo's de 1ª ordem e elementos do vetor y .
c	folga radial, $\equiv r_e - r_r$, [m].	ε	relação adimensional entre a excentricidade e a folga, $\equiv e/c$.
e	excentricidade do rotor em relação ao anel externo, [m].	η	viscosidade do lubrificante (considerada constante), [Nsm ⁻²].
F_r, F_t	componentes das forças hidrodinâmicas nas direções radial e transversal, [N].	θ	ângulo medido a partir da máxima folga radial, [rd].
h_r	espessura do filme de lubrificante, $\equiv c(1 + \varepsilon \cos\theta)$, [m].	ϕ	posição angular absoluta da linha de centros em relação à vertical, [rd].
L	comprimento axial do mancal, [m].	ω_r	velocidade angular absoluta do rotor em torno do seu centro, [rds ⁻¹].
M	metade da massa do rotor, [Kg].	$\bar{\omega}$	frequência orbital adimensional das soluções periódicas.
p	distribuição de pressão circumferencial, [Nm ⁻²].	$\bar{\omega}_r$	velocidade angular adimensional absoluta do rotor, $\equiv \omega_r(2Mc/W)^{1/2}$.
p_c	pressão de contorno, [Nm ⁻²].	$\equiv$	símbolo de definição.
r_e, r_r	raio do anel externo e do rotor, [m].		
S	número de Sommerfeld, $\equiv 1/\pi\bar{W} = \eta\omega_r L r_r (r_r/c)^2 / \pi W$.		
t	tempo, [s].		
$\bar{t}$	tempo adimensional, $\equiv t(W/2Mc)^{1/2}$.		
$\bar{\bar{t}}$	tempo adimensional e normalizado, $0 \leq \bar{\bar{t}} \leq 1$.	<i>índices</i>	
$\bar{t}_c$	valor arbitrário mas fixo de $\bar{t}$.	$\cdot$	$\equiv d/dt$.
W	força constante (para um mancal descarregado $W = Mg$), [N].	$'$	$\equiv d/d\bar{t}$ ou $\equiv d/d\bar{\bar{t}}$.
		$-$	significa adimensionalidade.
		$*$	prescrição de valores iniciais.
		$_0$	indica valores estacionários.

COB1209 MANCAL RADIAL DE DESLIZAMENTO: DETERMINAÇÃO DE RAMOS DE SOLUÇÕES PERIÓDICAS E PONTOS DE BIFURCAÇÃO COMPLEXOS/RADIAL JOURNAL BEARING: PERIODIC BRANCHING AND HOPF BIFURCATION POINTS DETERMINATION

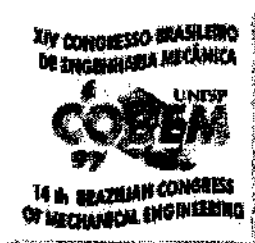
Mário César Ricci e Petrônio Noronha de Souza

Divisão de Mecânica Espacial e Controle, DMC/INPE CEP 12201-970 - São José dos Campos, Brasil - E-mail: mcr@dem.inpe.br

In the mechanical engineering moving system's field the radial journal bearing is one of the great interest. It consists of a circular inner cylinder (the rotor) that turns inside a hollow cylinder of slightly larger radius (the stator). The cavity between the cylinders is filled with a lubricant and any load carried by the rotor must be supported by the fluid forces exerted by the lubricant on the rotor. The system can be described by a set of four first order's nonlinear ordinary differential equations which the fluid forces are approximate solution of partial differential equations and shows a great richness of behavior same at the simplest case of cavitation model, autonomous, unforced and balanced-mass rotor system. Rigorous geometrical constraints are impose on the moving of the rotor's center about stator's center to avoid the contact between them. Otherwise, the contact could well result in bearing failure. Starting from the Reynolds approximation for the long bearing the paper uses numerical methods for bifurcation problems to calculate Hopf bifurcation points and numerical methods of continuation to obtain branching of periodic orbits that emanate from stationary solutions. The paper also shows the *amplitude* and *frequency* of periodic solutions as a function of rotor's angular velocity for the low, medium and high loads.

Keywords: *Numerical methods; Hopf bifurcation; radial journal bearing; mancal radial hidrodinâmico; bifurcação.*

XIV CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA



14th BRASILIAN CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING

08 a 12 de Dezembro de 1997 - December 8-12th 1997

Para acessar a home-page do Cobem97 conecte-se à Internet e clique sobre o endereço:

www.dem.feis.unesp.br/cobem97

ORGANIZAÇÃO



Ação conjunta: FEG - Guaratinguetá, FEIS - Ilha Solteira, FET - Bauru, IGCE- Rio Claro

PROMOÇÃO



Associação Brasileira de Ciências Mecânicas