

SOLUÇÕES DE NAVEGAÇÃO VIA GPS

Allan Tavares / FEG -UNESP

Vivian Martins Gomes / DMC – INPE - SJC

Hélio Koiti Kuga / DMC – INPE -
SJC

Antonio F. Bertachini de A.
Prado / DMC – INPE - SJC

Ana Paula M. Chiaradia
UNITAU

Rodolpho Vilhena de Moraes / FEG - UNESP

1. RESUMO

Determinar a órbita de um satélite artificial significa determinar a posição e a velocidade do satélite em relação a um referencial inercial, utilizando um conjunto de medidas de observação do satélite. Estas observações podem ser obtidas através de sistemas de rastreamento em solo ou de sensores a bordo do veículo espacial. Assim, o objetivo principal deste trabalho é investigar, desenvolver, implementar e comparar soluções de navegação possíveis através do uso de medidas obtidas por receptores GPS, em ambiente espacial. São apresentados três métodos para se obter soluções de navegação através do GPS: método geométrico, método algébrico e método estatístico. Os algoritmos foram implementados em linguagem FORTRAN 90 e para validação e análise dos 3 métodos propostos, além da análise do GDOP, foram usados dados reais de satélites. A precisão obtida foi melhor que 25 m, chegando até a milímetros em alguns casos, confirmando assim a boa confiabilidade dos softwares desenvolvidos. Conclui-se que o método estatístico é o mais preciso dentre os três, porém o mais complexo e o que ocupa e exige mais memória.

2. PALAVRAS CHAVES

Solução de navegação, Sistema GPS.

3. INTRODUÇÃO

Determinação de órbita usando sistema de navegação por satélites, como o sistema GPS, é uma atividade que surgiu no começo dos anos 80. Desenvolvimentos recentes têm mostrado precisão de poucos centímetros para missões de satélites com altímetro. Um ambiente de operação de pós-processamento é necessário para atingir esta precisão, com um atraso do tempo que pode atingir uma semana ou mais (Bertiger, et al., 1994).

A disponibilidade a bordo de conhecimento contínuo e preciso da órbita de um satélite artificial torna prática

a idéia de aumentar o grau de autonomia do sistema de controle, reduzindo a necessidade de intervenções em solo. No INPE, já existem alguns trabalhos sendo realizados para realizar controle autônomo de satélites artificiais usando GPS e outros sistemas, como os trabalhos de Orlando *et. al.* (1997) e Orlando e Kuga (1999, 2000a, 2000b).

O INPE (Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais) vem determinando órbita de seus satélites com muito sucesso utilizando estações de rastreamento terrestres localizadas em pontos estratégicos pelo Brasil. Mas, a necessidade de desenvolver algoritmos com maior precisão e baixo custo computacional é sempre um desafio constante. A cada dia, novas técnicas vêm sendo desenvolvidas, como a utilização do sistema GPS. Porém, este tipo de tecnologia ainda não foi utilizado pelo INPE ou por qualquer instituto brasileiro para determinação de órbita dos satélites brasileiros.

Assim, este trabalho tem por objetivo investigar, desenvolver, implementar e comparar soluções de navegação possíveis através do uso de medidas obtidas por receptores GPS, em ambiente espacial.

4. MÉTODOS PARA SOLUÇÕES DE NAVEGAÇÃO ATRAVÉS DE GPS

Existem diferentes métodos para se obter soluções de navegação através do GPS: métodos geométricos, métodos algébricos e métodos estatísticos, como os mostrados a seguir.

4.1 MÉTODO GEOMÉTRICO

Os métodos geométricos são basicamente métodos simples que fornecem uma estimativa inicial grosseira para a solução de navegação, que pode ser refinada posteriormente através dos outros métodos, ou através de filtros estatísticos. O método descrito em Lopes e Kuga (1997) será implementado. Outro método geométrico alternativo seria aquele descrito em Kleusberg (1994).

Para produzir um método simples e sistemático para resolver o problema de inicialização do algoritmo, o *bias* será negligenciado. Assim, uma solução linear aproximada pode ser encontrada da seguinte maneira:

$$y_{pi}^2 \approx |r - R_i|^2 = r^T r + R_i^T R_i - 2R_i^T r, \quad (4.1)$$

onde r é o vetor posição do satélite usuário, R_i é o vetor posição do i -ésimo satélite GPS e y_{pi} são as medidas de pseudorange coletadas pelo receptor GPS, para o i -ésimo satélite GPS.

Subtraindo a Eq. (4.1) de sua média aritmética em i , temos:

$$y_{pi}^2 - \langle y_{pi}^2 \rangle \approx R_i^T R_i - \langle R_i^T R_i \rangle - 2[R_i - \langle R_i \rangle]^T r, \quad (4.2)$$

onde $\langle . \rangle$ representa o operador de média aritmética.

Definindo:

$$\tilde{R} \equiv [\dots: R_i - \langle R_i \rangle: \dots]^T \text{ e } z \equiv \frac{1}{2} [\dots: R_i^T R_i - \langle R_i^T R_i \rangle - (y_{pi}^2 - \langle y_{pi}^2 \rangle): \dots]^T \quad (4.3)$$

resulta em:

$$\tilde{R}r \approx z. \quad (4.4)$$

Uma solução aproximada deste sistema linear determinado pode ser dada por:

$$r^0 = (\tilde{R}^T \tilde{R})^{-1} \tilde{R}z. \quad (4.5)$$

A condição de existência para a pseudo inversa de \tilde{R} pode ser especificada da seguinte maneira: um número $n \geq 4$ de satélites GPS não coplanar deve ser observado do satélite usuário.

4.2 MÉTODO ALGÉBRICO

O nível de precisão da solução de navegação baseada em medidas GPS depende do tipo de medida coletada (depende do tipo e qualidade do receptor), da duração que as medidas foram coletadas e como elas foram modeladas e processadas. Se as medidas GPS são processadas em tempo real, o problema de posicionamento mais simples consiste em resolver simultaneamente um conjunto de equações de navegação baseado em única frequência.

No mínimo quatro medidas simultâneas são necessárias para formar a solução. A entrada para esse algoritmo são os vetores posição (3 x 1) dos satélites GPS e as medidas de pseudorange dos satélites GPS para o receptor.

O método algébrico de solução de navegação estudado e proposto, conforme Bancroft (1985), é computacionalmente eficiente e numericamente estável.

As equações do sistema de navegação GPS são geralmente resolvidas com uma aplicação do método de Newton:

$$x_{n+1} = x_n + H^{-1}(t - f(x_n)), \quad (4.6)$$

onde x é um vetor compreendendo a coordenada de posição do usuário junto com a correção do relógio, t é um vetor de medidas de quatro pseudo-distâncias e H é uma matriz de derivada parcial $H = f_x$.

Façamos x e $\{s_i : 1 \leq i \leq n\}$ indicar as coordenadas de posição do satélite e usuário no sistema de coordenadas cartesianas; e $\{t_i : 1 \leq i \leq n\}$ as medidas da pseudo-distância coletadas pelo usuário de cada um dos n satélites:

$$t_i = d(x, s_i) + b, \quad (4.7)$$

onde $d(x, y)$ é a distância de x a y e b a correção do relógio. Definimos os vetores de dados de colunas 1 x 4:

$$a_i = (s_i^T t_i)^T, \quad 1 \leq i \leq n. \quad (4.8)$$

Definimos:

$$A = (a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad \dots \quad a_n)^T, \quad (4.9)$$

$$i_0 = (1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1)^T, \quad (4.10)$$

$$r = (r_1 \ r_2 \ r_3 \ \dots \ r_n)^T, \quad (4.11)$$

onde $r_i, 1 \leq i \leq n$ é calculado por:

$$r_i = \langle a_i, a_i \rangle / 2. \quad (4.12)$$

Calculamos a inversa generalizada:

$$B = (A^T W A)^{-1} A^T W, \quad (4.13)$$

onde W é a matriz positiva simétrica. Calculamos os vetores coluna 1×4 u e v de:

$$u = B i_0 \quad (4.14)$$

e

$$v = B r \quad (4.15)$$

juntamente com os coeficientes E, F, G , definidos por:

$$E = \langle u, u \rangle, \quad (4.16)$$

$$F = \langle u, v \rangle - 1, \quad (4.17)$$

$$G = \langle v, v \rangle. \quad (4.18)$$

Resolvendo a equação quadrada:

$$E\lambda^2 + 2F\lambda + G = 0 \quad (4.19)$$

para o par de raízes $\lambda_{1,2}$.

$$y_{1,2} = \lambda_{1,2} u + v. \quad (4.20)$$

Então com a identificação

$$y^T = (x^T - b)^T \quad (4.21)$$

também o par x_1, b_1 ou o par x_2, b_2 resolverá o problema GPS para a posição do usuário e correção do relógio.

Para discriminar a solução real, substituímos de volta as equações definindo as pseudo-distância originais.

4.3 METODO ESTATÍSTICO

O método estatístico utiliza redundância de medidas para estatisticamente obter a melhor solução. Os sinais GPS podem ser recebidos e decodificados adequadamente pelos receptores GPS. Se os sinais forem recebidos adequadamente, um conjunto de três satélites seria suficiente para suprir as dificuldades geométricas (Lopes e Kuga, 1988, 1997).

Porém, principalmente devido a deriva no relógio um bias é introduzido na distância computada geometricamente (pseudorange) tornando essencial o uso de quatro satélites.

Em trabalhos anteriores, Lopes e Kuga propuseram um método estatístico de mínimos quadrados para resolver o problema de determinação de órbita através de medidas GPS. O método era especialmente adequado para medidas processadas por um número redundante de satélites GPS, tornando-o distinto de métodos convencionais que invariavelmente devem analisar a matriz DOP.

A vantagem do método consiste no processamento de todas as medidas válidas de pseudorange assumindo precisões no mínimo iguais ou melhores que as convencionais. Outro benefício do método é a falta de necessidade de analisar várias matrizes DOP 4 x 4 para selecionar a melhor configuração entre os satélites visíveis.

Para determinação de posição estática de baixa precisão, a solução de navegação pode ser obtida, por exemplo, através do algoritmo proposto por Lopes e Kuga (1988):

$$\text{Minimizar } L(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho}_i) = \frac{1}{2} \sum_i a_i |\mathbf{r} - (R_i + \boldsymbol{\rho}_i)|^2 \quad (4.22)$$

$$\text{Sujeito a } \boldsymbol{\rho}_i^t \boldsymbol{\rho}_i = y_i^2, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (4.23)$$

$$\text{Dados } \{(R_i, y_i, a_i), i = 1, 2, \dots, n; \quad n \geq 3\} \quad (4.24)$$

onde \mathbf{r} é o vetor posição do satélite usuário (ou alvo); R_i é o vetor posição do i -ésimo satélite GPS; $\boldsymbol{\rho}_i$ é o vetor posição relativo do satélite usuário em relação ao i -ésimo satélite GPS; y_i é o pseudo-range (pseudo-distância) medido a partir do i -ésimo satélite GPS; e a_i é um peso positivo. Assume-se que tanto y_i quanto R_i estão corrompidos por erros aleatórios não-viesados (“unbiased”), δy_i e δR_i com covariâncias dadas por:

$$\begin{aligned} E[(\delta y_i)^2] &= \sigma_{y_i}^2, \\ E[\delta R_i \delta^t R_i] &= \sigma_{R_i}^2 I \end{aligned} \quad (4.25)$$

onde $E[.]$ é o operador esperança; I é a matrix identidade; e os desvios-padrão σ_{y_i} e σ_{R_i} são quantidades conhecidas. Pode-se então modificar levemente o método para levar em conta os erros sistemáticos. O método estendido é então formulado como:

$$\text{Minimizar } L^*(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho}_i, \Delta y) = L(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho}_i) + \frac{1}{2} a^* \Delta^2 y, \quad (4.26)$$

$$\text{Sujeito a } \boldsymbol{\rho}_i^t \boldsymbol{\rho}_i = (y_{pi} + \Delta y)^2, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (4.27)$$

$$\text{Dados } \{a^*, (R_i, y_i, a_i), i = 1, 2, \dots, n; \quad n \geq 4\} \quad (4.28)$$

onde y_{pi} é a medida de pseudo-range, Δy é uma constante a ser adicionada a y_{pi} para correção do bias, e a^* é um peso positivo. Dessa forma assume-se que o pseudo-range pode ser modelado por:

$$y_{pi} = \bar{y}_i + b + \delta y_i \quad (4.29)$$

onde \bar{y}_i é o verdadeiro range e b é o bias, com $E[b]=0$, $E[b^2]=\sigma_b^2$, e σ_b está diretamente relacionado à precisão σ_t do relógio do receptor GPS, ou seja $\sigma_b = c \sigma_t$, onde c é a velocidade da luz. Embora b tenha sido modelado como erro aleatório de média nula, deve-se lembrar que de fato ele representa um bias porque o que é adicionado a todas as medidas de range \bar{y}_i é o mesmo valor constante: uma simples realização b . Os pesos positivos a_i e a^* são supostos obedecerem ao vínculo de normalidade:

$$a^* + \sum_i a_i = 1. \quad (4.30)$$

A derivação da solução pode ser obtida através do método dos multiplicadores de Lagrange. Definindo-se uma função de custo modificada:

$$l^* = L^* + \frac{1}{2} \sum_i \lambda_i a_i [\rho_i^t \rho_i - (y_{pi} + \Delta y)^2], \quad (4.31)$$

e impondo as condições de otimalidade:

$$\frac{\partial l^*}{\partial \mathbf{r}} = \sum_i a_i [\mathbf{r} - (R_i + \rho_i)]^t = 0, \quad (4.32)$$

$$\frac{\partial l^*}{\partial \rho_i} = a_i \{ \lambda_i \rho_i - [\mathbf{r} - (R_i + \rho_i)] \}^t = 0, \quad (4.33)$$

$$\frac{\partial l^*}{\partial \Delta y} = a^* \Delta y - \sum_i \lambda_i a_i (y_{pi} + \Delta y) = 0, \quad (4.34)$$

e levando em conta o vínculo (4.27) segue-se que:

$$\sum_i a_i u_i [|\mathbf{r} - R_i| - (y_{pi} + \Delta y)] = 0 \quad (4.35)$$

$$\rho_i = \frac{\mathbf{r} - R_i}{1 + \lambda_i} = (y_{pi} + \Delta y) u_i, \quad (4.36)$$

$$a^* \Delta y = \sum_i \lambda_i a_i (y_{pi} + \Delta y), \quad (4.37)$$

onde u_i é o versor dado por:

$$u_i = \frac{|\mathbf{r} - R_i|}{y_{pi} + \Delta y} - 1. \quad (4.38)$$

Resolvendo as equações (4.38) e (4.36) para λ_i tem-se:

$$\lambda_i = \frac{|\mathbf{r} - R_i|}{y_{pi} + \Delta y} - 1. \quad (4.39)$$

Usando o vínculo de normalidade (4.30) junto com a equação (4.39) acima, pode-se escrever:

$$\Delta y = \sum_i a_i [|\mathbf{r} - R_i| - y_{pi}] \quad (4.40)$$

e finalmente definindo-se a quantidade U como $U = \sum_i a_i u_i$ resulta:

$$f(\mathbf{r} - R_i, y_{pi}) \equiv \sum_i a_i (u_i - U) [|\mathbf{r} - R_i| - y_{pi}] = 0. \quad (4.41)$$

Este conjunto de equações (4.38), (4.40) e (4.41) fornece a solução fechada para a determinação de posição do satélite, utilizando medidas GPS viesadas, via método de mínimos quadrados. Estas equações podem ser resolvidas numericamente via o método de Newton-Raphson quando um chute inicial está disponível. Veja Lopes e Kuga (1997) para detalhes.

5. METODOLOGIA UTILIZADA

Os algoritmos propostos foram implementados em linguagem FORTRAN 90 (Compilador da Microsoft). Em tais algoritmos aparecem operações com matrizes cujas subrotinas estão disponíveis nas bibliotecas MSIMSL e MSFLIB, acessíveis somente por codificação em Fortran 90. Essas subrotinas não são compatíveis com outras versões do FORTRAN. A descrição dos dados e os resultados serão apresentados a seguir.

Para validar e analisar os 3 métodos propostos, além da análise do parâmetro GDOP, dados reais de satélites foram retirados de referências, que serão citadas no decorrer da análise.

As Tabelas 5.1, 5.2 e 5.3, com 4, 6, e 8 satélites GPS respectivamente, apresentam os valores que foram testados nos programas implementados. Todas essas tabelas listam também as correspondentes medidas de pseudo-range (PSEUDO) de cada satélite.

TABELA 5.1 – FONTE: Strang e Borre (1997)

SATÉLITES	X(m)	Y(m)	Z(m)	PSEUDO
R1	-11716227,778	-10118754,628	21741083,973	22163882,029
R2	-12082643,974	-20428242,179	11741374,154	21492579,823
R3	14.373.286,650	-10.448.439,349	19596404,858	21492492,771
R4	21492492,771	-21116508,618	-12689101,970	25284588,982
SOLUÇÃO	595025,053	-4856501,221	4078329,981	

TABELA 5.2 – FONTE: Strang e Borre (1997)

SATÉLITES	X(m)	Y(m)	Z(m)	PSEUDO
R1	14177509,188	-18814750,650	12243944,449	21119263,116
R2	15097198,146	-4636098,555	21326705,426	22527063,486
R3	23460341,997	-9433577,991	8174873,599	23674159,579
R4	-8206498,071	-18217989,839	17605227,065	20951643,862
R5	1399135,830	-17563786,820	19705534,862	20155386,649
R6	6995655,459	-23537808,269	-9927906,485	24222112,972
SOLUÇÃO	596902,683	-4847843,316	4088216,740	

TABELA 5.3 – FONTE: Lundberg et al. (1997)

SATÉLITES	X(m)	Y(m)	Z(m)	PSEUDO
R1	16414028,668	660383,618	20932036,907	24658975,371
R2	16896800,648	-18784061,365	-7418318,856	22964286,412
R3	9339639,616	-14514964,658	20305107,161	21338550,645
R4	-18335582,591	-11640868,305	15028599,071	23606547,294
R5	-2077142,705	-20987755,987	-15879741,196	24263298,504
R6	-4957166,885	-23306741,039	12039027,096	20758264,108
R7	17977519,820	-13089823,312	14331151,065	21847468,817
R8	9682727,508	-24060519,485	3985404,530	20352077,193
SOLUÇÃO	961333,829	-5674076,370	2740537,661	

6. RESULTADOS

A posição a ser estimada neste trabalho é comparada com a solução apresentada nas tabelas 5.1, 5.2, e 5.3 de referência que possui valores reais com precisão até a terceira casa decimal, ou seja, milímetros. Os resultados obtidos a partir dos algoritmos são avaliados através do parâmetro de erro em posição:

$$\Delta r = \left[\sum_{i=1}^3 (x_i - \hat{x}_i)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6.1)$$

em que x_i e \hat{x}_i , $i=1,2,3$ são as componentes (x , y , z) de referência e as calculadas pelos algoritmos testados, respectivamente. Sendo assim, Δr seria o erro em posição produzido pelo algoritmo sendo testado.

A tabela 6.1 mostra os erros em posição (Δr e em cada componente x , y , z individualmente) para os três métodos implementados, para o caso da Tabela 5.1 com 4 satélites. Esse erro Δr foi calculado de acordo com a Equação 6.1. Os resultados neste teste mostram que a precisão obtida pelo método estatístico é, em princípio, superior a dos demais métodos. Assim, outros testes foram realizados para verificar a precisão aparentemente superior do método estatístico.

TABELA 6.1

ERRO(m)	GEOMÉTRICO	ALGÉBRICO	ESTATÍSTICO
X	-1579,869	-2,1554E-02	4,9152E-03
Y	9063,9479	-4,3333E-02	4,0050E-02
Z	-4070,309	1,3508E-03	-1,3675E-03
Δr	1137,9233	-0,02117873	0,014532567

A Tabela 6.2 mostra resultados para os três métodos para os casos com 4, 6, e 8 satélites. Os resultados da tabela mostram que o caso 2 com 6 satélites GPS teve resultados anômalos. Esperava-se razoável precisão, pois o número de satélites é considerado suficiente. Uma análise mais detalhada mostrou que o erro obtido se deve

particularmente a má geometria dos satélites que formam a constelação, que por sua vez prejudicaram os cálculos. Este caso merece investigação posterior, pois todos os três métodos tiveram erros semelhantes, podendo indicar que a solução de referência esteja equivocada. Entretanto a precisão ainda é relativamente satisfatória, menor que 30m, comparável com erros esperados na prática.

TABELA 6.2

SOFTWARE / ERRO	CASO 1 N=4	CASO 2 N=6	CASO 3 N=8
GEOMÉTRICO	48,30839m	25,8338m	10061,74m
ALGÉBRICO	7,79E-04m	28,4898m	4,84E-02m
ESTATÍSTICO	7,76E-04m	26,07836m	1,98E-03m

Ficou mais evidente a aparente superioridade do método estatístico em relação aos demais. Investigou-se então o efeito do chute inicial. A Tabela 6.3 apresenta os resultados obtidos quando, no método estatístico, os chutes iniciais foram extraídos a partir do método geométrico, algébrico, ou números aleatórios da mesma ordem de grandeza. Os resultados mostram que o chute inicial pode ser ruim e ainda assim o método estatístico converge para a mesma solução, ou seja, é um método robusto e que pode ser totalmente desvinculado dos outros métodos.

TABELA 6.3

CHUTE INICIAL	ERRO (m)
GEOMÉTRICO	7,76310E-04
ALGÉBRICO	7,76310E-04
ALEATÓRIO	7,76310E-04

Outro teste realizado visou verificar a quantidade de iterações necessárias para que o algoritmo estatístico, considerado o melhor, convergisse para o resultado final. A referência utilizada foi a da Tabela 5.3, com o número de satélites N=8 e o resultado encontra-se na Figura 6.1, logo abaixo. Prova-se que com poucas iterações (cerca de 3 a 4) converge-se para resultados com precisão.

TABELA 6.4

NIT	ERRO
1	2.19887
2	4.06007E-02
3	4.03740E-02
4	4.037408E-02
5	4.037408E-02
6	4.037408E-02
7	4.037408E-02
8	4.037408E-02
9	4.037408E-02
10	4.037408E-02

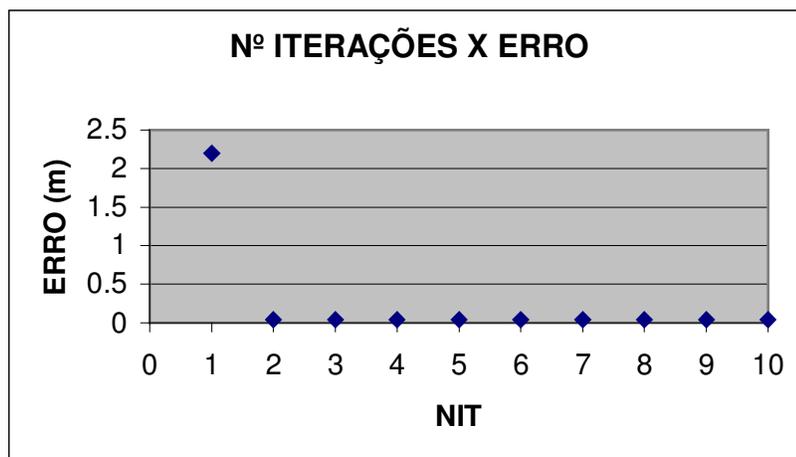


FIGURA 6.1

Um último teste utilizando apenas o método estatístico mostrou as correlações que existem quando diferentes quantidades de satélites são utilizados no programa (de 4 a 8). Analisando a Figura 6.2 pode-se verificar que, em geral, quanto maior o número de satélites GPS envolvidos no cálculo, melhor a precisão do método estatístico. É verificado também esse mesmo comportamento no algoritmo geométrico; já no método algébrico esse teste é impossível de ser realizado devido a restrição do próprio algoritmo que apenas suporta o número de satélites igual a 4.

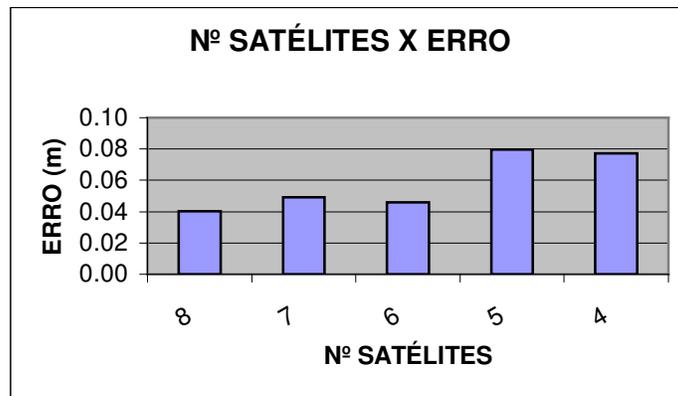


Figura 6.2

Foram realizados cálculos de sensibilidade do parâmetro GDOP (Diluição geométrica de precisão). O parâmetro GDOP mostra que quando o número de satélites é maior do que 4, o que acontece na maioria dos casos, é possível combiná-los 4 a 4 a fim de obter o melhor resultado. Isto se dá quando a combinação que produz o menor GDOP é utilizada. A Figura 6.3 mostra os valores de GDOPs obtidos nas 15 possíveis combinações para o número de satélites N=6 (Tabela 6.5). A Figura 6.4 mostra o erro obtido quando são utilizados o melhor e o pior GDOP e valores intermediários. Isto demonstra que uma subrotina com o cálculo do GDOP pode ser inserida num dos métodos possibilitando uma melhora nos resultados com a introdução de um cálculo bem simples do GDOP.

TABELA 6.5

Nº	GDOP	SATELITES
1	5,821649	1 2 3 4
2	11,17638	1 2 3 5
3	4,64713	1 2 3 6
4	8,19889	1 2 4 5
5	3,81483	1 2 4 6
6	7,2097	1 3 4 5
7	4,54675	1 3 4 6
8	5,820769	1 3 5 6
9	4,238565	1 2 5 6
10	6,593506	2 3 4 5
11	7,857655	2 3 5 6
12	6,027717	2 4 5 6
13	7,843269	3 4 5 6
14	168,5123	1 4 5 6
15	16,15276	2 3 4 6

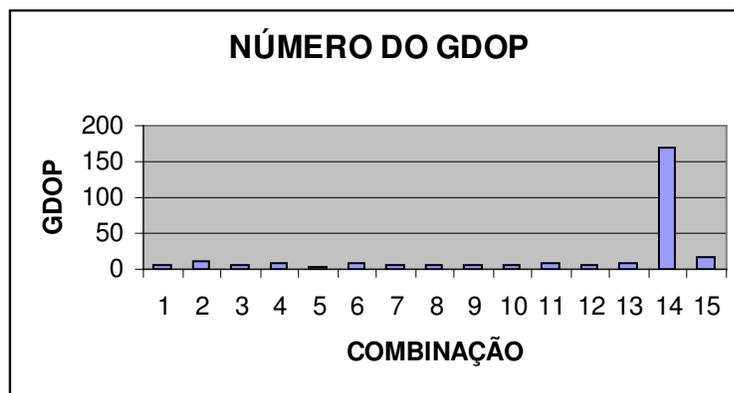


FIGURA 6.3

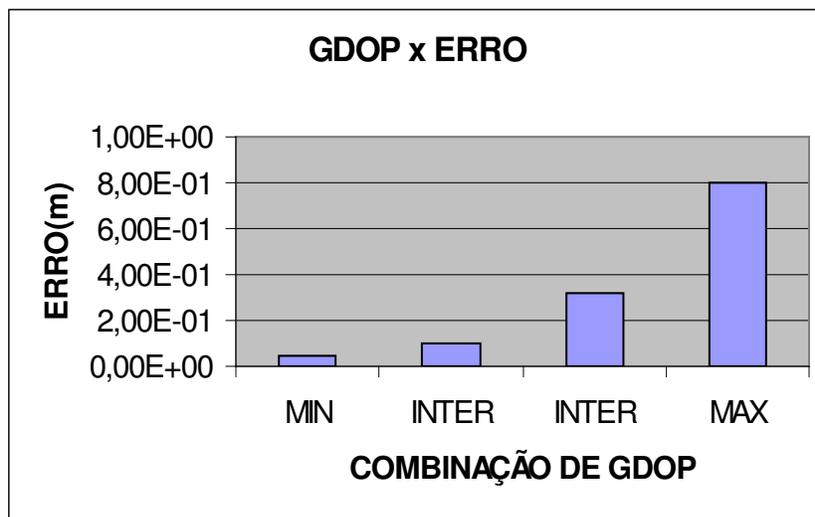


FIGURA 6.4

Vale ressaltar que o melhor GDOP retorna um resultado preciso, mas que por vezes, uma combinação com maior número de satélites pode trazer um resultado ainda melhor.

Por fim, a Tabela 6.6 mostra algumas informações que comparam os 3 métodos codificados, através dos seguintes parâmetros: tamanho, precisão, velocidade, (para processador Pentium), quantidade de subrotinas, quantidade de satélites e restrições do programa.

TABELA 6.6

SOFTWARE	TAMANHO	VELOCIDADE	PRECISÃO	SUBROTINAS	SATÉLITES
GEOMÉTRICO	2,67 KB	≈0,30s	10 a 100	não	=4
ALGÉBRICO	3,27 KB	>0,01s	0,1 a 0,01	não	≥4
ESTATÍSTICO	2,53 KB	>0,01s	0,01 a 0,001	6	≥4
GDOP	2,53 KB	≈0,10s	MELHORA	1	≥4

7. CONCLUSÕES

O objetivo desse trabalho foi investigar, equacionar, desenvolver, implementar e comparar soluções de navegação possíveis através do uso de medidas obtidas por receptores GPS (“Global Positioning System”), em ambiente espacial. Como resultado obteve-se um pacote de programas que comparam os três métodos (Geométrico, Algébrico e Estatístico) de computação da solução de navegação em diversos aspectos.

Resultados deste trabalho, utilizando dados reais de satélites foram comparados com arquivos disponíveis em referências e também na Internet. A precisão em posição obtida foi melhor que 25m, chegando até a milímetros em alguns casos; o que confirma a confiabilidade dos programas desenvolvidos.

As comparações aqui realizadas mostraram que o método estatístico é o mais preciso dentre os três, porém o mais complexo. O método algébrico ocupa e exige mais memória (Vide Tabela 6.6). Para obtenção de uma

aproximação grosseira, uma alternativa é o método geométrico que é bem menos complexo e rapidamente retorna um valor bem próximo ao da solução.

O método algébrico apesar de bem simples e compacto confere boa precisão e talvez ofereça a melhor relação custo x benefício. O problema é que existe uma restrição, ele só trabalha com dados providos de no máximo quatro satélites.

Uma alternativa para melhorar a precisão dos softwares é a introdução do cálculo do parâmetro GDOP (Geometric Dilution Of Precision), que produz uma comparação entre diferentes combinações de satélites disponíveis no instante em que se quer determinar a posição e descreve a combinação que está melhor distribuída, possibilitando uma maior precisão nos resultados.

Espera-se que a partir dessas análises, a Divisão de mecânica Espacial e Controle do INPE tenha subsídios suficientes para escolher e utilizar o método mais adequado que cumpra os requisitos de uma missão espacial futura com receptor GPS a bordo.

REFERÊNCIAS

BANCROFT, S. **An algebraic solution of the GPS equations.** Ieee Transactions on Aerospace and Electronics Systems, v.AES-21, n.7, 1985.

BERTIGER, W.I; Bar-Server, Y.E.; Christensen, E.J.; Davis, E.S.; Guinn, J.R.; Haines, B.J.; Ibanez-Meier, R.W.; Jee, J.R.; Lichten, S.M.; Melbourne, W.G.; Muellerschoen, R.J.; Munson, T.N.; Vigue, Y.; Wu, S.C.; Yunck, T.P.; Schutz, B.E.; Abusali, P.A.M.; Rim, H.J.; Watkins, M.M.; Willis, P. GPS precise tracking of TOPEX/Poseidon: results and implications. **Journal of Geophysical Research.** v. 99, n. C12, p. 24449-24463, 1994.

KLEUSBERG, A., 1994, "Direkte lösung des räumlichen Hyperbelschnitts", *Zeitschrift für Vermessungswesen*, No. 119, pp. 188-192. **Lopes, R. V. F.; Kuga, H. K.** Fast optimal orbit estimation from GPS measurements. **São José dos Campos: INPE, 1986. 40p. (INPE-4016-PRE/263).**

LOPES, R.V.F; Kuga, H. K. Optimal estimation of local orbit from GPS measurements. **AAIA Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 11, n. 2, p. 186-188, Mar.-Abr. 1988.

LOPES, R. V. F.; Kuga, H. K. ORBEST - A GPS navigation solution algorithm without DOP analysis. **Advances in the Astronautical Sciences**, AAS97-108, v. 95, p. 153-166, 1997.

LUNDBERG, J. B.;MINTER, C. F.;YOON, S. **Analysis of algebraic solutions to the GPS navigational equations** AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting, Huntsville, AL, Feb. 10-12, 1997. AAS 97-110.

ORLANDO, V.; Kuga, H. K.; Lopes, R. V. F. Reducing the geopotential tesseral harmonic effects on autonomous longitude drift control of Sun-synchronous satellites. **Advances In The Astronautical Sciences**, v.95, p.361-374, 1997.

ORLANDO, V.; Kuga, H. K. Analysis of an autonomous orbit control concept using GPS. **Revista**

Brasileira de Ciências Mecânicas, v.21, p. 52-59, 1999.

ORLANDO, V.; Kuga, H. K. Effect analysis of maximal allowable maneuver application rate for an autonomous orbit control procedure application. In: International Symposium Space Dynamics. **Proceedings of International Symposium Space dynamics**. Biarritz: CNES, 2000a.

ORLANDO, V.; Kuga, H. K. Investigation on autonomous orbit control using DIODE and GPS navigation systems. Editado por Prado, A. F. B. A. **Advances in Space Dynamics**, v.1, p.338-348, 2000b.

STRANG, G.; Borre, K. **Linear Algebra, Geodesy and GPS**. Wellesle-Cambridge Press, Wellesley, EUA, 1997, 624p.