

## AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DE INTEGRADORES NUMÉRICOS EM MECÂNICA ESPACIAL

Aurea Aparecida da Silva  
Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá - UNESP -  
Bolsa PIBIC - INPE / CNPq  
Antonio Fernando Bertachini de A. Prado  
Divisão de Mecânica Espacial e Controle - INPE  
Othon Cabo Winter  
Departamento de Matemática - FEG / UNESP

O presente trabalho tem por objetivo a avaliação do desempenho de vários integradores numéricos no cálculo de trajetórias de veículos espaciais, considerando diferentes modelos para a dinâmica. Para isso, foram utilizados quatro diferentes modelos dinâmicos baseados no Problema Restrito de Três Corpos:

- regularizado com as condições iniciais dadas no sistema fixo;
- não regularizado com as condições iniciais dadas no sistema rotacional;
- elíptico, em que as equações de movimento e as condições iniciais estão escritas no sistema fixo;
- elíptico, em que as equações de movimento e as condições iniciais estão escritas no sistema girante-pulsante.

Para estudar tais dinâmicas foram utilizados três métodos de integradores de equações diferenciais ordinárias de 1ª ordem, são eles:

1. método de Runge-Kutta de 4ª ordem;
2. método de Runge-Kutta de 7ª e 8ª ordem, com controle automático de passo;
3. método de Bulirsch-Stoer.

Os testes realizados para essas dinâmicas consistem em variar o valor da precisão requerida para integração (EPS). Esses valores variam de  $EPS=10^{-1}$  até  $EPS=10^{-15}$ ; verificando, para cada valor de EPS, o tempo de integração e a trajetória obtida.

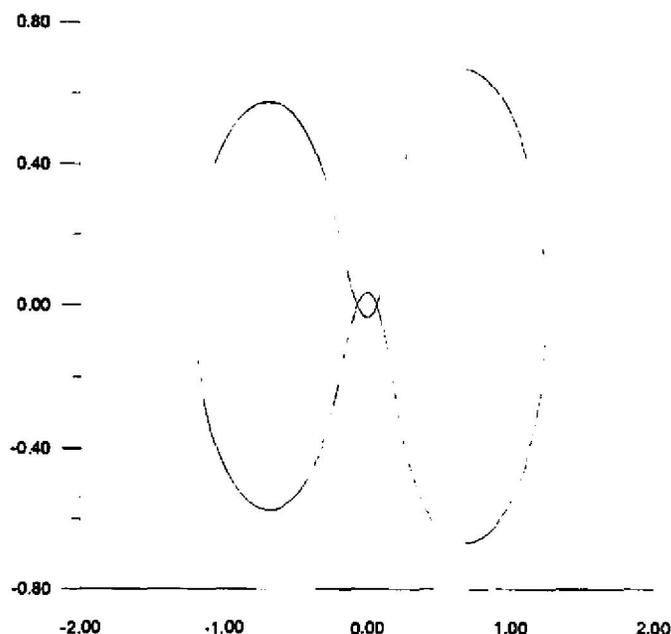
A análise dos resultados desse trabalho é feita de forma a estudar a precisão com que o integrador efetua a trajetória de ida e volta, e verificar o tempo gasto pelo computador (tempo de CPU) para efetuar essa integração. Nesta análise consideramos que existe um acúmulo de erro devido ao tempo de integração que ainda não pode ser observado na 1ª órbita. Dessa forma, para obtermos um melhor estudo, fazemos com que a duração da integração seja aumentada para dez órbitas, ou seja, passamos a analisar a 10ª órbita, em que já foi acumulado o referido erro.

Todas as simulações aqui efetuadas utilizaram um microcomputador compatível como o IBM-586 e o software "Fortran Powerstation 1.0 for Windows".

Como exemplo dos resultados obtidos mostramos as trajetórias para o caso da primeira dinâmica citada anteriormente. As trajetórias apresentadas correspondem a 10ª órbita do veículo espacial, com os valores de EPS variando de  $10^{-1}$  até  $10^{-15}$ . A Figura 1 mostra os resultados obtidos com o método de Bulirsch-Stoer. A figura mostra que na dinâmica estudada obtivemos um preciso conjunto de trajetórias sem qualquer variação quando utilizados os diferentes EPS, e o tempo de integração verificado variou de  $t_1 = 13s$  até  $t_{15} = 34s$ .

#### BIBLIOGRAFIA CONSULTADA:

- Senna, G.J. -"Cálculo Numérico e Computação"- DMA / UNESP - apostila;
- Prado, A.F.B.A. -"Mecânica Celeste I: Uma Introdução as Trajetórias Espaciais"- DMC/INPE - notas de aula do curso de Mecânica Celeste I;
- Brouwer, D., and G.M. Clemence, Methods of Celestial Mechanics, Academic New York, 1961.



**Figura 1: 10ª Órbita da Dinâmica Regularizada  
(EPS =  $10^{-1}$  ATÉ  $10^{-15}$ )**