

Aplicação de Modelos Markovianos para a Análise Temporal e Melhoria da Interpretabilidade de Redes Bayesianas

Ádamo L. de Santana

Universidade Federal do Pará
Rua Augusto Côrrea, 01 - 66075-110 - Belém - PA – Brasil
adamo@ufpa.br

Liviane P. Rego

Universidade Federal do Pará
Rua Augusto Côrrea, 01 - 66075-110 - Belém - PA – Brasil
liviane@ufpa.br

Carlos Renato L. Francês

Universidade Federal do Pará
Rua Augusto Côrrea, 01 - 66075-110 - Belém - PA – Brasil
rfrances@ufpa.br

Solon V. Carvalho

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
Av. dos Astronautas 1758, 12227-010 - São José dos Campos - SP - Brasil
solon@lac.inpe.br

Nandamudi L. Vijaykumar

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
Av. dos Astronautas 1758, 12227-010 - São José dos Campos - SP - Brasil
vijay@lac.inpe.br

RESUMO

Um dos principais fatores para o sucesso da descoberta do conhecimento é relacionado à compreensibilidade, ou seja, a capacidade de compreensão, entendimento ou ainda interpretação dos padrões descobertos aplicando técnicas de mineração de dados. Neste contexto, as redes Bayesianas aparecem como uma das mais proeminentes quando se considera a facilidade alcançada para a interpretação do conhecimento. As redes Bayesianas, entretanto, assim como toda a técnica de inteligência computacional, apresentam limitações e desvantagens, no que diz respeito a seu uso e aplicabilidade. Este trabalho apresenta uma extensão para a melhoria de redes Bayesianas, utilizando modelos Markovianos para inferência e análise temporal.

PALAVRAS CHAVE. Cadeias de Markov. Redes Bayesianas. Análise temporal. Mineração de dados.

ABSTRACT

One of the main factors for the knowledge discovery success is related to the comprehensibility of the patterns discovered by applying data mining techniques. Amongst which we can point out the Bayesian networks as one of the most prominent when considering the easiness of knowledge interpretation achieved. Bayesian networks, however, present limitations and disadvantages regarding their use and applicability. This paper presents an extension for the improvement of Bayesian networks, using Markovian models for inference and time analysis.

KEYWORDS. Markov chains. Bayesian networks. Time analysis. Data mining.

1. Introdução

As redes Bayesianas se destacam como uma das melhores técnicas de inteligência computacional, tendo se tornado um dos principais métodos para se trabalhar com incerteza no campo da inteligência artificial (Huang et al, 2004). Particularmente, esse fato é devido às suas propriedades analíticas excepcionais de representar domínios, correlacionar e estudar as dependências entre suas variáveis, o que permitem mais facilmente visualizar e compreender as relações entre as variáveis do ambiente, consistindo em um fator decisivo e de grande valia para a representação e análise do domínio pelos usuários.

Entretanto, assim como qualquer outro algoritmo computacional, as redes Bayesianas também apresentam limitações e desvantagens a respeito de seu uso, assim como de sua aplicabilidade, que podem ser melhoradas. Dentre essas dificuldades, está a não associação das correlações entre as variáveis considerando o fator de tempo, ou ainda pela ausência de modelos que permitam aprofundar a utilização de suas informações e resultados, como regressão a combinação de parâmetros que levaria à obtenção de um valor-meta. Tais estudos são importantes, pois constituem em situações e demandas de mercado reais observadas e que são, em alguns casos, fundamentais para a tomada de decisões.

Este trabalho faz parte de um estudo mais amplo, que denota a otimização do processo Bayesiano desde a etapa inicial, através da montagem da rede a partir dos dados originais, até a análise preditiva do comportamento da rede no decorrer do tempo, abordando também um modelo de otimização quanto ao aprofundamento da qualidade e utilização dos resultados obtidos. Com a utilização dessas estratégias, é possível ampliar o poder de interpretação das redes Bayesianas e adequá-las mais ainda a aplicações e demandas do mundo real, provendo os sistemas de suporte à decisão com inúmeras outras possibilidades de interpretação e inferências

Neste trabalho é apresentada uma estratégia que associa a conotação temporal à correlação, através da incorporação de um modelo estocástico, associando cadeias de Markov às redes Bayesianas. Dessa forma, complementando o funcionamento das redes Bayesianas e/ou propondo métodos para a melhoria de sua qualidade e desempenho.

Este artigo está organizado da seguinte maneira: na seção 2, os conceitos básicos de redes Bayesianas são mostrados. Na seção 3, é apresentado modelo para uma mais otimizada incorporação de modelos Markovianos em redes Bayesianas. Na seção 4, são apresentadas algumas considerações finais deste trabalho.

2. Redes Bayesianas

A incerteza se impõe como um aspecto onipresente na maioria dos domínios e análises estudadas. A modelagem da incerteza é um importante, senão necessário aspecto de quase todas as análises de dados (Hand, 2001).

No contexto da análise e mineração de dados, as redes Bayesianas despontam como um dos principais métodos para a modelagem da incerteza, permitindo tanto a previsão quanto o diagnóstico de eventos. As redes Bayesianas (RB) podem ser entendidas como modelos que codificam os relacionamentos probabilísticos entre as variáveis que definem um determinado domínio (Russel; Norvig, 2003) e que são utilizadas para representar processos probabilísticos e causais. As RBs constituem em um caso especial de uma classe mais ampla denominada modelos gráficos. Elas podem também ser encontradas referenciadas na literatura como redes de crença (*belief networks*), redes probabilísticas ou redes causais (Mihajlovic; Petkovic, 2001).

Uma rede Bayesiana é um grafo acíclico dirigido, composto por uma estrutura qualitativa, representando as dependências entre suas variáveis (nós e arcos conectando-os); e quantitativa, avaliando, em termos probabilísticos, essas dependências (Chen, 2001), representada pelas tabelas de probabilidade condicionais. Juntos, esses componentes propiciam uma representação eficiente da distribuição de probabilidade conjunta de um conjunto de variáveis X_i de um determinado domínio (Pearl, 1988). A distribuição conjunta é definida segundo (1).

$$P(X_1, \dots, X_n) = \prod_{i=1}^n P(X_i | Pa(X_i)) \quad (1)$$

Onde $Pa(X_i)$ representa as variáveis pais de X_i .

Uma das grandes vantagens das RBs é a semântica deste modelo, a qual facilita, dada a inerente representação causal dessas redes, o entendimento e o processo de tomada de decisão, por parte dos usuários desses modelos (Chen, 2001). Isto se deve, basicamente, ao fato de as relações entre as variáveis X_i do domínio poderem ser visualizadas graficamente, além de proverem um mecanismo de inferência que permite quantificar, em termos probabilísticos, a magnitude dos efeitos dessas relações. Através da representação gráfica da RB é possível visualizar e compreender mais facilmente as relações entre as variáveis do ambiente.

3. Aplicação dos modelos Markovianos às redes Bayesianas

No que diz respeito à análise temporal, em grande parte dos trabalhos presentes na literatura, a previsão é realizada através de análise de séries temporais. Entretanto, técnicas como redes Bayesianas dinâmicas - RBD (*dynamic bayesian networks*) (Murphy, 2002), modelos ocultos de Markov (*hidden Markov models* - HMM) (Rabiner; Juang, 1986) ou filtros de Kalman (*Kalman filters*) (Kalman, 1960) são mais apropriados quando se deseja considerar as dependências entre as variáveis, adicionando também um raciocínio probabilístico. Modelos ocultos de Markov e filtros de Kalman podem ser considerados como casos particulares de RBDs (Nilsson, 1998). Estas técnicas são utilizadas em uma grande gama de áreas (como: previsão de carga (Teixeira; Zaverucha, 2004), reconhecimento de voz (Nefian et al, 2002) e modelagem de genes (Murphy; Mian, 1999)).

Mesmo sendo possível, através de inferências, verificar o comportamento futuro de seus atributos, as RBs não dispõem de meios que permitam descobrir o quão próximo ou distante esses eventos estariam de acontecer. Ou seja, elas não permitem quantificar e apontar, no tempo, o momento da ocorrência dessas inferências. Como referência, destaca-se que, de modo a extrair essas propriedades temporais da rede Bayesiana e introduzi-las em um processo Markoviano, precisa-se estar trabalhando com um estudo de série temporal, adotando, dessa forma, uma determinada escala de tempo.

Pode-se representar um modelo de dados de uma série temporal como uma estrutura formada uma escala de tempo composta por um número de casos k , onde $k = 1, 2, \dots, t$, um número j de atributos, $j = 1, 2, \dots, p$, normalmente divididos em i objetos discretizáveis ou sub-unidades ou intervalos de tempo que se repetem no decorrer do período de tempo trabalhado. A Figura 1 apresenta a representação segundo a representação de um cubo de dados (Dillon; Goldstein, 1984).

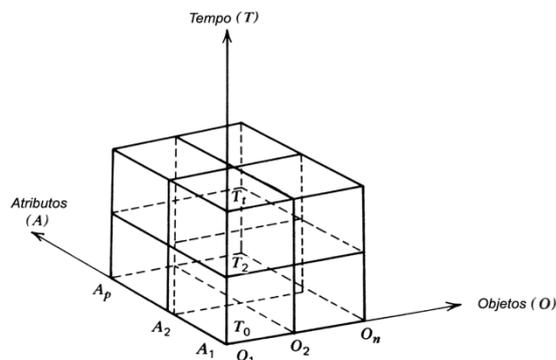


Figura 1. Estrutura do cubo de dados.

Um problema inicial clássico ao se tentar trabalhar com as RBs de forma temporal, está na necessidade de se montar tabelas de probabilidade condicionais para cada unidade de discretização de tempo que seja analisada. Desta forma, assume-se, como descrito na literatura, trabalhar-se com um processo estocástico estacionário.

Neste trabalho, é apresentada a análise temporal a partir da modelagem dos dados e características provenientes de uma rede Bayesiana em uma cadeia de Markov. A idéia é aplicar um isomorfismo entre uma rede Bayesiana, no tempo, como sendo uma cadeia de Markov a tempo discreto.

O modelo utilizado busca analisar a previsão, diferentemente de como, geralmente pode-se utilizar um HMM ou, ainda, uma RBD. Pode no entanto ser considerado como fazendo uso dos conceitos de HMM, no que diz respeito às suas bases teóricas e considerações sobre modelos Markovianos não regulares, sendo governada por distribuições de probabilidade.

Uma rede Bayesiana dinâmica (Figura 2) é uma RB que pode ser utilizada para representar um modelo probabilístico temporal, utilizando os mesmos algoritmos para inferência probabilística.

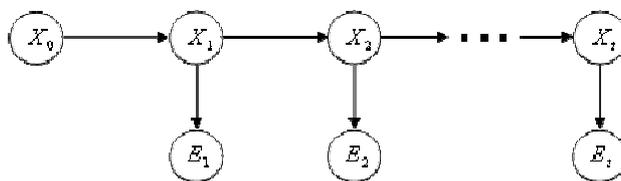


Figura 2. Exemplo de rede Bayesiana dinâmica.

Neste caso, X_t e E_t correspondem às variáveis observáveis e não observáveis do modelo, respectivamente. As RBDs assumem a proposição de Markov, de que o estado atual depende de seu estado anterior (normalmente um processo de 1ª ordem), pois, de outra forma, novas tabelas de probabilidade teriam que ser montadas a cada fatia de tempo.

A proposta que se apresenta aqui, tem por objetivo modelar, de maneira otimizada, a inserção da transição temporal Markoviana segundo um processo de 1ª ordem, mas também, levar em consideração, intrinsecamente em suas transições, as outras variáveis do domínio que também venham a influenciar no comportamento deste atributo. Isto é, assim como uma cadeia de Markov, uma rede Bayesiana pode ser vista como uma matriz de atributos que possuem uma correlação entre si e que também apresentam influência uns sobre os outros ao longo do tempo.

Para exemplificar o modelo, pode-se considerar um caso simples de um rede Bayesiana (Figura 3), composta pelas variáveis: *Nota* e *Estudo*; onde a nota obtida em um determinado exame depende da quantidade de estudo empregada. Assumindo-se também que os exames são realizados em uma escala de tempo mensal.



Figura 3. Rede montada com as variáveis Nota e Estudo.

Consideram-se como possíveis valores para os atributos, os seguintes: Estudo (Muito, Médio, Pouco); e Nota (Excelente, Bom, Regular).

Dessa forma, a RB também apresentaria os dados de probabilidades iniciais e, conjuntas apenas para o atributo *Nota*, já que é o único atributo que possui uma variável pai, ou seja, uma relação de dependência da *Nota* dado o *Estudo*.

O modelo de dependências e as tabelas de probabilidade denotariam, então, todos os dados que a RB poderia fornecer.

Seguindo a modelagem Markoviana, o que se busca obter é o instante de tempo n em que, a partir de uma inferência, uma determinada configuração das probabilidades de um atributo deve ocorrer (por exemplo, considerando o exemplo dado, uma vez evidenciado que se estuda *Muito*,

quando seria obtida uma nota *Excelente* com probabilidade 70%, *Bom* com 25% e *Regular* com 5%).

Como o que se busca de fato é obter a nova configuração para um determinado atributo, necessita-se estruturar a matriz de transição Markoviana vinculada a este atributo. Isto é feito mapeando as probabilidades de transição entre os estados desse atributo para a matriz, com base nas probabilidades condicionais que o referido atributo possui com relação aos outros atributos, com os quais mantém um vínculo de dependência (e.g. considerando novamente o exemplo dado, devem-se mapear as probabilidades de transição de *Nota* da seguinte forma: de *Excelente* passar para *Bom*; de *Excelente* para *Regular*; de *Excelente* para obter novamente *Excelente* e assim por diante). Ou seja, tem-se que calcular as probabilidades de transição para os estados de uma dada variável, para que se possa determinar a probabilidade de se alcançar um estado N_{t+1} com base em N_t . Desta forma, pretende-se encontrar a probabilidade $P(N_{t+1} = s_y | N_t = s_x) = p_{xy}$, ou seja p_{xy} denotaria a transição de um estado x em um tempo N_t para um estado y em um tempo N_{t+1} , de modo a criar uma matriz de transição Markoviana, como expressa no modelo na Tabela 1.

Tabela 1. Modelo da matriz de transição de estados a ser montada.

Nota\Nota	<i>Excelente</i>	<i>Bom</i>	<i>Regular</i>
<i>Excelente</i>	P_{EE}	P_{EB}	P_{ER}
<i>Bom</i>	P_{BE}	P_{BB}	P_{BR}
<i>Regular</i>	P_{RE}	P_{RB}	P_{RR}

No entanto, tem-se que apenas o fator do estudo em relação à nota não é suficiente para se verificar a relação da variável *Nota* com ela mesma e realizar a transição entre os seus estados, uma vez que, desta forma, a matriz de transição Markoviana convergiria imediatamente para o estado estacionário. Desta forma, deve-se também considerar o valor do atributo *Nota* em um ponto de tempo anterior, para atuar juntamente à variável *Estudo* e, dessa forma, obter as relações de transição da variável *Nota*.

Para tal, o primeiro registro no histórico existente é ignorado, para que se possa inserir na análise, analogamente a um processo Markoviano de 1ª ordem, a *Nota Anterior* obtida. As Tabelas 2 e 3 apresentam as probabilidades iniciais (Estudo, Nota e Nota no período anterior) e as condicionais da *Nota Atual*, levando em consideração o *Estudo* e a *Nota Anterior* (Nota-1), obtidas a partir dos dados existentes.

Tabela 2. Probabilidades iniciais da rede Bayesiana.

Estudo		Nota	
Muito (Mu)	0,133	<i>Nota</i>	<i>Nota-1</i>
Médio (Me)	0,534	Excelente (E)	0,210
Pouco (Po)	0,333	Bom (B)	0,467
		Regular (R)	0,323

Tabela 3. Probabilidades condicionais da rede Bayesiana - P(Nota | Estudo ∩ Nota-1).

Estudo ∩ N-1\Nota	<i>E</i>	<i>B</i>	<i>R</i>
$Mu \cap E$	0,934	0,033	0,033
$Mu \cap B$	0,333	0,333	0,333
$Mu \cap R$	0,333	0,333	0,333
$Me \cap E$	0,491	0,491	0,018
$Me \cap B$	0,033	0,934	0,033
$Me \cap R$	0,018	0,491	0,491
$Po \cap E$	0,333	0,333	0,333
$Po \cap B$	0,018	0,491	0,491
$Po \cap R$	0,033	0,033	0,934

O cálculo das probabilidades que servirão de base para a montagem da matriz de transição de estados deve seguir de acordo com:

$$P_{EB} = P(E) \times [P(B|Mu \cap E)P(Mu) + P(B|Me \cap E)P(Me) + P(B|Po \cap E)P(Po)] \quad (2)$$

Generalizando, o modelo pode ser especificado segundo:

$$P_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n P(s_y | s_x \cap Pa_i) \times P(Pa_i)}{\sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n P(s_j | s_x \cap Pa_k) \times P(Pa_k)} \quad (3)$$

Onde:

p_{xy} corresponde à probabilidade de se transicionar de um estado x para o estado y ;

s é a variável analisada e seus respectivos pais;

Pa é a variável que designa os atributos aos quais a variável s é dependente;

n é o número de possíveis valores e/ou combinações que os pais desse atributo possam assumir;

m é o número de valores que o atributo analisado pode assumir.

Consistindo o denominador da Equação (3) propriamente como a constante normalizadora da função, tem-se que:

$$P_{xy} = \alpha \sum_{i=1}^n P(s_y | s_x \cap Pa_i) \times P(Pa_i) \quad (4)$$

Calculando a partir de (4), obtém-se a matriz de transição de estados Markoviana apresentada abaixo (Tabela 4).

Tabela 4. Matriz de transição de estados Markoviana obtida.

Nota\Nota	Excelente	Bom	Regular
Excelente	0,497	0,378	0,125
Bom	0,068	0,707	0,225
Regular	0,065	0,318	0,618

A matriz obtida apresenta os valores de probabilidades de transição entre os estados de uma determinada variável analisada. Aplicando-se uma solução da cadeia para encontrar o vetor de probabilidades em um determinado tempo n , deve-se calcular a n -ésima potência da matriz estocástica de probabilidades. Conforme descrito pelas Equações de Chapman-Kolmogorov (Bolch et al, 1998), apresentadas a seguir.

Em notação matricial, tem-se:

$$P^{(n)} = P^{(m)} \times P^{(m-n)} \quad (5)$$

Onde $P^{(n)}$ é a matriz de transição no passo n . A partir de (5) pode-se concluir, portanto, que:

$$P^{(n)} = P^n \quad (6)$$

Demonstra-se, portanto, que a matriz no passo n corresponde à n -ésima potência dessa matriz. Assim, por exemplo, se a unidade de tempo estiver discretizada em meses e se desejar obter os valores de probabilidades de ocorrência de notas daqui a três meses, ter-se-ia que encontrar a potência P^3 da matriz (Tabela 5).

Tabela 5. Matriz de transição de estados no passo $n = 3$.

Nota\Nota	<i>Excelente</i>	<i>Bom</i>	<i>Regular</i>
<i>Excelente</i>	0,1878	0,5274	0,2851
<i>Bom</i>	0,1085	0,5561	0,3359
<i>Regular</i>	0,1071	0,4976	0,3974

Os resultados apresentados (Tabelas 4 e 5) levam em consideração o comportamento do domínio no tempo sem que qualquer inferência tenha sido realizada. Ao se levar em consideração esse aspecto, visando a fazer a análise no tempo, dada a evidência de um determinado estado da variável - como exemplo, considerando como fato o nível de *Estudo* aplicado para fazer o exame tenha sido *Médio* - ter-se-ia (Tabela 6).

Tabela 6. Matriz de transição de considerando o fator de inferência - Estudo: Médio.

Nota\Nota	<i>Excelente</i>	<i>Bom</i>	<i>Regular</i>
<i>Excelente</i>	0,491	0,491	0,018
<i>Bom</i>	0,033	0,934	0,033
<i>Regular</i>	0,018	0,491	0,491

Dessa forma, considerando a inferência feita, tem-se em um passo $n = 3$ a matriz apresentada na Tabela 7.

Tabela 7. Matriz de transição no passo $n = 3$ considerando a inferência - Estudo: Médio.

Nota\Nota	<i>Excelente</i>	<i>Bom</i>	<i>Regular</i>
<i>Excelente</i>	0,150	0,805	0,045
<i>Bom</i>	0,054	0,892	0,054
<i>Regular</i>	0,045	0,805	0,150

Finalmente, de modo a retornar da matriz de transição Markoviana para a tabela de probabilidade marginal da variável, utiliza-se a seguinte equação:

$$P(s_x) = \frac{\sum_{i=1}^n P_{ix}}{n} \quad (7)$$

Em que P é a probabilidade para um dado estado da variável observada s ; n é o número de possíveis estados que s pode assumir; e p representa as probabilidades de transição entre os n estados da variável s . Encontram-se assim as probabilidades para cada estado do atributo *Nota* em um período de tempo $n = 3$ dada a inferência de *Estudo Médio* aplicada. As probabilidades para o atributo *Nota* considerando o exemplo dado aqui são: *Excelente* 0,083, *Bom* 0,834 e *Regular* 0,083.

O método proposto apresenta uma utilização mais otimizada do uso de análises temporais em RBs. O modelo se utiliza da própria estrutura gráfica disponível da RB para análise, utilizando das probabilidades provenientes da rede para estudar as prospecções, não havendo a necessidade de uma implementação adicional de aprendizado para a inserção da modelagem temporal. A partir da RB, é possível estudar o comportamento de suas variáveis componentes, considerando a existência ou não de inferências induzidas na rede, empregando o modelo matemático sobre as probabilidades da variável observada.

Um exemplo de aplicação do modelo proposto em um estudo de caso na área de sistemas elétricos de potência é apresentado a seguir para ratificar a aplicabilidade do método. A análise apontada faz parte de um estudo realizado em (Rocha et al, 2006), para estabelecer prospecções

para o consumo de energia elétrica em uma determinada região. A base trabalhada designa o estudo de correlações entre o consumo de energia do município de Oriximiná - PA e os fatores climáticos, decorridos em uma escala de tempo mensal.

A base de dados é composta por dez variáveis, tendo onze arcos conectando-os em sua RB (Figura 4). Os atributos fazem referência aos tipos de consumo de energia (residencial, comercial, industrial e público) e os fatores climáticos observados (temperatura, umidade relativa e índice pluviométrico).

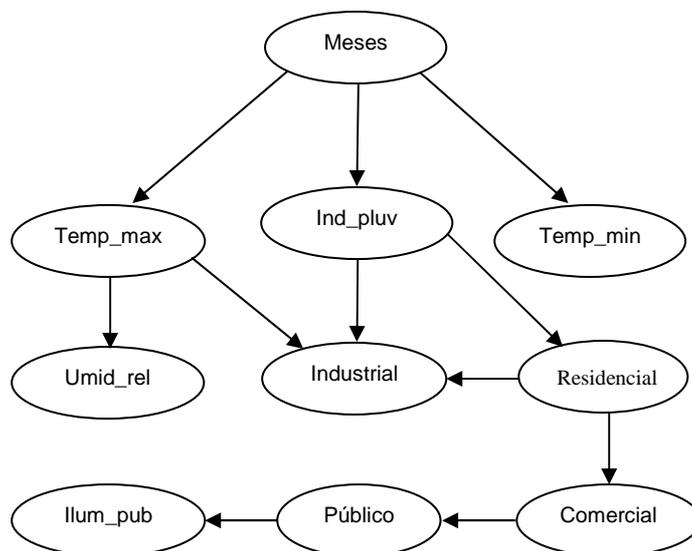


Figura 4. RB representando o correlacionamento do consumo de energia com os fatores climáticos.

A análise considerada para exemplo busca estudar a mudança ocorrida nas probabilidades referentes à variável de *consumo comercial*, decorrida de uma inferência no aumento do *índice pluviométrico*, assumindo esse constante incremento em um período de seis meses. O atributo índice pluviométrico (*Ind_pluv*), utilizado para inferenciar o modelo da RB, é por natureza uma variável contínua; seus valores, no entanto, apresentam-se discretizados em cinco faixas de valores, que variam de um valor de 1,479 até um máximo de 315,292 mm; a variável *Comercial*, que representa o consumo de energia elétrica em MW no setor comercial, tem, por sua vez, seus valores também discretizados em cinco faixas, variando de 126.918 a 219.649. As faixas de valores discretizadas e suas respectivas probabilidades são expostas na Tabela 8.

Tabela 8. Probabilidades marginais das variáveis *Ind_pluv* e *Comercial*.

Ind_pluv		Comercial	
[1,497 → 32,408)	0,192	[126.918 → 148.047)	0,192
[32,408 → 43,422)	0,192	[148.047 → 160.840)	0,192
[43,422 → 88,154)	0,192	[160.840 → 174.684)	0,192
[88,154 → 161,583)	0,192	[174.684 → 195.908)	0,192
[161,583 → 315,292]	0,230	[195.908 → 219.649]	0,230

A progressão do consumo comercial de acordo com a hipótese estabelecida é computada de acordo com a Equação (3), obtendo-se a matriz de transição Markoviana para a variável observada, como apresentado na Tabela 9. As faixas discretizadas, apontadas na Tabela 8, são, para simplificação, representadas por rótulos de C_1 a C_5 , de acordo com os crescentes valores de suas faixas.

Tabela 9. Matriz de transição Markoviana da variável de consumo comercial.

$$P = \begin{matrix} & & C_1 & C_2 & C_3 & C_4 & C_5 \\ \begin{matrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \end{matrix} & \left[\begin{array}{ccccc} 0,371 & 0,371 & 0,086 & 0,086 & 0,086 \\ 0,319 & 0,191 & 0,391 & 0,049 & 0,049 \\ 0,049 & 0,238 & 0,427 & 0,143 & 0,143 \\ 0,078 & 0,078 & 0,205 & 0,360 & 0,278 \\ 0,116 & 0,116 & 0,116 & 0,301 & 0,351 \end{array} \right] \end{matrix}$$

O seu equivalente obtido após a sexta iteração, ou seja, a matriz Markoviana representando as probabilidades de transição depois de decorridos seis meses, é apresentado na tabela seguinte.

Tabela 10. Matriz de transição Markoviana após a. transição de seis unidades de tempo.

$$P^6 = \begin{matrix} & & C_1 & C_2 & C_3 & C_4 & C_5 \\ \begin{matrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \end{matrix} & \left[\begin{array}{ccccc} 0,181 & 0,205 & 0,266 & 0,176 & 0,171 \\ 0,179 & 0,203 & 0,265 & 0,177 & 0,172 \\ 0,177 & 0,201 & 0,264 & 0,181 & 0,175 \\ 0,175 & 0,199 & 0,262 & 0,184 & 0,177 \\ 0,176 & 0,199 & 0,262 & 0,183 & 0,177 \end{array} \right] \end{matrix}$$

Aplicando a Equação (7) podem-se obter novamente as probabilidades marginais relativas à análise considerada, identificando-se as seguintes distribuições para as faixas de valores da variável *Comercial*: $C_1 = 0,1776$; $C_2 = 0,2014$; $C_3 = 0,2638$; $C_4 = 0,1802$; e $C_5 = 0,1744$. Resultando em um reajuste nas probabilidades dos eventos e uma maior evidência de consumo na faixa intermediária que tange de 160.840 a 174.684MW.

4. Considerações Finais

A possibilidade de representação gráfica da estrutura e dos padrões obtidos a partir dos dados, bem como o caráter exploratório das análises permitidas pelas redes Bayesianas, possibilitam indicar, com maior aprofundamento, o relacionamento entre as variáveis de um dado domínio. Isto favorece o aumento da compreensibilidade dos padrões descobertos, bem como a identificação da utilidade e a relevância desses padrões.

Neste trabalho foi apresentada uma abordagem Markoviana para analisar as correlações existentes entre as variáveis de uma RB e seu comportamento no decorrer de uma escala de tempo. A utilização de um modelo Markoviano introduz vantagens advindas de seu fundamento matemático. A proposição de Markov de que o estado atual depende apenas de seu estado anterior e, adicionando-se a isso, o fato de que os modelos Markovianos possuem soluções relativamente simples em relação ao seu esforço computacional e à complexidade matemática envolvida, o que estimula e facilita a sua utilização.

O modelo destaca a utilização da estrutura da RB, que sozinha expressa as relações de dependência e causalidade entre as variáveis, e das probabilidades associadas às variáveis, que servem como base para a montagem da matriz de transição Markoviana, e que, por sua vez, provê os meios para o estudo das transições probabilísticas dos eventos observados, considerando ou não inferências, no decorrer do tempo.

Referências

- Bolch, G., Greiner, S., Meer, H. de, Trivedi, K. S.** (1998). *Queuing Networks and Markov Chains: Modeling and Performance Evaluation with Computer Science Applications*, John Wiley & Sons, Inc, New York, USA.
- Chen, Z.** (2001). *Data Mining and Uncertain Reasoning - an Integrated Approach*, John Wiley Professional.
- Dillon, W. R. e Goldstein, M.** (1984). *Multivariate Analysis - Methods and Applications*, John Wiley & Sons.
- Hand, D., Manilla, H. e Smyth, P.** (2001). *Principles of data mining*, The MIT Press.
- Huang, H., Song, H., Tian, F., Lu, Y. e Wang, Q.** (2004). A comparatively research in incremental learning of Bayesian networks, *Intelligent Control and Automation. Fifth World Congress on*, Volume 5, 4260-4264.
- Kalman, R. E.** (1960), A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems, *Transactions of the ASME - Journal of Basic Engineering*, Volume 82, 35-45.
- Mihajlovic, V. e Petkovic, M.** (2001). Dynamic Bayesian Networks: A State of the Art, *Technical Report*, Computer Science Department, University of Twente, the Netherlands.
- Murphy, K.** (2002). Dynamic Bayesian Networks: Representation, Inference and Learning, *PhD Thesis*, Computer Science Division, UC Berkeley.
- Murphy, K. e Mian, S.** (1999). Modelling Gene Expression Data using Dynamic Bayesian Networks, *Technical Report*.
- Nefian, A., Liang, L., Pi, X., Liu, X. e Murphy, K.** (2002). Dynamic Bayesian Networks for Audio-Visual Speech Recognition, *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, Volume 2002, Issue 11, 1274-1288.
- Nilsson, N.** (1998). *Artificial Intelligence: A New Synthesis*, Morgan Kaufmann Publishers.
- Pearl, J.** (1988). *Probabilistic Reasoning in Intelligent System*, Morgan Kaufmann Publishers.
- Rabiner, L. R. e Juang, B. H.** (1986). An introduction to Hidden Markov Models, *IEEE ASSP Magazine* 3 (1), 4-16.
- Rocha, C., Santana, Á. L., Francês, C. R., Rego, L., Costa, J., Gato, V. e Tupiassu, A.** (2006). Decision Support in Power Systems Based on Load Forecasting Models and Influence Analysis of Climatic and Socio-Economic Factors. *SPIE Optics East, Proceedings on*, v. 6383.
- Russel, S.e Norvig, P.** (2003). *Artificial Intelligence – A Modern Approach*. Prentice Hall.
- Teixeira, M. A. e Zaverucha, G.** (2004). Fuzzy hidden Markov predictor in electric load forecasting, *Neural Networks, IEEE International Joint Conference on*, Volume 1, 315-320.