

Modelagem markoviana de um sistema de redes de satélites de comunicação

Heitor Angelo Moraes Junior

Solon Venâncio de Carvalho

Rita de Cássia Meneses Rodrigues

Laboratório Associado de Computação Aplicada – LAC

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE

12227-010, São José dos Campos, SP

E-mail: heitor.moraes@lac.inpe.br; solon@lac.inpe.br; rita@lac.inpe.br

1. Introdução

O desenvolvimento de satélites tornou possível a troca de informações entre vários pontos geograficamente distantes sobre a superfície terrestre com qualidade e custo acessível. Nas últimas décadas o mundo tem acompanhado o aumento do uso de satélites para transmissão de dados, seja na área de telefonia fixa ou móvel, transmissão de sinais de rádio e televisão, coleta de dados e vários outros usos. Devido a este aumento e ao alto custo de implantação das redes de satélites, vários autores têm se dedicado à sua modelagem e à análise do seu desempenho utilizando diferentes técnicas. Por suas características estocásticas, os processos markovianos têm sido considerados por vários autores para modelar esses sistemas. A principal propriedade dos processos markovianos (Çinlar, 1975) é que o comportamento futuro do processo é condicionalmente independente do passado desde que seu estado presente seja conhecido.

Altman (2001) apresenta uma ampla revisão bibliográfica sobre aplicações de processos de decisão markovianos a redes de comunicação. Nesta referência diversos problemas encontrados em redes de comunicação, tais como controle de fluxo e congestionamento de rede, são analisados. Wood (2001) analisa o uso de redes de satélites para acessar internet, sua topologia, as vantagens e desvantagens do uso de diferentes tipos de órbitas, atrasos devido ao tráfego, e o roteamento e fluxo nas conexões entre satélites. Usaha e Barria (2002) estudam o problema de admissão de chamadas e seleção de rotas em redes de satélites do tipo LEO (*Low Earth Orbit*). Eles propõem a utilização de modelos semi-markovianos de decisão para controlar a admissão de

chamadas e suas rotas, com o objetivo de maximizar o rendimento da rede a longo prazo, que é definido como uma combinação entre o rendimento obtido ao se aceitar novas chamadas e o custo do término forçado de chamadas em andamento. Zaim et al. (2002) apresentam um modelo markoviano para calcular probabilidades de bloqueio em uma constelação de três satélites fixos dispostos em uma única órbita. Para sistemas com uma quantidade maior de satélites, os autores apresentam um algoritmo para calcular, aproximadamente, as probabilidades de bloqueio de chamadas decompondo-o em vários subsistemas menores, resolvendo cada subsistema de forma iterativa usando o modelo markoviano proposto. Os autores também apresentam um modelo para sistemas com “handoff”. Zaim et al. (2003) estendem o modelo proposto em Zaim et al. (2002) para calcular a probabilidade de bloqueio de chamadas em uma constelação de dezesseis satélites organizados em quatro órbitas com quatro satélites em cada órbita.

Neste trabalho, propõe-se o uso de uma cadeia de Markov a tempo contínuo (CMTC) para modelar uma constelação de quatro satélites em uma única órbita, na qual a posição dos satélites é considerada fixa no céu, como no caso de órbita Geoestacionária. As CMTC são processos markovianos cujos tempos de permanência em cada estado são exponencialmente distribuídos. O modelo desenvolvido é baseado em Zaim et al. (2002). No presente trabalho propõem-se, ainda, expressões para o cálculo de medidas que serão utilizadas para analisar o desempenho do sistema em estudo. Este trabalho é organizado da seguinte maneira. Na próxima seção será apresentado um breve resumo sobre sistemas de satélites. O sistema de satélites estudado e o

modelo markoviano proposto neste trabalho são descritos na Seção 3 e 4, respectivamente. Expressões para o cálculo de medidas de desempenho do sistema são apresentadas na Seção 5. Na Seção 6, resultados numéricos são analisados. E, finalmente, na Seção 7, conclusões e sugestões para trabalhos futuros são apresentadas.

2. Sistemas de Satélites

Sistemas de satélites podem ser classificados de acordo com suas altitudes em relação à superfície terrestre como LEO (*Low Earth Orbit*), MEO (*Medium Earth Orbit*) e GEO (*Geostationary Earth Orbit*). As altitudes das órbitas influenciam na decisão de quantos satélites serão lançados e que tecnologias eles deverão possuir. Satélites lançados em órbitas altas cobrem uma área maior e por isso é necessária uma quantidade menor de satélites para cobrir uma mesma área. Mas eles necessitam de mais potência para serem lançados e para enviar informações de volta para a Terra, pois os sinais têm que viajar uma grande distância, o que aumenta o período de latência.

Um satélite em sua órbita retorna ao mesmo ponto no céu, relativo à Terra, depois de um certo tempo, o que é denominado período de órbita. Se o período de órbita de um satélite for igual ao período de rotação da Terra, ou seja, se ele permanecer aproximadamente fixo no céu em relação a um observador que estiver situado sobre a superfície terrestre, ele é denominado fixo no céu em relação à Terra. Os satélites podem comunicar-se através de conexões denominadas ISL (*intersatellite links*). A conexão entre a Terra e um satélite é denominada *uplink* se a chamada for originária da Terra e *downlink* se a chamada for originária do satélite. Uma chamada que ocorre entre dois usuários dentro de uma mesma área de cobertura de um satélite é denominada UDL, *up-and-down link*. Cada satélite i possui C_{UDL} canais para realizar as chamadas nas conexões do tipo UDL e C_{ISL} canais para realizar as chamadas com cada satélite j nas conexões do tipo ISL.

Neste trabalho denomina-se conexão física à conexão direta entre dois satélites, ou seja, uma conexão que não precise passar por um terceiro satélite para acontecer, e conexão lógica à conexão entre dois satélites quaisquer, mesmo que esta não seja direta, ou seja, que

seja realizada utilizando-se mais de uma conexão física. Por exemplo, em uma constelação de quatro satélites (denominados 1, 2, 3 e 4) como pode ser vista na Figura 1, as seguintes conexões são denominadas conexões físicas: 1-2, 2-3, 3-4 e 1-4.

3. O Sistema em estudo

Considera-se uma constelação de quatro satélites como apresentado na Figura 1. Neste sistema, admite-se que as chamadas chegam de acordo com um processo de Poisson com taxa λ , e a duração das chamadas é exponencialmente distribuída com taxa μ . Por simplificação, neste trabalho, admite-se que todos os satélites i , $i = 1, \dots, 4$, possuem a mesma quantidade de canais C_{UDL} . Similarmente, para quaisquer i, j , $i \neq j$, considera-se o mesmo número de canais C_{ISL} $i-j$. Estas simplificações não causam perda de generalidade, o modelo proposto pode ser usado quando a quantidade de canais nas conexões UDL e/ou ISL são diferentes. Sob esta assunção, a quantidade de canais UDL e ISL serão denotadas simplesmente por C_{UDL} e C_{ISL} .

Admite-se ainda, nesta rede de satélites, que uma chamada originada no satélite 1 e terminada no satélite 3 é roteada através do satélite 2, e uma chamada originada no satélite 2 e terminada no satélite 4 será roteada através do satélite 3.

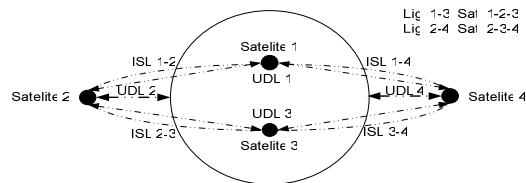


Figura 1: Quatro satélites em uma única órbita.

4. O Modelo Markoviano

No sistema descrito na Seção 3, as chamadas chegam aos satélites de acordo com um processo de Poisson e a duração das chamadas tem distribuição exponencial, logo é possível modelar o sistema como uma cadeia de Markov a tempo contínuo (CMTC). Seja o estado do sistema definido por uma n -upla $(n_{11}, n_{12}, n_{13}, n_{14}, n_{22}, n_{23}, n_{24}, n_{33}, n_{34}, n_{44})$, em que n_{ij} é uma variável aleatória que representa o número de chamadas bidirecionais ativas entre os satélites i e j , $1 \leq i \leq j \leq 4$, não

importando se a chamada originou no satélite i ou j . n_{ij} representa o número de chamadas entre dois usuários na mesma área de cobertura do satélite i , e observe que dois canais bidirecionais UDL são usados para realizar estas chamadas. Como as chamadas entre satélites compartilham as conexões UDL e/ou ISL do sistema, o número de chamadas ativas depende da quantidade de canais existentes nestas conexões. Desta forma o espaço de estados deste sistema é dado por:

$$E = \{(n_{11}, n_{12}, n_{13}, n_{14}, n_{22}, n_{23}, n_{24}, n_{33}, n_{34}, n_{44}) \mid n_{ij} \in \mathbb{N} \forall i, j, \quad (1)$$

$$2n_{11} + n_{12} + n_{13} + n_{14} \leq C_{UDL}; \quad (2)$$

$$n_{12} + 2n_{22} + n_{23} + n_{24} \leq C_{UDL}; \quad (3)$$

$$n_{13} + n_{23} + 2n_{33} + n_{34} \leq C_{UDL}; \quad (4)$$

$$n_{14} + n_{24} + n_{34} + 2n_{44} \leq C_{UDL}; \quad (5)$$

$$n_{12} + n_{13} \leq C_{ISL}; \quad (6)$$

$$n_{14} \leq C_{ISL}; \quad (7)$$

$$n_{13} + n_{23} + n_{24} \leq C_{ISL}; \quad (8)$$

$$n_{24} + n_{34} \leq C_{ISL} \}.$$

A restrição (1) assegura que o número de chamadas originadas (equivalentemente terminadas) no satélite 1 é, pelo menos, igual à capacidade de canais UDL do satélite. As restrições (2), (3) e (4) são similares a (1), mas correspondem aos satélites 2, 3 e 4, respectivamente. As restrições (5) a (8) asseguram que o número de chamadas que usam a conexão ISL entre dois satélites é, pelo menos, igual à capacidade daquela conexão.

Seja λ_{ij} e $1/\mu_{ij}$ a taxa de chegada de chamadas e a duração média das chamadas entre os satélites i e j , respectivamente, então a taxa de transição $r(e, \hat{e})$ entre o estado atual ($e \in E$) e o próximo estado ($\hat{e} \in E$) para esta CMTC é dada por:

- $r(e, \hat{e}) = \lambda_{ij}$, $\forall i, j$, se a transição ocorreu devido ao início de uma nova chamada entre os satélites i e j . Neste caso, $\hat{e}$ é igual a e , exceto na posição correspondente ao elemento n_{ij} , que é acrescido de uma unidade;
- $r(e, \hat{e}) = n_{ij}\mu_{ij}$, $\forall i, j$, $n_{ij} > 0$, se a transição ocorreu devido ao término de uma chamada entre os satélites i e j . Neste caso, $\hat{e}$ é igual a e , exceto na posição correspondente ao elemento n_{ij} , que é decrescido de uma unidade.

5. Medidas de Desempenho do Sistema

Nesta seção, descrevem-se as expressões para obtenção das seguintes

medidas de desempenho do funcionamento do sistema em estudo: o número médio de chamadas entre os satélites i e j , o número médio de canais usados e a taxa efetiva de chamadas em cada conexão, a probabilidade de bloqueio e a taxa de rejeição de chamadas no sistema e em cada conexão.

O número médio de chamadas entre os satélites i e j é dado pelo somatório, sob todos os estados do sistema, do produto entre o número de chamadas ativas entre estes satélites em cada estado e , $n_{ij}(e)$, e sua respectiva probabilidade limite π_e , ou seja:

$$\bar{X}(n_{ij}) = \sum_{e \in E} n_{ij}(e) \pi_e, \quad 1 \leq i \leq j \leq 4.$$

O número médio de canais utilizados em cada conexão física é dado pelo somatório do número médio de chamadas entre satélites que usam estes canais. Observe que chamadas que ocorrem entre dois usuários na mesma área de cobertura de um determinado satélite usam dois canais UDL. Então, tem-se que:

$$\bar{N}_{UDL1} = 2\bar{X}(n_{11}) + \bar{X}(n_{12}) + \bar{X}(n_{13}) + \bar{X}(n_{14})$$

$$\bar{N}_{UDL2} = 2\bar{X}(n_{22}) + \bar{X}(n_{12}) + \bar{X}(n_{23}) + \bar{X}(n_{24})$$

$$\bar{N}_{UDL3} = 2\bar{X}(n_{33}) + \bar{X}(n_{13}) + \bar{X}(n_{23}) + \bar{X}(n_{34})$$

$$\bar{N}_{UDL4} = 2\bar{X}(n_{44}) + \bar{X}(n_{14}) + \bar{X}(n_{24}) + \bar{X}(n_{34})$$

$$\bar{N}_{ISL1-2} = \bar{X}(n_{12}) + \bar{X}(n_{13})$$

$$\bar{N}_{ISL1-4} = \bar{X}(n_{14})$$

$$\bar{N}_{ISL2-3} = \bar{X}(n_{13}) + \bar{X}(n_{23}) + \bar{X}(n_{24})$$

$$\bar{N}_{ISL3-4} = \bar{X}(n_{24}) + \bar{X}(n_{34})$$

A probabilidade de bloqueio de chamadas na conexão i - j , $\pi_b(i, j)$ é calculada somando-se todas as probabilidades limites dos estados em que a conexão i - j deve ser bloqueada por falta de recursos (canais) disponíveis para atender chamadas:

$$\pi_b(i, j) = \sum_{e \in B_{ij}} \pi_e,$$

onde $B_{ij} = \{e \mid e \in E \text{ e } e+1_{ij} \notin E\}$ e I_{ij} representa um vetor com zero para todas as variáveis aleatórias exceto a variável aleatória n_{ij} , que é 1.

A taxa de rejeição de chamadas em cada conexão i - j é dada pelo produto entre a taxa de chegadas de chamadas na conexão i - j e a probabilidade de bloqueio de chamadas nesta conexão. Então, tem-se que:

$$\theta_{ij} = \lambda_{ij} \pi_b(i, j),$$

onde λ_{ij} é a taxa de chegada de chamadas na conexão i - j .

Logo, a taxa total de rejeição do sistema é dada por:

$$\theta = \sum_{i,j} \theta_{ij} = \sum_{i,j} \lambda_{ij} \pi_b(i, j).$$

Definindo a taxa total de chegadas no sistema por:

$$\lambda = \sum_{i,j} \lambda_{ij}$$

tem-se a probabilidades de bloqueio do sistema é dada por:

$$\pi_b = \frac{\sum_{i,j} \lambda_{ij} \pi_b(i, j)}{\lambda}.$$

A taxa de atendimento de chamadas (chegada de chamadas efetiva) na conexão $i-j$ é dada pela diferença entre a taxa de chegada e a taxa de rejeição, ou seja,

$$\begin{aligned} \lambda'_{ij} &= \lambda_{ij} (1 - \pi_b(i, j)) = \lambda_{ij} - \lambda_{ij} \pi_b(i, j) \\ &= \lambda_{ij} - \theta_{ij}. \end{aligned}$$

6. Resultados Numéricos

Alguns resultados numéricos são apresentados para ilustrar a aplicação do modelo proposto. Considerou-se uma constelação de 4 satélites com $\lambda_{ij} = 0,15$, $\mu_{ij} = 2$, $1 \leq i \leq j \leq 4$, e diferentes valores de C_{UDL} . Por simplicidade considera-se $C_{ISL} = C_{UDL}$, assumindo os valores 3, 5 e 10.

Para este sistema calcularam-se o número médio de chamadas entre dois satélites e o número médio de canais usados nas conexões físicas do sistema, que são apresentados, respectivamente, nas Tabelas 1 e 2.

Conexões	$C_{ISL} = C_{UDL}$		
	3	5	10
1 – 1	0,0684	0,0747	0,075
1 – 2	0,0730	0,0749	0,075
1 – 3	0,0729	0,0749	0,075
1 – 4	0,0730	0,0749	0,075
2 – 2	0,0684	0,0747	0,075
2 – 3	0,0729	0,0749	0,075
2 – 4	0,0729	0,0749	0,075
3 – 3	0,0684	0,0747	0,075
3 – 4	0,0730	0,0749	0,075
4 – 4	0,0684	0,0747	0,075

Tabela 1 – Número médio de chamadas entre dois satélites ($\lambda = 0,15$; $\mu = 2$)

Conexões	$C_{ISL} = C_{UDL}$		
	3	5	10
1 – 1	0,3557	0,3741	0,3750
2 – 2	0,3557	0,3741	0,3750
3 – 3	0,3557	0,3741	0,3750
4 – 4	0,3557	0,3741	0,3750
1 – 2	0,1459	0,1498	0,1500
1 – 4	0,0730	0,0749	0,0750
2 – 3	0,2188	0,2247	0,2250
3 – 4	0,1459	0,1498	0,1500

Tabela 2 – Número médio de canais usados nas conexões físicas ($\lambda = 0,15$; $\mu = 2$)

Como todas as conexões com a Terra são feitas através das conexões UDL, as quantidades de canais usados nestas conexões são sempre maiores que nas conexões ISL, como pode ser observado na Tabela 2. Pode-se observar também, nesta tabela, que o número de canais usados na conexão ISL entre os satélites 1 e 4 é menor do que nas outras conexões. Isto porque nesta conexão só ocorrem chamadas entre estes dois satélites, enquanto as outras conexões são compartilhadas por mais do que dois satélites.

Para analisar o comportamento das probabilidades de bloqueio nas conexões do sistema em função da capacidade dessas conexões, elaboraram-se os Gráficos 1 e 2. Eles apresentam, respectivamente, a variação das probabilidades de bloqueio para cada conexão do sistema em função da variação da capacidade C_{UDL} fixando o valor de C_{ISL} , e em função da variação da capacidade C_{ISL} fixando o valor de C_{UDL} .

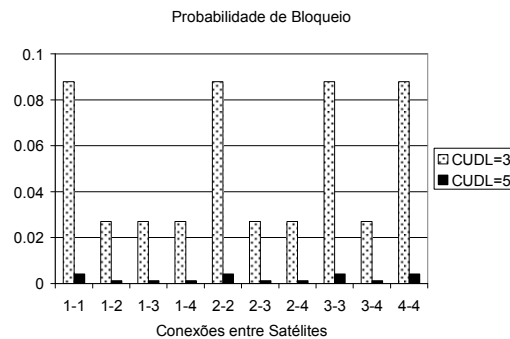


Gráfico 1 – Variação da probabilidade de bloqueio em cada conexão ($C_{ISL} = 10$; $\lambda = 0,15$; $\mu = 2$)

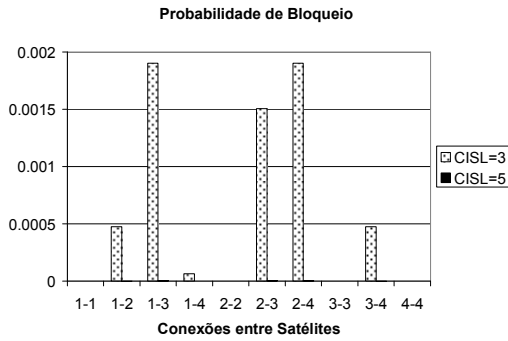


Gráfico 2 – Variação da probabilidade de bloqueio em cada conexão ($C_{UDL} = 10$; $\lambda = 0,15$; $\mu = 2$)

No Gráfico 1 observa-se que, quando $C_{ISL} = 10$ e $C_{UDL} = 3$, tem-se uma probabilidade de aproximadamente 9% de se bloquear as chamadas nas conexões UDL (1-1, 2-2, 3-3, 4-4) e uma probabilidade de aproximadamente 3% de se bloquear as chamadas nas conexões ISL (1-2, 1-3, 1-4, 2-3, 2-4 e 3-4). Quando se mantém $C_{ISL} = 10$ e aumenta-se o valor de C_{UDL} , ou seja, $C_{UDL} = 5$, a probabilidade de bloqueio de chamadas nas conexões UDL diminui para aproximadamente 0,4% e nas conexões ISL para aproximadamente 0,1%.

No Gráfico 2 observa-se que quando se faz o contrário, $C_{ISL} = 3$ e $C_{UDL} = 10$, a probabilidade de bloqueio nas conexões ISL fica abaixo de 0,2% e muito próximo de zero nas conexões UDL. E, para $C_{UDL} = 10$, se C_{ISL} é aumentado, assumindo valor 5, a probabilidade de bloqueio é praticamente nula em todas as conexões.

Este comportamento em torno das variações de C_{UDL} e C_{ISL} mostra que as conexões “up-and-downlink” têm um efeito de gargalo maior do que as conexões ISL, bloqueando, assim, o funcionamento do sistema. Isto se deve ao fato de que todas as chamadas passam, necessariamente, por estas conexões, antes de passarem pelas conexões ISL.

No Gráfico 3 apresentam-se as variações da taxa de rejeição e da taxa de atendimento de chamadas do sistema quando a taxa de chegadas de chamadas no sistema varia de 0,1 a 5, mantendo-se $\mu_{ij} = 2$ e $C_{UDL} = C_{ISL} = 3$.

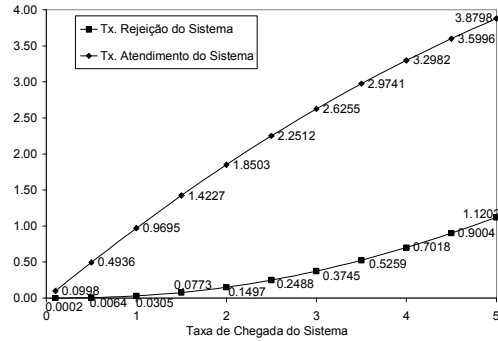


Gráfico 3 – Taxa de rejeição e taxa de atendimento de chamadas do sistema ($C_{UDL} = C_{ISL} = 3$; $\mu = 2$).

A taxa de atendimento de chamadas do sistema é crescente com a taxa de chegada, porém é limitada pela capacidade máxima de atendimento do sistema. Neste sistema, esse limite foi de 12, obtido quando a taxa de chegada ultrapassa 50.

Deve-se notar que a variação da taxa de rejeição do sistema em função da taxa de chegada do sistema forma uma curva convexa, tornando-se assintoticamente linear quando a taxa de chegadas ultrapassa a capacidade de atendimento do sistema, pois, neste caso, toda chegada adicional é rejeitada. Com $\lambda_{ij} = 0,15$, a taxa de rejeição do sistema é 0,0773, que corresponde a uma probabilidade de bloqueio de chamadas de 5,16%.

7. Conclusão

Neste trabalho, foi apresentado um modelo markoviano para uma constelação de quatro satélites em uma única órbita e várias medidas de desempenho para análise destes sistema.

Extensões deste trabalho incluem o uso de técnicas de agregação e desagregação que permitam o tratamento matemático de constelações com um grande número de satélites, e a modelagem de constelações de satélites considerando a transferência de chamadas (*handoffs*) entre áreas de coberturas dos satélites sobre a superfície terrestre, que ocorrem devido ao movimento dos satélites em relação à Terra.

8. Agradecimentos

Este trabalho foi parcialmente financiado pela CAPES.

Referências

- [1] E. Altman, Applications of Markov Decision Processes in Communication Networks: a Survey, em “Handbook of Markov Decision Processes: Methods and Applications” (E. Feinberg e A. Schwartz, eds.) pp. 489-536, Kluwer, Boston, 2001.
- [2] E. Çinlar, “Introduction to stochastic processes”, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1975.
- [3] W. Usaha, J Barria, Markov decision theory framework for resource allocation in LEO satellite constellations, IEEE Proc. Commun, vol.149, n° 5, pp. 270-276, (2002).
- [4] L. Wood, Internetworking with satellite constellations, Ph.D.’s Thesis, Centre for Communication Systems Research, School of Electronics, Computing and Mathematics, University of Surrey, Guildford, United Kingdom, 2001.
- [5] A.H. Zaim, G.N. Rouskas and H.G. Perros, Computing call blocking probabilities in LEO satellite networks: The single orbit case, IEEE Trans. Veh. Technol., vol. 51, n° 2, pp. 332-347, (2002).
- [6] A.H. Zaim, G.N. Rouskas and H.G. Perros, Computing call blocking probabilities in LEO satellite constellations, IEEE Trans. Veh. Technol., vol. 52, n° 3, pp. 622-636, (2003).