

CONTROLE DE ESTOQUE NUMA LINHA DE PRODUÇÃO COMPOSTA DE DUAS MÁQUINAS E SUJEITA A DEMANDA ALEATÓRIA

Solon Venâncio de Carvalho
Rita de Cássia Meneses Rodrigues

Laboratório Associado de Computação e Matemática Aplicada (LAC)
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE)
Av. dos Astronautas, 1758 - Caixa Postal 515
12901-970 - São José dos Campos - SP
e-mail: {solon, rita}@lac.inpe.br

RESUMO

Considera-se um sistema de manufatura composto de duas máquinas diferentes operando em série, um estoque intermediário de peças semi-acabadas e um estoque final de peças prontas que deve atender a uma demanda aleatória. O estoque intermediário e o estoque final são controlados por uma política que decide dinamicamente sobre o bloqueio ou não de cada máquina. A estrutura de custos do sistema é composta de um custo de manter os estoques intermediário e final, um custo de reativação de cada máquina, um custo de ociosidade de cada máquina e um custo de perda de demanda. Um Modelo Markoviano de Decisão é utilizado para minimizar o custo médio do sistema a longo prazo e obter medidas de performance. Resultados numéricos são apresentados.

ABSTRACT

Consider a manufacturing system consisting of two different machines operating in series, an in-process inventory that is used to store the products processed by the first machine whenever the second machine is busy, and another inventory to store the finished products. This inventory must provide a stochastic demand with products. The inventories are controlled by a policy that decides dynamically whether to activate each of the two machines or not. The system's cost structure includes a inventory holding cost, a restart cost, a starving cost and a demand loss cost. A Markov Decision Model is used to minimize the long-run average cost per unit of time and to obtain measures of system performance. Numerical results are presented.

Palavras-chaves: Modelos de Estoque - Cadeias de Markov - Sistemas de Manufatura.

Key words: Inventory Models - Markov Chains - Manufacturing Systems.

1 - Introdução

Estuda-se um sistema de manufatura composto de duas máquinas em série (M_1 , M_2), um estoque de peças semi-acabadas entre M_1 e M_2 e um estoque final de peças prontas. A fabricação de cada peça exige que esta seja primeiro processada pela máquina M_1 e em seguida pela máquina M_2 . Considera-se um estoque S_1 de peças semi-acabadas entre as máquinas e um estoque S_2 de peças prontas. O sistema deve atender a uma demanda aleatória de peças prontas.

Admitindo-se que a capacidade dos estoques é finita e que as máquinas estão sujeitas a falhas durante o processamento de uma peça, o objetivo deste trabalho é o controle ótimo dos estoques. Este controle é determinado por uma política que decide dinamicamente pelo bloqueio ou desbloqueio das máquinas M_1 e M_2 , em função dos níveis dos estoques e dos estados das máquinas, de maneira a minimizar o custo médio do sistema a longo prazo. Este sistema foi modelado por um Processo Markoviano de Decisão a Tempo Contínuo e utilizou-se o Algoritmo de Iteração de Valores para obtenção da política ótima.

[Hwang e Koh 92] formulou um modelo markoviano para obtenção de uma política (s,S) que minimiza o custo esperado a longo prazo de um sistema composto de um estoque de peças semi-acabadas entre duas máquinas M_1 e M_2 em série. [Carvalho et alii 93] utilizou o modelo de Hwang e Koh e obteve um custo médio mínimo menor para o sistema, considerando políticas de controle que decidem sobre o bloqueio ou desbloqueio da máquina M_1 não apenas em função do tamanho do estoque intermediário mas também em função do estado observado de cada máquina. Nenhum dos dois trabalhos modelaram a demanda pelo produto pronto.

2 - Descrição do Modelo

Observa-se o estado do sistema nos instantes de decisão, que são os instantes de ocorrência de um dos seguintes eventos: final de processamento, quebra de máquina, final de reparo e chegada de uma demanda. O estado do sistema é definido pelo conjunto de valores (m_1, s_1, m_2, s_2) que são, respectivamente, o estado da máquina M_1 , o tamanho do estoque S_1 (que inclui a peça que eventualmente esteja sendo processada na máquina M_2), o estado da máquina M_2 e o tamanho do estoque S_2 . O conjunto de estados possíveis para cada uma das máquinas é $E_M = \{ W, P, R \}$, onde P significa "processando uma peça", R significa "em reparo" e W significa "esperando". O tamanho máximo do estoque S_i é N_i , $i = 1, 2$. Assim, pode-se definir o espaço de estados do sistema como:

$$E = \{ (m_1, s_1, m_2, s_2) / m_1, m_2 \in E_M, s_1 \in \{0, 1, \dots, N_1\}, s_2 \in \{0, 1, \dots, N_2\}, \\ \begin{array}{ll} \text{se } s_1 = N_1 & \text{então } m_1 = W, \\ \text{se } s_1 = 0 & \text{então } m_1 \neq W, \\ \text{se } s_1 = 0 \text{ ou } s_2 = N_2 & \text{então } m_2 = W, \\ \text{se } s_1 \neq 0 \text{ ou } s_2 = 0 & \text{então } m_2 \neq W \end{array} \}$$

onde as condições impostas aos estados garantem que o nível máximo de cada estoque seja respeitado e que a produção não seja definitivamente interrompida.

Nos instantes de ocorrência de eventos, uma política de controle deve decidir que ação tomar até o próximo instante de decisão. Consideram-se políticas estacionárias, ou seja, políticas que

escolhem a ação levando em conta o estado do sistema no presente e não se importando com seu comportamento no passado.

Cada ação é representada pelo par ordenado (b_1, b_2) onde, para $i = 1, 2$, $b_i = B$ significa bloquear a máquina M_i e $b_i = D$ significa desbloquear a máquina M_i até a próxima observação do sistema. A máquina M_i , $i = 1, 2$, deve obrigatoriamente ser bloqueada (resp. desbloqueada) se o estoque S_i atingir seu limite máximo (resp. tornar-se vazio). Assim, para cada estado $i = (m_1, s_1, m_2, s_2)$ pertencente a E , o espaço de ações possíveis é:

$$A(i) = \begin{cases} \{(D, D)\} & \text{se } s_1 = 0 \text{ e } s_2 = 0 \\ \{(D, D), (D, B)\} & \text{se } s_1 = 0 \text{ e } 0 < s_2 < N_2 \\ \{(D, B)\} & \text{se } s_1 = 0 \text{ e } s_2 = N_2 \\ \{(D, D), (B, D)\} & \text{se } 0 < s_1 < N_1 \text{ e } s_2 = 0 \\ \{(D, D), (D, B), (B, D), (B, B)\} & \text{se } 0 < s_1 < N_1 \text{ e } 0 < s_2 < N_2 \\ \{(D, B), (B, B)\} & \text{se } 0 < s_1 < N_1 \text{ e } s_2 = N_2 \\ \{(B, D)\} & \text{se } s_1 = N_1 \text{ e } s_2 = 0 \\ \{(B, D), (B, B)\} & \text{se } s_1 = N_1 \text{ e } 0 < s_2 < N_2 \\ \{(B, B)\} & \text{se } s_1 = N_1 \text{ e } s_2 = N_2 \end{cases}$$

Para cada máquina M_i ($i = 1, 2$), o tempo de processamento de uma peça, o tempo de funcionamento até a quebra e o tempo de reparo são considerados variáveis aleatórias independentes e exponencialmente distribuídas com taxas β_i , λ_i e μ_i , respectivamente. O estoque de peças prontas está sujeito a demanda aleatória. Os tempos entre chegadas de demanda são independentes e expoencialmente distribuídos com taxa γ .

Como o tempo de processamento, o tempo até a quebra, o tempo de reparo das máquinas e o tempo entre chegadas de demanda são exponencialmente distribuídos, pode-se modelar o sistema em estudo como um Processo Markoviano de Decisão a Tempo Contínuo. Para estes processos, dado que em um instante de decisão o sistema está no estado $i \in E$ e a ação $a \in A(i)$ foi escolhida, definem-se $\tau(i, a)$ como o tempo esperado até o próximo instante de decisão, $p(i, j, a)$ como a probabilidade que no próximo instante de decisão o estado seja j e $C(i, a)$ como o custo esperado incorrido até o próximo instante de decisão.

Define-se $\Lambda_{ij}(a)$ como a taxa de transição do estado i ao estado j ($i, j \in E$) quando a última ação escolhida foi $a \in A(i)$. A partir das taxas de transição $\Lambda_{ij}(a)$ obtém-se facilmente a taxa total de saída de cada estado dada por $\Lambda_i(a) = \sum_{j \in E} \Lambda_{ij}(a)$ e, então, as probabilidades de transição são dadas por $p(i, j, a) = \Lambda_{ij}(a) / \Lambda_i(a)$ e o tempo esperado entre transições é dado por $\tau(i, a) = 1 / \Lambda_i(a)$. A Figura 2.1 mostra o algoritmo para obtenção das taxas de transição $\Lambda_{ij}(a)$ que descrevem o comportamento do sistema.

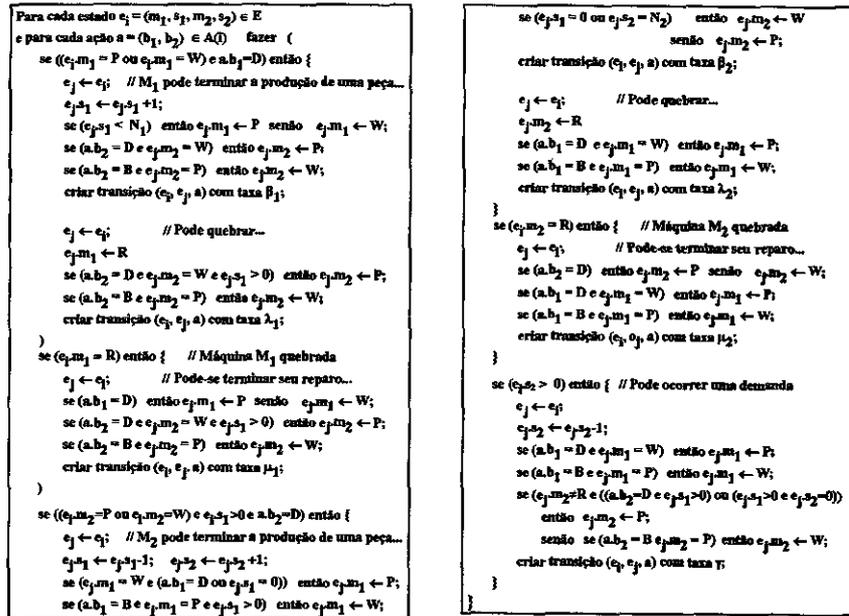


Figura 2.1 - Algoritmo para criação das transições entre estados

O custo esperado do sistema $C(i,a)$ é dividido em seis parcelas: $C_{h1}(i,a) + C_{h2}(i,a) + C_s(i,a) + C_{r1}(i,a) + C_{r2}(i,a) + C_i(i,a)$ são, respectivamente, o custo esperado de estocagem de peças semi-acabadas no estoque S_1 , o custo esperado de estocagem de peças prontas no estoque S_2 , o custo esperado de ociosidade da máquina M_2 ; o custo esperado de reativação da máquina M_1 , o custo esperado de reativação da máquina M_2 e o custo esperado de perda de demanda incorridos até o próximo instante de decisão, dado que em um instante de decisão o sistema está no estado $i = (m_1, s_1, m_2, s_2) \in E$ e a ação $a \in A(i)$ foi escolhida. Estes custos são dados por:

$$C_{h1}(i,a) = \begin{cases} c_{h1} (s_1 - 1) \tau(i,a) & \text{se } s_1 > 1 \\ 0 & \text{caso contrario} \end{cases} \quad C_{h2}(i,a) = \begin{cases} c_{h2} s_2 \tau(i,a) & \text{se } s_2 > 1 \\ 0 & \text{caso contrario} \end{cases}$$

$$C_s(i,a) = \begin{cases} c_s \tau(i,a) & \text{se } s_1 = 0 \\ 0 & \text{caso contrario} \end{cases} \quad C_i(i,a) = \begin{cases} \gamma \tau(i,a) & \text{se } s_2 = 0 \\ 0 & \text{caso contrario} \end{cases}$$

$$C_{rk}(i,a) = \begin{cases} c_{rk} \sum_{\substack{e_j \in E \\ e_j.m_k = W \text{ ou} \\ e_j.s_k > e_i.s_k}} \Lambda_{ij}(a) / \Lambda_i(a) & \text{se } e_i.m_k = W \text{ ou } a = B \\ 0 & \text{caso contrario} \end{cases} \quad \text{para } k=1, 2$$

onde c_{h1} , c_{h2} , c_s , c_p , c_{r1} e c_{r2} são constantes positivas fornecidas ao modelo.

Os valores de $\tau(i,a)$, $p(i,j,a)$ e $C(i,a)$ são os dados necessários à utilização do Algoritmo de Iteração de Valores, apresentado em Tijms (1986), para obtenção da política que minimiza o custo médio do sistema a longo prazo. Na Seção 3 apresenta-se um exemplo numérico onde se obtém a política ótima e algumas medidas de desempenho sob a política ótima.

3 - Resultados Numéricos

Para testar o modelo, utilizou-se o seguinte conjunto de dados numéricos:

$$\begin{array}{cccccc} \beta_1 = 6 & \lambda_1 = 0,5 & \mu_1 = 2 & \beta_2 = 5 & \lambda_2 = 0,5 & \mu_2 = 1 \\ c_{n1} = 5 & c_{n2} = 10 & c_s = 10 & c_{r1} = 10 & c_{r2} = 10 & c_j = 100 \end{array}$$

e fez-se a taxa de demanda γ variar entre 1 e 10 peças por unidade de tempo. A Figura 3.1 mostra os valores obtidos para o custo mínimo e para o número médio de peças produzidas por unidade de tempo em função da demanda. A Figura 3.1(b) mostra que, devido às características de operacionalidade e disponibilidade das máquinas, a produtividade do sistema não ultrapassa 2,7 peças por unidade de tempo. Este valor é alcançado quando a demanda atinge 8 peças por unidade de tempo; para demanda superior a capacidade do sistema é saturada. Na Figura 3.1(a) pode-se notar que, mesmo acima deste valor, o custo mínimo aumenta devido ao crescimento do custo esperado de perda de demanda.

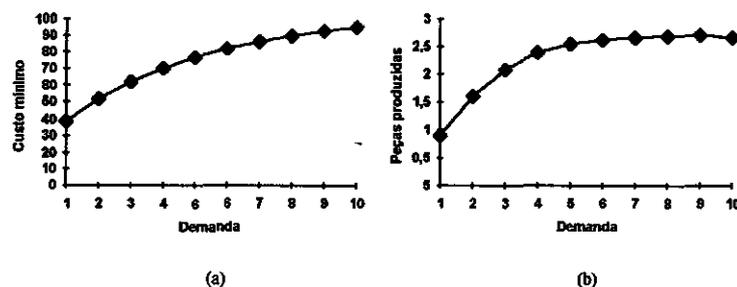
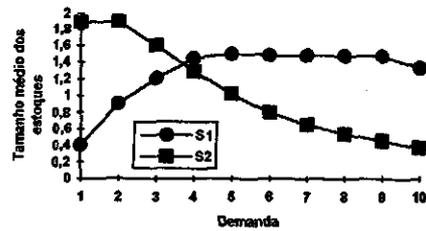


Figura 3.1 - Custo mínimo e peças produzidas por unidade de tempo para os dados numéricos considerados

A Figura 3.2 mostra a variação do nível médio de cada estoque em função da demanda. Nesta figura, pode-se notar que estes níveis sofrem pequenas flutuações devido a alterações na política de custo mínimo. Nota-se no entanto que, à medida que a demanda aumenta, o estoque de peças prontas tende a ser, em média, menor, pois as peças prontas permanecem menos tempo em estoque (principalmente quando a demanda atinge ou ultrapassa a capacidade de produção do

sistema). Por outro lado, o estoque de peças semi-acabadas tende a aumentar, pois torna-se necessário garantir a cadência da produção para que não falem peças na máquina M_2 .



(a)

(b)

Figura 3.2 - Custo mínimo e peças produzidas por unidade de tempo para os dados numéricos considerados

5 - Comentários e Conclusões

O presente trabalho é uma extensão de [Carvalho et alii 93], que considerou um modelo similar mas sem tecer considerações sobre a demanda do sistema. A inclusão da demanda enriquece o modelo, permitindo comparar o comportamento do sistema sob diversos níveis de solicitação.

Para implementação do modelo, utilizou-se uma biblioteca de classes para tratamento analítico de modelos markovianos e markovianos de decisão implementada no INPE/LAC em linguagem C++.

Referências Bibliográficas

- CARVALHO, S.V.; RODRIGUES, R.C.M.; MORAIS, P.R. Otimização do controle de estoque entre máquinas numa linha de produção. Anais do 25^o Simpósio Brasileiro de pesquisa Operacional, Campinas, SP, Brasil, 16 a 19 de novembro de 1993, pp. 623-627.
- KWANG, H.; KOH, S.G. Optimal control of work-in-process with dual limit switches in two-stage transfer line. *European Journal of Operational Research*, V. 63, 66-75, 1992.
- TIJMS, H.C. *Stochastic Modeling and Analysis: A Computational Approach*. Wiley, New York, 1986.