# ESTUDO DO ESTOQUE DE PEÇAS SEMI-ACABADAS NUMA CÉLULA FLEXÍVEL DE MANUFATURA COMPOSTA DE DUAS MÁQUINAS E UM ROBÔ.

Solon Venâncio de Carvalho Nandamudi Lankalapalli Vijaykumar Acioli Antonio de Olivo

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE
Laboratório Associado de Computação e
Matemática Aplicada - LAC
Caixa Postal 515
12201-970 - São José dos Campos - SP
e-mail: solon@lac.inpe.br

Resumo: Considera-se uma célula flexível de manufatura composta de duas máquinas trabalhando em série e produzindo continuamente um único tipo de peça. A produção de cada peça envolve um tratamento na primeira máquina seguido por um tratamento na segunda máquina. A célula de manufatura também conta com um estoque de peças produzidas pela primeira máquina para serem carregadas na segunda máquina, ou seja, se a segunda máquina estiver ocupada processando uma peça, o produto da primeira máquina poderá ser colocado no estoque. O carregamento e descarregamento de peças em cada máquina são efetuados por um robô. Uma peça terminada pela primeira máquina será colocada no estoque ou se será carregada diretamente na segunda máquina, se esta máquina estiver esperando carregamento. Supõe-se que as máquinas e o robô estão sujeitos a falhas e que um operador é encarregado de corrigi-las. A partir de um modelo markoviano foram obtidas medidas de desempenho e confiança do sistema

Abstract: Consider a flexible manufacturing system with two machines working in series and continuously making a single product. The product is processed by the first machine and followed by another process by the second machine. This system has an in-process stock that is used to load the products finished by the first machine whenever the second machine is busy. The system has a robot to load and unload the products in the machines. Product finished by the first machine may be stored in the stock or it can be loaded directly in the second machine if not busy. The machines and the robot may fail and there is only one operator encharged to correct the failures. A markovian model is used and performance measurements as well as reliability results are obtained.

Palavras chaves: modelagem markoviana, célula flexível de manufatura, statecharts.

## 1 - Introdução

Em [Carvalho et alii 1994] é analisado um modelo de desempenho para uma célula flexível de manufatura composta de duas máquinas trabalhando em série e produzindo continuamente um único tipo de peça. Nestes modelos, o comportamento do sistema é representado por diagramas de estados e a sua descrição está baseada em Statecharts [Harel 1987]. A partir do modelo de comportamento do sistema e de uma hipótese de exponencialidade dos tempos envolvidos, obtém-se uma cadeia de Markov a tempo contínuo que representa este comportamento.

No presente trabalho ar dia-se o modelo anterior pela adição de um estoque intermediário entre as máquinas, com o objetivo de aumentar a produtividade do sistema, haja visto que o tempo de espera para sincronização do funcionamento das máquinas durante a produção pode ser reduzido.

# 2 - Descrição do modelo

Considera-se uma célula flexível de manufatura composta de duas máquinas Ma e Mb trabalhando em série e produzindo continuamente um único tipo de peça, um estoque intermediário S, um robô Rb e um operador Op. O estoque serve como uma forma de armazenar os produtos semi-acabados, com o objetivo de reduzir o tempo de espera

das máquinas, por hipótese seu tamanho máximo é  $N \ge 0$ . A produção de cada peça envolve um tratamento na máquina  $M_h$  seguido por um tratamento na máquina  $M_h$ . O carregamento e o descarregamento de peças em cada máquina são efetuados pelo robô Rb. As máquinas e o robô estão sujeitos a falhas e o operador Op é encarregado de corrigi-las. Os tempos envolvidos no processo, ou seja, o tempo até uma falha de cada máquina ou do robô, os respectivos tempos de reparo de falhas, os tempos de tratamento de cada peça e os tempos de carregamento e descarregamento de peças em cada máquina e no estoque, são considerados exponencialmente distribuídos.

A Figura 1 mostra a representação statecharts do comportamento do sistema que será detalhado na seqüência. A definição, a sintaxe e a semântica dos statecharts,  $\epsilon$  mostrado em [Harel 1987], [Harel et alii 1987] ou [Hooman et alii 1992]. Para a adequação do formalismo aos modelos de desempenho, tempos exponencialmente distribuídos com taxa  $\rho$  (média  $1/\rho$ ) são representados por  $\{\rho\}$  e acrescentou-se transições probabilísticas aos diagramas de estados correspondentes às máquinas.

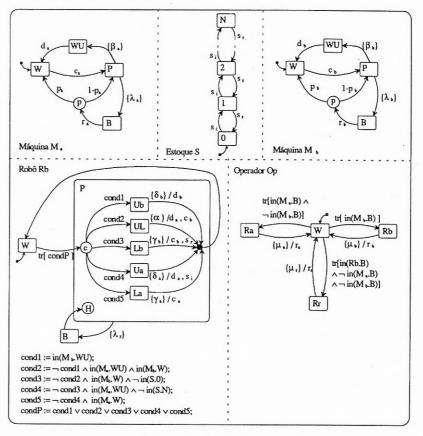


Figura 1 - Representação Statecharts do Modelo

Os comportamentos das máquinas  $M_{\mathtt{k}}$  e  $M_{\mathtt{b}}$  são modelados por diagramas de estados onde os estados possíveis são W, P, WU e B, que representam respectivamente os estados "esperando carregamento", "processando uma peça", "esperando descarregamento" e "em estado de falha". O estado inicial de cada máquina é o estado de espera W. Um

evento  $c_a$  (respectivamente  $c_b$ ) gerado pelo robô corresponde ao carregamento de uma peça na máquina  $M_a$  (respectivamente  $M_b$ ) acarretando uma transição do estado W para o estado P. Note-se que as duas máquinas podem trabalhar em paralelo mas sempre em peças diferentes. Uma vez no estado de processamento P, dois eventos podem mudar o estado das máquinas: término do tratamento da peça ou quebra da máquina. Por hipótese, as máquinas só estão sujeitas a quebra quando estiverem processando uma peça. O tempo de processamento de uma peça é considerado exponencialmente distribuído com parâmetros  $\beta_a$  e  $\beta_b$  para as máquinas  $M_a$  e  $M_b$  respectivamente e o tempo até uma falha é considerado exponencialmente distribuído com parâmetros  $\lambda_a$  e  $\lambda_b$  para as máquinas  $M_a$  e  $M_b$  respectivamente. Ao terminar o processamento de uma peça, a máquina passa do estado P ao estado de espera de descarregamento WU. Se falhar, a máquina passa do estado P ao estado de falha B e, neste caso, pode perder a peça em tratamento com probabilidade  $p_a$  para a máquina  $M_a$  ou com probabilidade  $p_b$  para a máquina  $M_b$ . No estado WU, as máquinas esperam que o robô venha descarregar a peça tratada. Uma vez que a peça é descarregada o robô dispara um evento  $d_a$  ou  $d_b$  (máquina  $M_a$  ou  $M_b$ , respectivamente) que causa a transição do estado WU para o estado W. No estado de quebra B, as máquinas esperam que o operador corrija a falha. A correção da falha corresponde a um evento  $r_a$  ou  $r_b$  (máquina  $M_a$  ou  $M_b$ , respectivamente) gerado pelo operador causando a transição do estado B para W se a peça em tratamento foi perdida ou para o estado P se a peça não foi perdida (deve-se prosseguir seu tratamento).

Cada estado do estoque S representa o número de peças que ele contém. Os eventos  $s_i$  e  $s_r$  representam, respectivamente, uma peça inserida e uma peça removida.

O diagrama de estados do robô Rb contém três estados W, P e B, representando respectivamente "esperando", "processando" e "estado de falha". Sempre que houver necessidade de carregar ou descarregar uma peça em uma máquina ou no estoque, o robô executa automaticamente a tarefa necessária. As prioridades do robô são: (1) o descarregamento da máquina  $M_b$ , (2) o descarregamento da máquina  $M_a$  e o imediato carregamento da máquina  $M_b$ , (3) o carregamento da máquina  $M_b$  a partir do estoque, (4) o descarregamento da máquina  $M_a$  para o estoque e, finalmente, (5) o carregamento da máquina  $M_a$ . Os tempos de carregamento da máquina  $M_a$ , de descarregamento da máquina  $M_b$ , de descarregamento da máquina  $M_b$ , são respectivamente exponencialmente distribuídos com parâmetros  $\gamma_a$ ,  $\delta_a$ ,  $\gamma_b$ ,  $\delta_b$ . O tempo para descarregar  $M_a$  e carregar  $M_b$  é também exponencialmente distribuído com parâmetro  $\alpha$ .

O estado inicial é o de espera W. O estado B de falha é ativado quando o robô estiver quebrado. O estado P de processamento é subdividido em 5 subestados:

- Ub, ativado sempre que a máquina M<sub>b</sub> estiver no estado WU, e volta ao estado W após gerar o evento δ<sub>b</sub> e disparar um outro evento d<sub>b</sub>;
- UL, ativado sempre que a máquina M<sub>a</sub> estiver no estado WU e a M<sub>b</sub> no estado W, e volta ao estado W após gerar o
  evento α e disparar os eventos d<sub>a</sub> e c<sub>b</sub>;
- Lb, ativado quando o estoque S não estiver vazio e ao mesmo tempo a M<sub>b</sub> estiver no estado W, e volta ao estado W após gerar o evento γ<sub>b</sub> e disparar os eventos c<sub>b</sub> e s<sub>c</sub>;
- Ua, ativado quando o estoque não estiver cheio e a M<sub>a</sub> estiver no estado de WU, e volta ao estado W após gerar o evento δ<sub>a</sub> e disparar os eventos d<sub>a</sub> e s<sub>i</sub>;
- La, ativado quando a  $M_a$  estiver no estado W, e volta ao estado W após gerar o evento  $\gamma_a$  e disparar o evento  $c_a$ .

Os estados possíveis para o operador Op são W, Ra, Rb e Rr, que correspondem respectivamente aos estados "esperando", "atendendo a máquina  $M_a$ ", "atendendo a máquina  $M_b$ " e "atendendo o robô". O estado inicial do reparador é o de espera W. O operador tem como prioridade atender a máquina  $M_b$ , depois a máquina  $M_a$  e por último o robô. Estando no estado de espera, o operador responde imediatamente a uma falha num componente do sistema, passando ao estado de atendimento do componente correspondente. O tempo de atendimento dos componentes são exponencialmente distribuídos com parâmetros  $\mu_a$ ,  $\mu_b$ , e  $\mu_r$  para a máquina  $M_a$ , para a máquina  $M_b$  e para o robô respectivamente. Ao terminar o atendimento, o operador gera um evento correspondendo ao final de atendimento ( $r_a$ 

para a máquina  $M_a$ ,  $r_b$  para a máquina  $M_b$  e  $r_r$  para o robô) e retorna ao estado de espera, devendo eventualmente iniciar imediatamente um novo atendimento num outro componente.

#### 3 - Resolução do modelo

A partir da representação do modelo mostrada na Figura 1, constrói-se o diagrama de estados do modelo e a cadeia de Markov a tempo contínuo correspondente executando os seguintes passos:

- Eliminação da entrada do tipo histórico: criação de estados auxiliares.
- Eliminação de hierarquia: tradução de cada transição partindo de um estado global ou chegando a um estado global num conjunto de transições entre seus subestados.
- Eliminação da ortogonalidade: este passo consiste em encontrar um subconjunto de produto cartesiano dos estados ortogonais.
- Cálculo das taxas de transições pelo uso das taxas originais, das condições de disparo e dos eventos disparados pela transição.
- Eliminação de transições instantâneas pelo agrupamento de estados.

As medidas de desempenho são obtidas pela resolução da cadeia de Markov em regime estacionário. Para isto, utilizou-se o método da sobre-relaxação sucessiva (ver, por exemplo, [Souza e Silva e Muntz 1992]).

### 4 - Resultados Numéricos

A Tabela 1 mostra os valores numéricos utilizados. Para testar o modelo, considerou-se os casos onde a máquina  $M_a$  é mais lenta ( $\beta_a=8$ ) tem a mesma cadência de produção ( $\beta_a=10$ ) ou é mais rápida ( $\beta_a=12$ ) que a máquina  $M_a$ . Para cada caso, fez-se o tamanho máximo do estoque variar entre 0 e 15.

| *                                      | Máquina Ma                       | Máquina M <sub>b</sub> | Robô                   |
|--|----------------------------------|------------------------|------------------------|
| Taxa de produção                       | $\beta_a = 8, 10 \text{ ou } 12$ | $\beta_b = 10$         |                        |
| Taxa de falha                          | $\lambda_a = 1$                  | $\lambda_b = 0.5$      | $\lambda_{\tau} = 1$   |
| Taxa de reparo                         | $\mu_{n} = 10$                   | $\mu_{\rm b} = 15$     | $\mu_{\rm r} = 10$     |
| Probabilidade de perda de peça         | $p_a = 0.5$                      | $p_b = 0.3$            |                        |
| Taxa de carregamento Ma                |                                  |                        | $\gamma_a = 100$       |
| Taxa de descarregamento Ma             |                                  |                        | $\delta_{a} = 100$     |
| Taxa de carregamento M <sub>b</sub>    |                                  |                        | $\gamma_b = 100$       |
| Taxa de descarregamento M <sub>b</sub> |                                  |                        | $\delta_{\rm b} = 100$ |
| Taxa de transferência de Ma para Mb    |                                  |                        | $\alpha = 70$          |

Tabela 1. - Valores numéricos utilizados

As Figuras 2(a) e 2(b) mostram respectivamente a variação da produtividade média do sistema em peças por unidade de tempo e o tamanho médio do estoque em função do tamanho máximo do estoque. A produtividade média do sistema corresponde à cadência média de produção de peças pela máquina  $M_b$ . Na Figura 2(a) pode-se ver que a produtividade média do sistema aumenta com o tamanho médio do estoque. Note-se que esta produtividade é sempre limitada pela cadência de produção e pela confiabilidade das máquinas. A Figura 2(b) mostra que o sistema tende a utilizar mais a capacidade do estoque quanto maior for a cadência de produção da máquina  $M_a$ . Se a máquina  $M_b$  ( $\beta_a = 12$ ), pode-se ter uma explosão do tamanho médio do estoque sem se ter um ganho

efetivo de produtividade do sistema. Para a obtenção de um tamanho máximo ótimo ou de uma política de controle para o estoque, seria necessário adicionar ao modelo uma estrutura de custos que considerasse por exemplo: custo de estocagem, custo de reparo e custo de falta de peças para tratamento nas máquinas.

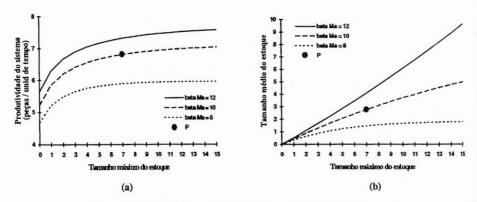


Figura 2. - Produtividade média do sistema e tamanho médio do estoque em função do tamanho máximo do estoque

Para cada conjunto de valores fornecido ao modelo, pode-se obter medidas de desempenho para o sistema. Na implementação do modelo considerou-se a taxa média de produção e de perda de peças de cada máquina, o tamanho médio do estoque e a disponibilidade de cada componente do sistema. Por exemplo, para  $\beta_a=10$  e para um tamanho máximo de estoque igual a 7 (ponto P, nas Figuras 2(a) e 2(b)), o tamanho médio do estoque é 2,76 e as demais medidas de desempenho são:

|   | Máquina M. | Máquina M <sub>b</sub> | Robô  |
|---|------------|------------------------|-------|
| Taxa média de produção (peças /unid. de tempo)      | 6,91       | 6,81                   |       |
| Taxa média de perda de peças (peças/unid. de tempo) | 0,35       | 0,10                   |       |
| Disponibilidade                                     | 92,9%      | 97,5%                  | 97,5% |

Tabela 2. - Medidas de desempenho

Com a taxa média de produção e de perda de peças de cada máquina, pode-se estabelecer o diagrama de fluxo de peças no sistema mostrado na Figura 3. Nesta figura, os fluxos horizontais correspondem aos fluxos de entrada e saída de peças nas máquinas e os fluxos verticais aos fluxos de perda de peças.

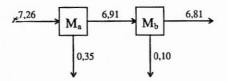


Figura 3. - Fluxo de peças no sistema

#### 5. - Conclusão e comentários

Neste trabalho foi apresentado uma aplicação da modelagem markoviana para estudo de estoques intermediários em sistemas flexíveis de manufatura. Como já foi citado na seção anterior, uma extensão possível do modelo é considerar uma estrutura de custos e buscar políticas de controle do estoque que minimizem o custo médio do sistema. Para isto pode-se utilizar uma abordagem como a apresentada em [Carvalho et alii, 1994].

O presente trabalho faz parte de uma linha de pesquisa que envolve o estudo e a implementação de técnicas de representação e resolução de modelos markovianos e de modelos markovianos de decisão e a aplicação destes modelos a sistemas reais.

O modelo apresentado foi implementado em C++. Utilizou-se o primeiro protótipo de uma estrutura de classes para tratamento de processos markovianos (a tempo discreto ou contínuo), processos semi-markovianos e processos markovianos ou semi-markovianos de decisão

#### Referências bibliográficas

CARVALHO, S.V.; NOYES, D.; SAHRAOUI, A.E.K.; SOLER, F. Statechart representation of Markov model and its applications. *Apresentado no 3rd International Symposium on System Research, Informatics, and Cybernetics*, de 12 a 18 de Agosto de 1991, Baden-Baden, Alemanha.

CARVALHO, S. V.; RODRIGUES, R. C. M.; MORAIS, P. R. Controle ótimo de estoques de peças semi-acabadas numa linha de produção com três máquinas. Submetido ao *XXVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional - SBPO*, de 30 de novembro a 2 de dezembro de 1994, Florianópolis, SC.

CARVALHO, S. V.; VIJAYKUMAR, N. L. Usando statecharts na representação de modelos markovianos. Anais do XXV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional - SBPO, de 16 a 19 de novembro de 1993, Campinas, SP, (pp. 628-632)

CARVALHO, S. V.; VIJAYKUMAR, N. L.; OLIVO, A. A. Um modelo de desempenho para uma célula flexível de manufatura composta de duas máquinas e um robô. Submetido para XIV Encontro Nacional de Engenharia de Produção - ENEGEP, a ser realizado de 24 a 27 de outubro de 1994, João Pessoa, PB.

HAREL, D. Statecharts: a visual formalism for complex systems. Science of computer programming. V. 8, pp 231-

HAREL, D.; PNUELI, A.; SCHMIDT, J.; SHERMAN, R. On the formal semantics of statecharts. *IEEE Symp. Logic in Comp. Sci*, Ithaca, USA, 1987.

HOOMAN, J. J. M.; RAMESH, S.; ROEVER, W.P. A compositional axiomatization of Statecharts. *Theoretical Computer Science*. V. 101, pp. 289-335, 1992.

SOUZA E SILVA, E. A.; MUNTZ, R. R. Métodos computacionais de solução de cadeias de Markov: aplicações a sistemas de computação e comunicação. *VIII Escola de Computação*, de 3 a 12 de agosto de 1992, Gramado, RS, 1992.