



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

sid.inpe.br/mtc-m21c/2019/01.03.15.23-TDI

## **ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DE METODOLOGIA HÍBRIDA DE NAVIER-STOKES NO CASO DO COMBUSTOR ORACLES**

Santiago Gimenez de Castro

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Combustão e Propulsão, orientado pelo Dr. Wladimir Mattos da Costa Dourado, aprovada em 11 de dezembro de 2018.

URL do documento original:

<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34R/3SG52D5>

INPE  
São José dos Campos  
2018

## **PUBLICADO POR:**

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GBDIR)

Serviço de Informação e Documentação (SESID)

CEP 12.227-010

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3208-6923/7348

E-mail: pubtc@inpe.br

## **CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELLECTUAL DO INPE - CEPPII (PORTARIA N° 176/2018/SEI-INPE):**

### **Presidente:**

Dr. Marley Cavalcante de Lima Moscati - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CGCPT)

### **Membros:**

Dra. Carina Barros Mello - Coordenação de Laboratórios Associados (COCTE)

Dr. Alisson Dal Lago - Coordenação-Geral de Ciências Espaciais e Atmosféricas (CGCEA)

Dr. Evandro Albiach Branco - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (COCST)

Dr. Evandro Marconi Rocco - Coordenação-Geral de Engenharia e Tecnologia Espacial (CGETE)

Dr. Hermann Johann Heinrich Kux - Coordenação-Geral de Observação da Terra (CGOBT)

Dra. Ieda Del Arco Sanches - Conselho de Pós-Graduação - (CPG)

Silvia Castro Marcelino - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

### **BIBLIOTECA DIGITAL:**

Dr. Gerald Jean Francis Banon

Clayton Martins Pereira - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

### **REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:**

Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

André Luis Dias Fernandes - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

### **EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:**

Ivone Martins - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

Cauê Silva Fróes - Serviço de Informação e Documentação (SESID)



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

sid.inpe.br/mtc-m21c/2019/01.03.15.23-TDI

## **ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DE METODOLOGIA HÍBRIDA DE NAVIER-STOKES NO CASO DO COMBUSTOR ORACLES**

Santiago Gimenez de Castro

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Combustão e Propulsão, orientado pelo Dr. Wladimir Mattos da Costa Dourado, aprovada em 11 de dezembro de 2018.

URL do documento original:

<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34R/3SG52D5>

INPE  
São José dos Campos  
2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

---

Gimenez de Castro, Santiago.

G429a Análise de sensibilidade de metodologia híbrida de Navier-Stokes no caso do combustor ORACLES / Santiago Gimenez de Castro. – São José dos Campos : INPE, 2018.  
xviii+112 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m21c/2019/01.03.15.23-TDI)

Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Combustão e Propulsão) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2018.

Orientador : Dr. Wladimir Mattos da Costa Dourado.

1. Modelagem de turbulência. 2. PANS. 3. ORACLES.  
I.Título.

CDU 544.463

---



Esta obra foi licenciada sob uma Licença [Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

Aluno (a): **Santiago Gimenez de Castro**

Título: "ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DE METODOLOGIA HÍBRIDA DE NAVIER-STOKES NO CASO DO COMBUSTOR ORACLES"

Aprovado (a) pela Banca Examinadora em cumprimento ao requisito exigido para obtenção do Título de **Mestre** em

**Engenharia e Tecnologia  
Espaciais/Combustão e Propulsão**

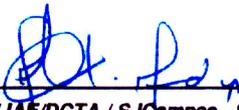
Dr. Wladimir Mattos da Costa Dourado

  
\_\_\_\_\_  
Presidente / Orientador(a) / IAE/APA / São José dos Campos - SP

( ) Participação por Vídeo - Conferência

Aprovado ( ) Reprovado

Dr. Márcio Teixeira de Mendonça

  
\_\_\_\_\_  
Membro da Banca / IAE/DCTA / SJCampos - SP

( ) Participação por Vídeo - Conferência

Aprovado ( ) Reprovado

Dr. Alexandre Teodoro Alves

  
\_\_\_\_\_  
Convidado(a) / UFABC / São Bernardo do Campo - SP

Participação por Vídeo - Conferência

Aprovado ( ) Reprovado

Este trabalho foi aprovado por:

( ) maioria simples

( ) unanimidade

São José dos Campos, 11 de dezembro de 2018



## AGRADECIMENTOS

Agradecemos a CAPES pelo apoio financeiro desta pesquisa.



## RESUMO

Neste trabalho, realizamos simulações com modelos Navier Stokes em Médias Parciais (em inglês, "*Partially Averaged Navier-Stokes*", PANS) no caso do escoamento inerte e incompressível através do combustor ORACLES. A metodologia híbrida PANS para modelagem de turbulência têm se revelado uma opção confiável para aplicações em engenharia que carecem do tempo necessário para uma Simulação de Grandes Vórtices (em inglês, "*Large Eddy Simulations*", LES) mas demandam uma previsão melhor de fenômenos transientes do que a oferecida por tradicionais Navier Stokes em Médias de Reynolds Transiente (em inglês, "*Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes*", URANS), funcionando efetivamente como um compromisso entre a economia de URANS e a precisão de LES. No entanto, a maior parte de seu desenvolvimento têm se focado em melhorar seu desempenho em escoamentos externos ou na expansão de sua aplicabilidade a casos compressíveis. A aplicação do modelo em casos de escoamento interno, como o ORACLES, representa um desafio considerável. Nós realizamos a análise de sensibilidade do modelo com respeito ao refinamento da malha, comprimento do passo temporal e espessura do domínio computacional. No final deste procedimento, obtemos um conjunto de parâmetros ótimos para o caso ORACLES que é consideravelmente menos exigente que os requerimentos típicos para um LES no mesmo caso. A comparação com trabalhos anteriores e a validação com respeito a dados experimentais mostram que PANS tem um grande potencial como modelo econômico, uma vez que os resultados de velocidades e flutuações médias das simulações realizadas neste trabalho são similares aos de LES. Esta configuração ótima e o conhecimento adquirido durante esta investigação constituem um importante primeiro passo rumo à realização de simulações de combustão turbulenta neste caso usando modelos PANS.

Palavras-chave: Modelagem de turbulência. PANS. ORACLES.



# SENSITIVITY ANALYSIS OF HYBRID NAVIER-STOKES METHODOLOGY ON THE ORACLES COMBUSTOR CASE

## ABSTRACT

In this work, we perform Partially Averaged Navier-Stokes (PANS) simulations for the incompressible, inert flow through the ORACLES combustor. PANS bridging method for turbulence modeling has been shown to be a reliable option for engineering applications that lack the time for a Large Eddy Simulations (LES) but need a better prediction of transient phenomena than the yielded by traditional Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes (URANS), effectively working as a compromise between URANS economy and LES accuracy. However, most of its development has been focused on improving its performance for external flows or expanding its applicability to compressible cases. The application of the model for internal flow simulations, such as the ORACLES case, by itself already poses a significant challenge. We perform the sensitivity analysis of the model with respect to mesh refinement, timestep length and the geometry's spanwise length. At the the end of this process we obtain a set of optimal parameters for the ORACLES case that are considerably less demanding than the typical requirements for a LES of that case. Comparison with previous works and validation with experimental results show that PANS has a great potential for computational economy, once the simulations performed in this work yield similar or better average velocity and fluctuation values than its LES counterparts despite being performed in a coarser setup. This optimal configuration and the knowledge built through the research constitute an important first step towards the performance of turbulent combustion simulations in this case using the PANS models.

Keywords: Turbulence modeling. PANS. ORACLES.



## LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
2.1 Acima: esquema completo do banco ORACLES; Abaixo: esquema da seção que é modelada computacionalmente. Todos os comprimentos estão em milímetros. . . . .	19
3.1 Perfis de velocidades RMS gerados pelo método de turbulência sintética anisotrópica homogênea para uma entrada do tipo canal turbulento. Todas as unidades são adimensionais, e a direção $y$ é perpendicular ao eixo do canal. . . . .	40
3.2 Perfis de velocidades RMS gerados pelo método de turbulência sintética anisotrópica não homogênea para uma entrada do tipo canal turbulento. Todas as unidades são adimensionais, e a direção $y$ é perpendicular ao eixo do canal. . . . .	41
4.1 Perfis de entrada obtidos pela turbulência artificial no caso i1 e perfil de $k_u$ de simulação RANS 1D . . . . .	49
4.2 Perfis de entrada obtidos pela turbulência artificial no caso nc1 e perfil de $k_u$ de simulação RANS 1D . . . . .	50
4.3 Detalhe da malha preliminar na região da união dos canais no plano de despejo. . . . .	51
4.4 Estimativa do valor mínimo de $f_k$ permitido em cada elemento da malha média (PIMedium) no caso i1 ao longo de um plano transversal da malha. . . . .	52
4.5 Perfis da componente longitudinal da velocidade média resolvida $\langle u \rangle$ . . . . .	55
4.6 Perfis da componente longitudinal do RMS da velocidade média resolvida $u_{RMS}$ . . . . .	56
4.7 Gráficos da componente $y$ do RMS da velocidade $v_{RMS}$ . . . . .	57
4.8 Gráficos da componente $z$ do RMS da velocidade $w_{RMS}$ . . . . .	57
4.9 Perfis do RMS total da componente longitudinal da velocidade, obtidos da soma quadrática entre o quadrado da resolvida $u_{RMS}$ e a modelada $\sqrt{\langle \tau_{11} \rangle}$ . . . . .	58
4.10 Gráficos da viscosidade turbulenta média $\langle \nu_u \rangle$ . . . . .	59
4.11 Gráfico da componente $x$ do RMS da velocidade modelada média $\sqrt{\langle \tau_{11} \rangle}$ . . . . .	60
4.12 Isosuperfícies do critério Q, com $Q = 1 \text{ s}^{-2}$ das simulações com diferentes graus de refinamento. . . . .	61
4.13 Perfis da componente longitudinal da velocidade média resolvida $\langle u \rangle$ . . . . .	62

4.14	Perfis do RMS da componente longitudinal da velocidade média resolvida $u_{RMS}$ .	64
4.15	Gráfico do RMS da componente $y$ da velocidade média resolvida $v_{RMS}$ .	65
4.16	Gráfico do RMS da componente $z$ da velocidade média resolvida $w_{RMS}$ .	65
4.17	Gráfico da viscosidade turbulenta média $\langle \nu_u \rangle$ .	66
4.18	Isosuperfícies do critério Q com $Q = 1 \text{ s}^{-2}$ de todas as simulações.	67
4.19	Perfis da componente longitudinal da velocidade média resolvida $\langle u \rangle$ .	68
4.20	Perfis do RMS da componente longitudinal da velocidade média resolvida $u_{RMS}$ .	69
4.21	Gráficos do RMS da componente $y$ da velocidade média resolvida $v_{RMS}$ .	70
4.22	Gráficos do RMS da componente $z$ da velocidade média resolvida $w_{RMS}$ .	71
4.23	Isosuperfícies com $Q = 1 \text{ s}^{-2}$ do critério Q nas diferentes simulações.	72
4.24	Razão entre a energia cinética turbulenta modelada e total.	72
4.25	Detalhe da malha preliminar na região da união dos canais no plano de despejo.	75
4.26	Perfis de entrada obtidos pela turbulência artificial no caso nc1 e perfil de $k_u$ obtido pela simulação 1D	76
4.27	Estimativas para o valor mínimo de $f_k$ permitido pelo tamanho dos elementos na região próxima ao plano de despejo.	78
4.28	Perfis da componente longitudinal da velocidade média resolvida $\langle u \rangle$ .	79
4.29	Perfis da componente $y$ da velocidade média resolvida $\langle v \rangle$ .	80
4.30	Perfis do RMS da componente longitudinal da velocidade média resolvida $u_{RMS}$ .	81
4.31	Perfis do RMS da componente $y$ da velocidade média resolvida $v_{RMS}$ .	83
4.32	Perfis do RMS da componente $z$ da velocidade média resolvida $w_{RMS}$ .	84
4.33	Perfis das tensões da turbulência resolvida $\langle uv \rangle$ .	85
4.34	Perfis do RMS da componente longitudinal da velocidade total, obtida da soma quadrática entre o quadrado da resolvida $u_{RMS}$ e a modelada $\sqrt{\langle \tau_{11} \rangle}$ .	86
4.35	Isosuperfícies do critério Q com $Q = 1 \text{ s}^{-2}$ .	87
4.36	Espectros da velocidade longitudinal de duas sondas nas simulações.	88
4.37	Espectros da velocidade longitudinal de duas sondas nas simulações.	89
4.38	Perfis da componente longitudinal da velocidade média resolvida $\langle u \rangle$ .	90
4.39	Perfis do RMS da componente longitudinal da velocidade média resolvida $u_{RMS}$ .	91
4.40	Gráficos do RMS da componente $y$ da velocidade resolvida $v_{RMS}$ .	92
4.41	Gráficos do RMS da componente $z$ da velocidade resolvida $w_{RMS}$ .	92
4.42	Isosuperfícies do critério Q nas simulações para a análise de independência respeito ao passo temporal.	93

4.43	Espectros da componente longitudinal da velocidade na sonda um de cada corrida. . . . .	94
4.44	Perfis da componente longitudinal da velocidade média resolvida $\langle u \rangle$ . . .	95
4.45	Perfis do RMS da componente longitudinal da velocidade média resolvida $u_{RMS}$ . . . . .	96
4.46	Perfis do RMS da componente $y$ da velocidade média resolvida $v_{RMS}$ . . .	97
4.47	Perfis do RMS da componente $z$ da velocidade média resolvida $w_{RMS}$ . . .	98
4.48	Isosuperfícies do critério Q com $Q = 1 \text{ s}^{-2}$ nas malhas compacta, base e estendida. . . . .	99
4.49	Perfis da componente longitudinal da velocidade resolvida média $\langle u \rangle$ . . .	100
4.50	Perfis da componente longitudinal da velocidade RMS resolvida média $u_{RMS}$ . . . . .	101
4.51	Gráficos das componente $y$ do RMS da velocidade média resolvida $v_{RMS}$ . . .	102
4.52	Gráficos da componente $z$ do RMS da velocidade média resolvida $w_{RMS}$ . . .	103



## LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
2.1 Propriedades dos casos experimentais e dos canais de entrada. . . . .	21
4.1 Descrição das malhas utilizadas nas simulações da primeira análise de sensibilidade, identificadas pelo prefixo Pl. N $xy$ é o número de elementos em uma seção transversal $xy$ da malha, e N $z$ o número de elementos na direção transversal . . . . .	51
4.2 Descrição das simulações da primeira análise de sensibilidade, identificadas pelo prefixo "Pl". . . . .	52
4.3 Tamanho das zonas de recirculação em todas as simulações . . . . .	56
4.4 Tamanhos das zonas de recirculação das simulações com o modelo LRN $k - \epsilon$ . . . . .	63
4.5 Tamanho das zonas de recirculação nas duas simulações do caso nc1. . . . .	69
4.6 Quadro resumo das malhas usadas nesta seção. "N. $xy$ " é o número de elementos na seção transversal da malha e "N. $z$ " é o número de elementos na direção $z$ . . . . .	77
4.7 Quadro resumo das simulações realizadas nesta seção. . . . .	78



# SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
<b>1 INTRODUÇÃO</b> . . . . .	<b>1</b>
1.1 Objetivos . . . . .	5
1.2 Estrutura da dissertação . . . . .	5
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> . . . . .	<b>7</b>
2.1 Desenvolvimento do modelo PANS . . . . .	7
2.1.1 Desenvolvimento de PANS para escoamentos internos . . . . .	14
2.2 Banco de testes ORACLES e trabalhos prévios . . . . .	18
<b>3 FORMULAÇÃO DO MODELO PANS</b> . . . . .	<b>23</b>
3.1 Derivação do modelo PANS $k - \epsilon$ . . . . .	26
3.2 Modelo PANS $k - \epsilon$ LRN . . . . .	31
3.3 Método de estimativa do $f_k$ mínimo na malha de Foroutan e Yavuzkurt (2014) . . . . .	32
3.4 Funcionamento do comprimento de corte filtro implícito em PANS . . . . .	35
3.5 Turbulência artificial para entradas . . . . .	36
<b>4 RESULTADOS E DISCUSSÃO</b> . . . . .	<b>43</b>
4.1 Introdução . . . . .	43
4.2 Abordagem geral . . . . .	43
4.3 Resultados da primeira análise de sensibilidade . . . . .	48
4.3.1 Descrição do arranjo . . . . .	48
4.3.2 Caso i1, modelo $k - \epsilon$ : estudo de dependência com relação à malha . . . . .	53
4.3.3 Caso i1, modelo LRN $k - \epsilon$ : estudo de dependência com relação à malha . . . . .	62
4.3.4 Caso nc1: Análise de sensibilidade geral . . . . .	68
4.3.5 Observações finais . . . . .	73
4.4 Simulações da segunda análise de sensibilidade . . . . .	75
4.4.1 Descrição do arranjo . . . . .	75
4.4.2 Estudo de independência respeito a malha . . . . .	79
4.4.3 Análise de independência respeito ao passo temporal . . . . .	90
4.4.4 Análise de independência com relação a espessura do domínio . . . . .	95
4.4.5 Discussões adicionais . . . . .	100

<b>5 CONCLUSÃO . . . . .</b>	<b>105</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS . . . . .</b>	<b>109</b>

# 1 INTRODUÇÃO

Todo escoamento turbulento apresenta uma dinâmica de vórtices com diferentes tamanhos e velocidades. Estas estruturas interagem entre elas de maneira destrutiva, transformando recursivamente vórtices maiores em menores até que alcançam um tamanho, chamado de escala de Kolmogorov, no qual a viscosidade laminar é capaz de dissipá-los. A quantidade de energia presente em cada frequência de vórtice forma um espectro de decaimento. Devido ao fato que a única fonte de amortecimento das oscilações ocorre nas menores escalas, a solução direta das equações de Navier-Stokes em um escoamento turbulento requer que tal dinâmica seja capturada inteiramente. Isto significa numericamente que todos os elementos da malha sejam de tamanhos comparáveis aos dos menores vórtices que aparecem naturalmente. Tal abordagem é conhecida como Simulação Numérica Direta (em inglês, "*Direct Numerical Simulation*", DNS), e não emprega nenhum modelo de turbulência. Através de análise dimensional, é possível estimar a ordem de grandeza das escalas de Kolmogorov em um escoamento com determinado número de Reynolds, e em seguida estimar o custo computacional necessário para a aplicação deste método. Este cálculo indica que o número de elementos de malha necessários para uma simulação escala respeito ao número de Reynolds segundo uma potência de  $Re^{9/4}$ , e porque as escalas temporais também diminuem, o passo temporal requerido pela simulação escala com  $Re^{3/4}$  (POPE, 2000). Combinando ambas demandas temos que o poder computacional total necessário escala de acordo com  $Re^3$  aproximadamente. Portanto, o custo se torna rapidamente insustentável com o aumento do número de Reynolds. Por terem alto número de Reynolds, nem mesmo computadores modernos conseguem executar um DNS dos escoamentos estudados na área de engenharia em intervalos de tempo aceitáveis para pesquisa, e menos ainda para a indústria. Na maioria das aplicações, as menores escalas turbulentas só importam em termos do amortecimento que estas impõe sobre as maiores, que por sua vez determinam o comportamento transiente geral do escoamento. Para uma metodologia realista, é razoável então recorrer a algum tipo de modelagem destas escalas.

A abordagem Navier-Stokes por Médias de Reynolds (em inglês, "*Reynolds Averaged Navier-Stokes*", RANS) procura resolver apenas os campos médios: tomando-se a média das equações de Navier-Stokes é possível obter outro conjunto de equações que descrevem a média das variáveis de uma maneira em que a dependência com relação a movimento transiente fica expressa por meio de um único termo, chamado de tensor de Reynolds. A solução fornecida por este método é estacionária. A necessidade de se resolver qualquer dinâmica de vórtices turbulentos é evitada trocando

o tensor de Reynolds por um modelo estatístico que o descreve somente em termos da dissipação e do cisalhamento que este inflige sobre os campos médios, e acaba entrando nas equações como uma simples variável escalar. Apesar de que os anos de desenvolvimento tenham tornado RANS uma opção robusta para certos tipos de escoamentos, suas hipóteses fundamentais têm limitações conhecidas. Sua descrição genérica da turbulência, que é um fenômeno caótico e dependente de detalhes geométricos específicos de cada região, não poderia ser capaz de fornecer resultados precisos em todas as situações. Navier-Stokes por Médias de Reynolds Transiente (em inglês, "*Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes*", URANS) é diretamente derivado de RANS, por isso "*Unsteady*" RANS, com a única diferença sendo que alguns fenômenos transientes são capturados. Permite-se assim que hajam oscilações grandes e lentas nos valores médios, muito maiores que as escalas integrais do movimento turbulento que por sua vez ainda são modeladas e descritas imprecisamente. A separação de escalas introduzida ao permitir que os valores médios oscilem não está bem definida, e não está claro se as ondas observadas nas simulações têm um equivalente físico nos experimentos. Estes problemas fazem de URANS uma abordagem imprecisa.

Ao invés de se basear na média temporal, a abordagem Simulação de Grandes Vórtices, (em inglês, "*Large Eddy Simulation*", LES) aplica o método da filtragem espacial às equações de Navier-Stokes, extraíndo delas outro conjunto de equações muito similares àquelas de RANS. Contudo, estas são capazes de descrever o comportamento de todas as escalas de movimento turbulento acima do número de onda de corte de um dado filtro. O filtro espacial normalmente é vinculado ao tamanho do elemento de malha e assim as escalas com frequências abaixo do corte são modeladas. Portanto quanto menor o tamanho dos elementos da malha, mais escalas são resolvidas ao invés de modeladas. A economia da capacidade computacional demandada com relação a DNS é obtida na medida em que a malha só precisa ser refinada somente até o tamanho das menores escalas acima do comprimento de corte do filtro desejado. No entanto, a maioria dos modelos LES atuais estão baseados em hipóteses estatísticas que são atendidas somente em escalas muito pequenas, pertencentes ao ramo inercial do espectro de decaimento. Isto força a escolha de uma frequência de corte em valores baixos demais, o que exige resolver escalas do movimento ainda muito menores que a maioria dos fenômenos de interesse na engenharia. Modelos LES são mais precisos que URANS mas estão longe da perfeição. Em escoamentos internos, a grande diminuição no comprimento das escalas turbulentas próximo às paredes faz com que o refinamento da malha para atender a demanda de que a frequência de corte esteja no ramo inercial do espectro aumente exponencialmente

nessas regiões. Por sua abordagem estar baseada em filtragem explícita, o método não permite o uso de células muito estiradas e nem um aumento drástico de tamanho entre uma célula e as adjacentes. Isto faz com que o alto requisito de resolução próximo às paredes se espalhe em direção ao resto do domínio, tornando a simulação inviavelmente cara. A opção é recorrer a modelos específicos para as paredes, configurando o domínio computacional para capturar somente as escalas necessárias para a solução da região principal do escoamento. No entanto, as estruturas no núcleo do escoamento não são inteiramente independentes da turbulência próxima à parede, especialmente nos casos com baixo número de Reynolds, e a solução pode se ver afetada por esta simplificação. Em síntese, não atender às demandas computacionais próximo às paredes resulta em uma solução inferior que muitas vezes não compensa o gasto computacional investido na simulação. Mesmo computadores que seja possível executar simulações LES em computadores modernos, o fato de que a maior parte do trabalho é gasto em resolver escalas que são ignoradas e também que em escoamentos internos o método é impreciso, são argumentos fortes para se procurar um método alternativo de menor custo que suplante pequenas escalas na por um modelo, mesmo se houver perda de precisão. Desta forma, o tempo computacional seria empregado de maneira mais eficiente.

Modelos zonais e "ponte" (em inglês, "*bridging*") foram desenvolvidos para diminuir o grande salto em custo computacional entre URANS e LES. O método zonal é baseado em criar uma certa divisão do domínio da simulação onde em algumas partes modelos RANS são usados e no restante uma simulação LES é realizada. Regiões menos relevantes são resolvidas com RANS, enquanto que áreas de grande tensão de cisalhamento e produção de turbulência, frequentemente as de maior interesse da simulação, são resolvidas com LES, permitindo tirar proveito da economia de RANS onde suas hipóteses são apropriadas e ao mesmo tempo manter precisão de LES em regiões de grande flutuação. Um procedimento típico é isolar a porção do domínio próxima às paredes na qual o escoamento é resolvido por RANS, evitando assim as exigências de um LES refinado até as paredes. A compatibilidade na interface entre regiões de diferentes modelos é uma fonte de problemas, e conseqüentemente é o principal tópico de desenvolvimento desta metodologia. Modelos "*bridging*", por sua vez, procuram obter economia computacional aumentando o número de ondas de corte do filtro em um método LES. Esta alteração implica em modelar uma parte maior da dinâmica de vórtices. Maiores estruturas do espectro possuem comportamento estatístico mais complexo do que as menores. Descrivê-las por um modelo simples tende a ser um problema. Não obstante, a proposta é ainda mais ambiciosa: por definição uma metodologia "ponte" deve permitir ao experimentalista especificar

qualquer comprimento de corte e conseqüentemente deve possuir um modelo capaz de representar qualquer tamanho possível de turbulência sub-filtro ao longo de todo o espectro.

A metodologia de Navier Stokes por Médias Parciais (em inglês, "*Partially Averaged Navier Stokes*", PANS) pertence à categoria "*bridging*". Assim como URANS, é baseado em modelos RANS, sendo também conhecida como URANS de segunda geração. O método permite o controle da resolução por meio de parâmetros no início da simulação que configuram a frequência de corte do filtro de uma maneira implícita. Desta forma, as simulações podem ser ajustadas de acordo com a disponibilidade computacional. A implementação é geral o suficiente para permitir ao usuário realizar uma simulação com qualquer grau de precisão que deseje: variando os valores dos parâmetros é possível deslocar continuamente a frequência de corte ao longo de todo o espectro, e o método fornece resultados com qualidade que varia entre equivalente a URANS a equivalente a DNS. A teoria por trás de PANS está baseada na propriedade de invariância segundo a média das equações de Navier-Stokes. Esta propriedade permite representar as equações filtradas de uma maneira genérica, independente do filtro usado, onde somente um termo não fechado - similar ao tensor de Reynolds - determina a extensão da influência da turbulência sub-filtro sobre as escalas resolvidas. O modelo age como um substituto do termo não fechado, e suas equações são ajustadas por meio dos parâmetros de resolução para fornecer a magnitude correta da dissipação que as escalas modeladas infligem sobre as resolvidas. Desta maneira, um comprimento de corte do filtro é definido implicitamente pela maior escala modelada. Contanto que a simulação seja realizada numa malha adequada, a turbulência é resolvida até as menores escalas permitidas pela frequência de corte implícita do filtro.

A metodologia PANS têm se estabelecido como uma opção robusta para simulações transientes, fornecendo resultados satisfatórios em uma série de diferentes escoamentos e sendo algumas vezes comparável a LES em precisão. No entanto, com o maior uso de modelagem no método, é necessário se ter um cuidado maior na configuração da simulação. A descrição provista por modelos não é genérica o suficiente, e atenção especial à seleção das hipóteses simplificadoras, geometria, malha e condições de contorno é mandatária. A proposta deste trabalho é encontrar esta configuração ótima para a simulação inerte e incompressível do escoamento no combustor plano ORACLES, o que é feito por meio de uma análise de sensibilidade com relação ao refinamento da malha e do passo temporal, espessura do domínio e outras variáveis. O número de trabalhos realizando aplicações de PANS em escoamentos internos é

escasso. Muitos estudos apontam à dificuldade do uso de modelos híbridos para escoamentos internos (DAVIDSON, 2014; FOROUTAN; YAVUZKURT, 2014), principalmente por que a grande dissipação próximo às paredes provoca a destruição de características importantes do escoamento. Isto agrega ao desafio da simulação, uma vez que o comprimento característico de 3 *cm* e velocidades de entrada no entorno de 10 *m/s* colocam o banco de testes ORACLES na categoria de baixo número de Reynolds. Nestas condições, a turbulência próxima às paredes pode ter um papel ainda mais significativo no comportamento geral do escoamento. A motivação desta investigação é construir o conhecimento necessário para posteriores simulações de combustão turbulenta usando PANS, para as quais a fase de simular o caso nas condições mais simples possíveis e avaliar o desempenho do modelo agindo sozinho é essencial.

## 1.1 Objetivos

O objetivo deste trabalho é implementar modelos PANS no programa de código aberto OpenFOAM, estabelecer um conjunto de parâmetros ótimos para sua aplicação em alguns casos do escoamento inerte pelo combustor ORACLES (NGUYEN, 2007; BESSON, 2001), e avaliar a viabilidade de tal método. Para este propósito, as seguintes fases são realizadas:

1. Implementação dos modelos PANS em OpenFOAM
2. Realização da análise de sensibilidade a uma série de variáveis desses modelos no caso ORACLES
3. Validação dos resultados com relação a trabalhos LES prévios e dados experimentais

## 1.2 Estrutura da dissertação

Esta dissertação está organizada em 5 Capítulos, seguindo a sequência formada por: 1) introdução; 2) revisão bibliográfica; 3) formulação da teoria do modelo; 4) apresentação dos resultados e 5) conclusão.

O Capítulo 4, de discussão de resultados, divide-se em duas grandes seções. A primeira delas apresenta os resultados da primeira análise de sensibilidade e o seguinte os resultados da segunda análise de sensibilidade. A configuração das simulações da segunda análise resultou do estudo feito na primeira análise. Ambas as seções são iniciadas por uma subseção que discute a sensibilidade do método ao refinamento da

malha. Nestas subseções o desempenho do modelo é estudado profundamente, e de maneira secundária são analisadas as diferenças acarretadas pelos diferentes graus de refinamento da malha. As demais subseções tomam como dada a análise geral do desempenho do modelo, e voltam seu enfoque para análise de sensibilidade em questão.

O Capítulo 5 apresenta as conclusões da segunda análise de sensibilidade. As conclusões da seção de simulações preliminares são apresentadas em sua última subseção, de maneira prévia à apresentação dos resultados da segunda análise. Esta divisão é apropriada uma vez que a primeira análise contribui de maneira essencial para a configuração das simulações finais.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 Desenvolvimento do modelo PANS

O modelo híbrido de turbulência PANS foi apresentado pela primeira vez por [Girimaji e Abdol-Hamid \(\)](#). Como mencionado anteriormente, a proposta dos autores é de criar um modelo capaz de produzir simulações cuja precisão possa ser controlada previamente segundo parâmetros de resolução,  $f_k$  (razão desejada entre quantidade de energia cinética turbulenta modelada e resolvida) e  $f_\epsilon$  (razão desejada entre quantidade de dissipação turbulenta modelada e resolvida), fornecendo resultados equivalentes a RANS, DNS ou qualquer intermediário. A implementação original do método é baseada no modelo RANS  $k - \epsilon$ . Fazendo uso da propriedade de invariância segundo a média das equações de Navier-Stokes descrita por [Germano \(1992\)](#), o método PANS estende para estatísticas parciais as relações de fechamento de RANS, válidas para a média total. Os resultados preliminares de simulações do escoamento em torno de cilindros de seção circular e quadrada apresentados no artigo original mostram que a metodologia PANS tem desempenho comparável a simulações LES prévias com um gasto computacional muito menor. Resultados de simulações do escoamento numa cavidade revelam a aparição de escalas turbulentas segundo a diminuição do parâmetro  $f_k$ . Embora este processo não tenha trazido melhorias significativas nos resultados das grandezas médias com relação a RANS, as isosuperfícies de vorticidade da simulação PANS se assemelham mais aos vórtices visíveis em imagens do experimento na medida em que  $f_k$  é diminuído. Funções de parede RANS são utilizadas para resolver o escoamento próximo às paredes. Apesar dos resultados serem promissores, a determinação de uma abordagem própria para o tratamento de paredes é colocada como uma questão crucial no desenvolvimento da abordagem. Um critério adequado para a determinação dos valores ótimos de  $f_k$  e  $f_\epsilon$  também é considerado um problema em aberto.

Os autores propõem em [Girimaji e Abdol-Hamid \(\)](#) que o uso completo do potencial do modelo envolveria ajustar  $f_k$  regionalmente segundo o interesse da simulação. Contudo, esta abordagem contraria a hipótese de comutação de  $f_k$  (e portanto comutação do filtro implícito) com relação ao gradiente. A variação deste parâmetro implica no surgimento de um termo nas equações de momento das escalas resolvidas - o termo de comutação. Inicialmente sugeriram que se a variação fosse o suficiente lentamente, este termo seria desprezível. Para simulações onde a variação de  $f_k$  seja mais drástica, uma abordagem melhor teria que ser proposta, e só seria investigada por [Girimaji e Wallin \(2013\)](#). Por enquanto, para se implementar um  $f_k$  variável no

domínio, o autor propõe um método de duas etapas. Inicialmente, uma simulação RANS precursora é realizada para se estimar as propriedades turbulentas em cada ponto do escoamento. Destas propriedades, o espectro turbulento pode ser grosseiramente estimado, e pode-se verificar a que parte dele corresponde o comprimento do elemento local da malha. Escalas abaixo deste comprimento devem ser modeladas enquanto que acima dele podem ser resolvidas, e a razão da energia turbulenta que se encontra abaixo deste corte pela energia total determina um  $f_k$  mínimo que pode ser usado naquela célula da malha. Na prática, este processo define uma equação algébrica para  $f_k$  que determina um mapa para a variável segundo propriedades RANS e tamanho de elemento de malha. A simulação PANS é então realizada com esta distribuição fixa de  $f_k$ .

Girimaji et al. (2006b) traz uma discussão mais profunda sobre a validade dos parâmetros  $f_k$  e  $f_\epsilon$  como reguladores da frequência de corte do filtro implícito do modelo PANS  $k - \epsilon$ . O modelo - regulado por estes parâmetros - deve representar corretamente a energia das escalas turbulentas que têm ordem de grandeza do comprimento do filtro e menores. Isto pode ser verificado por meio da razão  $P_u/\epsilon_u$  entre produção e dissipação e pela anisotropia  $b_{12}$  do tensor das escalas subfiltro. Segundo a teoria de decaimento espectral da turbulência, é esperado que tanto a razão  $P_u/\epsilon_u$  e a anisotropia  $b_{12}$  diminuam na medida em que a frequência do filtro é deslocada no sentido das menores escalas da subfaixa inercial. No trabalho mencionado, são realizados vários cálculos que mostram que esta tendência é respeitada para valores decrescentes de  $f_k$ . Além disso, é mostrado que a configuração com  $f_k = 1$  produz uma energia turbulenta modelada igual a RANS, enquanto que  $f_k = 0$  produz a de DNS e valores intermediários fornecem uma variação contínua entre estes dois extremos. Esta propriedade mostra que as equações PANS atendem aos requisitos de Speziale () para um modelo "ponte" de maneira mais formal, o que, juntamente com o resultado satisfatório de algumas simulações para o escoamento através de um degrau, formam um prospecto otimista para o futuro do modelo.

O trabalho de validação do modelo em diversos escoamentos canônicos foi realizado inicialmente pelos alunos de Girimaji e Abdol-Hamid (). Lakshmipathy (2004) realiza simulações PANS  $k - \epsilon$  do escoamento através de cilindros de seção circular, comparando os resultados com os de LES e experimentos no mesmo caso. São testados casos com números de Reynolds  $Re=3.900$  e  $Re=140.000$ . A configuração ideal das constantes  $f_k$ ,  $f_\epsilon$  e da difusividade de energia cinética modelada  $\sigma_{ku}$  (que na formulação PANS é alterada também respeito à RANS por meio dos parâmetros de resolução) são exploradas em uma série de simulações em que seus valores são

variados. Para o escoamento de baixo número de Reynolds foi encontrado que uma configuração com  $f_k = f_\epsilon$  e uma difusividade inalterada com relação à de RANS,  $\sigma_{ku} = \sigma_k$ , forneceu os melhores resultados. Estas observações são relevantes para o presente trabalho dado que o ORACLES é um caso de baixo número de Reynolds. O autor sugere que a configuração com  $f_\epsilon < 1$  fornece melhores resultados porque nestes regimes não há uma clara separação entre escalas dissipativas e inerciais, e que por isso há uma quantidade não desprezível de dissipação ocorrendo nas escalas resolvidas. As simulações novamente confirmam uma melhora nos resultados em função da diminuição de  $f_k$ .

O trabalho de [Lakshmipathy \(2009\)](#) continua o desenvolvimento do modelo PANS  $k - \epsilon$  e também introduz uma nova implementação, baseada agora no modelo RANS  $k - \omega$ . Esta variante do método PANS tem o intuito de fornecer uma opção melhor ajustada para escoamentos próximos a paredes ao herdar as capacidades de sua formulação RANS parente, desenvolvida justamente para estas situações. A competência de PANS como modelo de resolução variável é testada neste trabalho por uma série de novos critérios. Para estes fins, simulações do escoamento em torno de um cilindro de seção circular, através de um degrau invertido e através de um aerofólio usando ambas as variantes do método são investigadas. Dado que a formulação PANS modifica a formulação RANS na qual está baseado no sentido de representar uma parcela menor da dinâmica de vórtices, os parâmetros de controle  $f_k$  e  $f_\epsilon$  devem produzir uma redução na viscosidade turbulenta entregue pelo modelo com relação ao RANS original. Os resultados apresentados no trabalho mostram que os parâmetros de controle de resolução produzem esta redução de acordo com o esperado "a priori". O valor da viscosidade acompanha a tendência da diminuição de  $f_k$ , fornecendo a dissipação correta para vários valores de frequência de corte implícita ao longo do espectro turbulento. A comparação com os dados experimentais revela uma melhora em precisão na medida em que  $f_k$  é reduzido e novas escalas turbulentas aparecem na simulação. A variante  $k - \omega$  se mostrou superior em regiões próximas às paredes nos casos simulados.

[Reyes \(2008\)](#) faz uma série de simulações para o mesmo escoamento em torno de um cilindro com número de Reynolds  $Re=140.000$  que desta vez são usadas para determinar o esquema de discretização ideal de uma simulação PANS tanto na versão  $k - \epsilon$  quanto  $k - \omega$ . Foi encontrado que um esquema de segunda ordem padrão é o ideal para os termos convectivos, e que o custo computacional agregado por um esquema MUSCL de terceira ordem não compensa o ganho diminuto em precisão. A mesma validação do processo de redução de viscosidade de [Lakshmipathy \(2009\)](#) é

feita, mostrando novamente a diminuição adequada da viscosidade com relação a  $f_k$ . A comparação das duas variantes PANS revela que o modelo  $k - \omega$  tem desempenho melhor próximo às paredes, dentro da camada limite, mas no resto do escoamento o modelo  $k - \epsilon$  fornece melhores resultados. Também foi verificado que o modelo  $k - \omega$  é mais sensível a mudanças no valor de  $f_k$ , e a pequena mudança de  $f_k = 0,6$  para  $f_k = 0,4$  traz melhoras enormes aos resultados.

Uma nova implementação PANS baseada no modelo RANS  $k - \epsilon - \zeta - f$  é explorada por Basara et al. (2011). Este é por sua vez é uma adaptação do  $k - \epsilon$  com intuito de melhorar o comportamento espúrio que o original apresenta próximo às paredes. Além disso, o valor de  $f_k$  é controlado instantaneamente e localmente por meio da função algébrica proposta originalmente por Girimaji e Abdol-Hamid (). A nova implementação é testada nos casos de escoamento de canal e no entorno de um cilindro de altura finita. Uma análise de sensibilidade ao refinamento da malha é feita para os dois casos. Os resultados indicam que no escoamento de canal as simulações PANS concordam satisfatoriamente com dados experimentais e de DNS e que são independentes com relação à malha dentro do conjunto de malhas testadas. No entanto, novas estruturas de pequenas escalas tendem a aparecer na medida em que a malha é refinada. No caso do cilindro finito, o modelo PANS proposto foi capaz de reproduzir com precisão razoável as características complexas do escoamento que se formam na extremidade livre do cilindro, apresentando boa concordância com dados experimentais e desempenho muito superior na esteira do cilindro com relação à formulação PANS  $k - \epsilon$  original. Em síntese, a metodologia implementada revelou ser uma poderosa ferramenta para a simulação de escoamentos transientes próximos à parede.

Song e Park (2009) fazem uma implementação de PANS  $k - \epsilon$  com  $f_k$  variável, no espaço e no tempo, segundo o tamanho dos elementos de malha e grandezas turbulentas instantâneas  $k_u$  e  $\epsilon_u$  do modelo em funcionamento. Esta é posta à prova em simulações do escoamento em torno de um cilindro de seção quadrada. Os resultados são comparados com experimentos, LES e com os resultados de outro modelo ponte, chamado Simulação de Vórtices Desassociados (em inglês, "*Detached Eddy Simulations*", DES). Uma análise de sensibilidade usando uma série de malhas com diferentes graus de refinamento é usada para se determinar a malha ótima para esta simulação. Os autores observam que o uso de uma malha refinada o suficiente para garantir um valor médio de  $f_k = 0,5$  na região turbulenta atrás do cilindro produz as melhores simulações. A partir desse ponto, a sensibilidade ao refinamento da malha de variáveis integrais como a frequência de emissão de vórtices e o coeficiente

de arraste é razoavelmente baixa. A comparação revela que PANS nestas condições é capaz de produzir resultados de igual ou melhor qualidade que as metodologias alternativas às que é comparado.

Uma outra abordagem para se melhorar o desempenho de PANS próximo às paredes é testada por [Luo et al. \(2014\)](#). Desta vez, é explorada uma versão de PANS baseada na popular formulação RANS  $k - \omega$  SST de [Menter \(1994\)](#), junto com uma nova função algébrica de [Elmiligui et al. \(2004\)](#) para fornecer o valor instantâneo de  $f_k$  ao longo da simulação. Os casos teste escolhidos são de novo os escoamentos em torno de um cilindro circular com  $Re=140.000$  e  $Re=3.900$ . São realizadas tanto simulações com  $f_k$  variável quanto com  $f_k$  fixo, além de simulações usando a metodologia DES de [Spalart et al. \(\)](#) baseada no mesmo modelo SST. Os resultados revelam que na medida em que  $f_k$  é diminuído, há uma melhora gradual na previsão das distribuições de pressão e de tensão de cisalhamento ao redor do cilindro em ambos casos, acompanhada pela liberação de novas escalas turbulentas. As grandezas integrais médias também apresentaram a mesma tendência. O uso de  $f_k$  variável não introduziu melhoras substanciais nos resultados com relação ao fixo.

O modelo PANS  $k - \epsilon$  é posto a prova no escoamento através de um degrau invertido por [Huang et al. \(2017\)](#) usando-se diferentes abordagens quanto a variação de  $f_k$ . O método de  $f_k$  atualizado em cada passo temporal, é comparado à versão de [Giriraj e Abdol-Hamid \(\)](#) em que seus valores em cada ponto do domínio são determinados inicialmente a partir dos resultados de uma simulação RANS precursora. Também são incluídas na comparação simulações com valores de  $f_k$  constantes no espaço. As duas metodologias propostas quanto a  $f_k$  variante apresentam melhor desempenho na previsão do comprimento de reconexão em comparação à abordagem que emprega  $f_k$  espacialmente fixo. Também têm desempenho superior na previsão de grandezas médias como distribuições de pressão e perfis de velocidade. Uma deficiência clara nas simulações com  $f_k$  fixo é a região próxima às paredes.

[Foroutan e Yavuzkurt \(2014\)](#) a abordagem PANS é posta à prova em casos de geometria substancialmente mais complexa. São investigados os escoamentos da expansão radial súbita através de um canal cilíndrico e através do canal de exaustão de uma turbina. São empregados a implementação original de PANS  $k - \epsilon$  e um novo método de  $f_k$  variável tanto no espaço como no tempo. Estes casos têm em comum a formação de um tubo vortical que entra em precessão em torno do caminho central do domínio além de outras estruturas complexas. Portanto, são propostas desafiadoras para simulações transientes. Estes casos também são de grande interesse para

a indústria. Os autores observam que as funções usadas até então para prescrever o campo de  $f_k$  tendem a subestimar o refinamento da malha, fornecendo valores muito altos de  $f_k$ . Estes valores exagerados incrementam demais a viscosidade turbulenta e amortecem estruturas turbulentas que poderiam ser capturadas pela simulação nessa malha. Para resolver este problema, os autores propõe uma nova função para a atualização dos valores de  $f_k$  que, ao invés de estimar as características turbulentas locais, usa uma equação analítica que aproxima o espectro turbulento e determina exatamente onde o tamanho de elemento de malha corta essa função. Este método apresenta a vantagem de fornecer valores menores e que variam estritamente entre 0 e 1. A investigação revela, ao comparar simulações com as diferentes funções, que a nova formulação de  $f_k$  variável produz melhores resultados. Portanto, o filtro definido por ela é melhor ajustado às capacidades da malha. A validação com relação a dados experimentais uma vez mais mostra a superioridade de PANS nos casos simulados com respeito a outros modelos híbridos usados em comparação.

Paralelo às linhas de pesquisa que procuram melhorar o comportamento de PANS junto à parede e desenvolver métodos de estimar  $f_k$  de maneira mais eficiente, [Suman e Girimaji \(2013\)](#) estenderam a aplicabilidade da abordagem para casos compressíveis. Este trabalho pretende fazer uma generalização das propriedades de invariância respeito a média de [Germano \(1992\)](#) das equações de Navier-Stokes incompressíveis para a versão compressível, em que é usada a média de Favre. O procedimento envolve encontrar uma série de momentos generalizados (formas de expressar o tensor de tensões sub-filtro) que mantêm a forma das equações independente do filtro. Assim, modelos RANS podem ser utilizados para fechar os termos sub-filtro igual à formulação PANS incompressível. [Girimaji e Srinivasan \(\)](#) aplicam este novo método para o caso do escoamento em uma cavidade supersônica com números de Mach  $M=5$  e  $M=2$ , mostrando a viabilidade desta metodologia: as simulações PANS tiveram desempenho próximo ou superior ao de modelos híbridos, como DES, que estão mais bem estabelecidos para casos compressíveis.

[Reyes et al. \(2014\)](#) exploraram a validade de  $f_k$  e  $f_\epsilon$  como controladores do corte de um filtro implícito mais detalhadamente. O estudo é baseado na análise dimensional das duas parcelas de escalas envolvidas na dinâmica de uma simulação PANS: as resolvidas e as modeladas. A partir da energia das escalas modeladas, dada por  $k_u$ , e da dissipação turbulenta dada por  $\epsilon_u$ , é possível estimar a ordem de grandeza do comprimento de mistura das escalas modeladas, à qual a magnitude da viscosidade turbulenta  $\nu_u$  é proporcional. O corte do filtro equivalente fica aproximadamente neste comprimento de mistura, uma vez que  $\nu_u$  dissipa escalas dessa ordem de gran-

deza. No entanto, como a separação entre a parte resolvida e modelada é feita por dissipação, aparece uma seção no espectro das escalas resolvidas na qual a energia vai sendo dissipada gradualmente, e o corte não ocorre em uma frequência clara. A simulação PANS pode ser interpretada como equivalente a um DNS de um escoamento cujo número de Reynolds é reduzido com relação ao original por meio da viscosidade turbulenta  $\nu_u$  que é acrescentada pelo modelo. No trabalho citado, novas leis de escala para o espectro e tensor de Reynolds no espírito das leis de Kolmogorov, que envolvem a viscosidade efetiva  $\nu_u + \nu$  no lugar da viscosidade laminar  $\nu$  apenas, são criadas para este conceito estendido de fluido. A validade destas leis é posta a prova em uma série de simulações de turbulência isotrópica homogênea em decaimento (em inglês, *"Decaying Homogeneous Isotropic Turbulence"*, DHIT). Os resultados mostram que o espectro turbulento das simulações com diferentes  $f_k$  se comportam como o esperado pelas leis propostas. A zona de dissipação relacionada ao corte do filtro aparece na região esperada do espectro e há uma aparição gradual de novas escalas turbulentas resolvidas na medida em que  $f_k$  é diminuído.

Girimaji e Wallin (2013) abordam o problema da quebra da comutação que surge com o uso de um filtro que varia no espaço. Em essência, o que se procura resolver é como transformar energia cinética modelada em resolvida: quando o escoamento se desloca de uma região do domínio em que uma parcela grande da energia cinética é modelada, ou seja,  $f_k = 1$ , para uma região em que o corte implícito do filtro é diminuído, com  $f_k < 1$ , boa parte das escalas modeladas da primeira região devem passar a ser visíveis no campo resolvido de velocidades da região subsequente. Esta conversão não é simples. De um lado a energia cinética está representada por um escalar,  $k_{total}$ , e do outro deve passar a ser representada como uma dinâmica não linear de perturbações do campo médio. A energia destes vórtices deve complementar aquela das que permanecem modeladas  $k_u$  para formar o que antes era  $k_{total}$ . Com a mudança no valor de  $f_k$ , as equações do modelo diminuem a magnitude da viscosidade turbulenta  $\nu_u$  através da interface entre as duas regiões. Isto naturalmente diminui a dissipação das escalas resolvidas e aumenta a dissipação da energia turbulenta modelada. No entanto, este fenômeno por si só não é suficiente para fazer a conversão. O problema pode ser entendido como sendo o da conservação da energia cinética turbulenta na transição de uma zona à outra. Neste espírito, o termo de comutação do filtro, outrora ignorado, é modelado como sendo um termo fonte nas equações de conservação de momento. A formulação proposta para o termo de produção é de atribuir uma viscosidade "de transição"  $\nu_{tr}$ , que é proporcional ao gradiente de  $f_k$ . Esta viscosidade é negativa, quando o escoamento se desloca na direção em que o  $f_k$  diminui, e positiva quando  $f_k$  aumenta. Assim, a viscosidade

turbulenta é mitigada por  $\nu_{tr}$  quando há transferência de energia cinética modelada para a resolvida, acentuando a queda na dissipação de escalas resolvidas e agindo como um estímulo para a aparição e propagação de instabilidades no campo de velocidades resolvidas.

### 2.1.1 Desenvolvimento de PANS para escoamentos internos

Dentre os trabalhos visitados nesta revisão bibliográfica até agora, poucos dedicaram atenção à adaptação da metodologia PANS para escoamentos internos. Desde sua proposta inicial, [Girimaji e Abdol-Hamid \(\)](#) orientou o desenvolvimento do modelo no sentido de cementar aspectos relevantes de sua teoria ([GIRIMAJI; WALLIN, 2013](#); [REYES et al., 2014](#)) e de expandir a sua aplicabilidade para casos compressíveis ([SAWAN; GIRIMAJI, 2010](#); [GIRIMAJI; SRNIVASAN,](#) ). Outros autores têm se dedicado a melhorar o comportamento da abordagem junto às paredes, principalmente criando versões PANS de modelos RANS que por si já são preparados para resolver a camada limite nas paredes. No entanto, o ramo de aplicações nos quais estas novas versões são testadas fica restrito principalmente a escoamentos em torno de corpos rombudos onde a turbulência de camada limite, se bem que relevante para fenômenos como separação e transição turbulenta, tem importância bastante limitada no comportamento geral do escoamento quando comparados a casos de escoamento interno. As exceções são obviamente os estudos do canal turbulento feito por [Basara et al. \(2011\)](#) e dos dutos por [Foroutan e Yavuzkurt \(2014\)](#).

[Ma et al. \(2011\)](#) iniciaram uma linha de pesquisa específica para a expansão da aplicabilidade de PANS a escoamentos internos. A proposta inicial foi investigar uma adaptação PANS do modelo RANS AKN LRN  $k - \epsilon$  ([ABE et al., 1994](#)). Este modelo aperfeiçoa o comportamento do  $k - \epsilon$  padrão acrescentando funções de amortecimento que mitigam o crescimento exponencial da dissipação turbulenta  $\epsilon$  nas proximidades das paredes, que é seu principal defeito para resolver a camada limite. A nova formulação é testada nos casos de DHIT, escoamento em um canal com número de Reynolds (baseado na velocidade de fricção)  $Re_\tau = 950$  e escoamento periódico por uma lombada com  $Re=10.600$  e  $Re=37.000$ . A malha usada para o escoamento de canal é preparada para uma simulação LES com resolução até a parede, portanto é muito refinada e as simulações PANS executadas nela não usam funções de parede. A malha para o caso da lombada periódica é bastante refinada próximo às paredes, principalmente na direção perpendicular a elas, o que dispensa o uso de funções de parede. No entanto, não tem resolução suficiente para um LES com precisão de parede. Inclusive, o autor nota que a malha usada neste caso tem

aproximadamente um décimo dos elementos da malha usada pelo LES citado para comparação, este sim resolvido até a a parede. Em ambos os escoamentos internos, são testadas diversas opções envolvendo o tratamento de  $f_k$ . Os resultados rapidamente mostram que a melhor opção é mantê-lo fixo em  $f_k = 0,4$ . Nestas condições, o modelo LRN se mostrou claramente superior à versão original no escoamento através do canal, principalmente na região da camada limite, e teve desempenho muito parecido ao  $k - \epsilon$  no escoamento na lombada periódica. Neste último, os resultados de ambos modelos PANS não são muito inferiores aos de simulações LES usadas para comparação, o que enfatiza o grande potencial econômico da metodologia.

O desenvolvimento do modelo PANS LRN  $k - \epsilon$  é continuado por Davidson (2013), no entanto a direção dada ao novo trabalho é de transformá-lo em uma abordagem zonal. Os autores notam que com uma distribuição conveniente de  $f_k$  fixa no tempo é possível definir zonas onde o modelo RANS subjacente é diretamente usado, escolhendo  $f_k = 1$ , e zonas onde uma simulação tipo LES é executada, escolhendo-se  $f_k = 0,4$  e permitindo que escalas resolvidas capturem boa parte da dinâmica turbulenta. Quando o fluido escoar através da interface entre as regiões, deve ocorrer uma transferência de energia turbulenta do lado RANS - onde é modelada, representada apenas pela grandeza escalar  $k$  - para o lado LES - onde deve aparecer como flutuações e vórtices do campo de velocidade. Esta transferência é feita agregando-se flutuações turbulentas artificiais (DAVIDSON, 2007) ao campo de velocidades do lado LES, ao mesmo tempo em que uma condição de contorno na interface diminui o valor de energia cinética modelada  $k$  para  $k_u$  na travessia. Assim, a energia turbulenta  $k$  excedente do lado RANS passa a ser representada pelas flutuações turbulentas artificiais do lado LES. A turbulência artificial é gerada por meio da sobreposição de ondas senoidais com direção aleatória; a direção da velocidade associada é feita transversal à onda atendendo a hipótese de incompressibilidade, e a magnitude é escalada segundo a sua frequência de acordo com uma função analítica do espectro de turbulência. A nova metodologia é testada nos mesmos escoamentos e números de Reynolds através de um canal e através da lombada - desta vez, no entanto, o domínio não é feito periódico. Em ambos os casos a seção inicial do escoamento é resolvida por RANS, configurando-se  $f_k = 1$ . Na região subsequente, onde no caso da lombada ocorre a separação do escoamento,  $f_k = 0,4$  é atribuído. Na interface entre as regiões é incluída a turbulência artificial. Resultados revelam que a turbulência artificial é uma ferramenta eficiente para forçar o desenvolvimento do escoamento no lado LES, e a boa concordância dos resultados obtidos com os experimentais encorajam a continuidade da pesquisa.

A evolução natural deste trabalho é dada por Davidson (2014), no qual a metodologia de dividir o domínio em regiões é usada para isolar uma faixa próxima às paredes onde o modelo RANS resolve a camada limite. Um tratamento simples é dado à interface entre as zonas: do lado LES, são impostas condições de contorno que anulam o transporte de  $k_u$  e  $\epsilon_u$  da direção perpendicular à parede; o valor de  $k_u$  do lado LES é obtido multiplicando por  $f_k$  o valor do lado RANS; e  $\epsilon_u$  é ajustado segundo uma fórmula que envolve  $k_u$  do lado LES e uma estimativa do comprimento de mistura local. A metodologia é testada nos casos de escoamento por meio de um canal com números de Reynolds entre  $Re_\tau = 4.000$  e  $Re_\tau = 32.000$ . A independência com respeito ao refinamento da malha é estudada reiterando as simulações do canal em malhas com diferentes números de elementos. Esta revelou que os resultados são independentes do refinamento dentro do conjunto de malhas usadas, sendo possível optar por uma malha muito mais grosseira que por Ma et al. (2011). O escoamento através da lombada também é estudado. A possibilidade de se utilizar um  $f_k$  variável seguindo a equação algébrica original de Girimaji e Abdol-Hamid () na região LES é visitada tanto nos casos do canal como da lombada. Os resultados são insatisfatórios: em geral, o método atribui valores de  $f_k$  muito altos que fazem com que a viscosidade turbulenta aumente demais, destruindo todas as escalas resolvidas. Isto, somado ao fato das simulações com  $f_k = 0,4$  apresentarem melhores resultados, indica que a formulação de Girimaji e Abdol-Hamid () sobrestima o valor mínimo de  $f_k$  que a malha é capaz de comportar, assim como notado anteriormente por Foroutan e Yavuzkurt (2014).

Arvidson e Davidson (2016) investigam métodos alternativos para tratar a interface paralela à parede que se forma com a separação da região da camada limite (resolvida por RANS) na abordagem proposta por Davidson (2014). O mesmo problema de conservação de energia em regiões com diferentes  $f_k$  estudado por Girimaji e Wallin (2013) aparece nesta interface. Como a turbulência próxima à parede deve ter um comportamento específico para que os resultados da simulação concordem com os experimentos, simplesmente acrescentar a turbulência artificial nesta interface do lado LES não é uma solução viável. No artigo citado, são propostas uma série de alternativas baseadas na metodologia de Girimaji e Wallin (2013) para estimular a produção e crescimento de escalas turbulentas resolvidas do lado LES da interface. Os detalhes e o desempenho relativo das diferentes abordagens ficam fora do escopo do presente trabalho. No entanto, a conclusão tirada do estudo no escoamento de canal com baixo número de Reynolds  $Re_\tau = 950$  serve como um alerta: a maioria dos métodos zonais propostos não pôde ser usada neste caso. Isto decorre principalmente da alta viscosidade turbulenta que se forma junto à parede, e que os termos

forçantes não são capazes de superar a forte dissipação que esta impõe sobre as escalas resolvidas do escoamento. A solução assim se torna altamente bidimensional, parecida a uma simulação URANS. Os resultados são extremamente insatisfatórios.

Chaouat (2017) e Terzi e Frohlich (2008) fazem análises de trabalhos envolvendo modelos híbridos e zonais. Embora pouco se fale de PANS especificamente, várias observações sobre simulações em escoamentos internos com outros modelos híbridos tais como DES ou FSM são relevantes para entender o comportamento de simulações PANS nestes casos. Terzi e Frohlich (2008) afirmam que um grande desafio no desenvolvimento de modelos zonais é justamente a aparição de uma "zona cinza" logo após a interface de transição. A falta de estímulo por parte da turbulência de parede, que foi resolvida por RANS, torna a solução LES próxima a interface excessivamente estacionária, criando uma zona espúria com baixa turbulência chamada de zona cinza. Nesta região, o desenvolvimento de turbulência vai retornando à normalidade na medida em que o escoamento se afasta da parede. Este fenômeno é comparado a mesma essência com os problemas que surgem da comutação da variável  $f_k$  em PANS: a necessidade de se transferir energia cinética modelada para resolvida por causa da variação do corte do filtro implícito. A investigação no sentido de mitigar a zona cinza consiste principalmente em propor forças que são agregadas na equação de momento de maneira a acelerar o retorno à normalidade da turbulência no lado LES. No mesmo artigo, é citado um trabalho (NIKITIN et al., 2000) em que por causa desta ineficiência na produção de escalas resolvidas, a turbulência de uma simulação DES de canal turbulento tende a se organizar em grandes estruturas em forma de tubo às quais denominam "super-streaks". Chaouat (2017) nota que simulações Escalas Temporais Parcialmente Integradas (em inglês "Partially Integrated Time-Scales", PITM) - uma abordagem que usa praticamente as mesmas equações de modelo que PANS - reproduz grosseiramente as características turbulentas do escoamento quando executadas numa malha econômica. O escoamento fica repleto de estruturas grandes e pouco realistas, como os "super-streaks". Os resultados para as velocidades médias, intensidade de turbulência e tensão de cisalhamento, no entanto, são aceitáveis.

Lenci e Baglietto () estudam uma proposta diferente de modelo híbrido. O modelo STRUCT, que também é um URANS de segunda geração, ao invés de estar baseado em uma noção de corte espectral ou filtragem implícita, usa o critério Q para detectar a presença de estruturas coerentes no escoamento resolvido. Dentro destas estruturas, o modelo diminui drasticamente a viscosidade turbulenta, de forma a deixá-las se desenvolver livremente. O argumento principal em favor deste procedi-

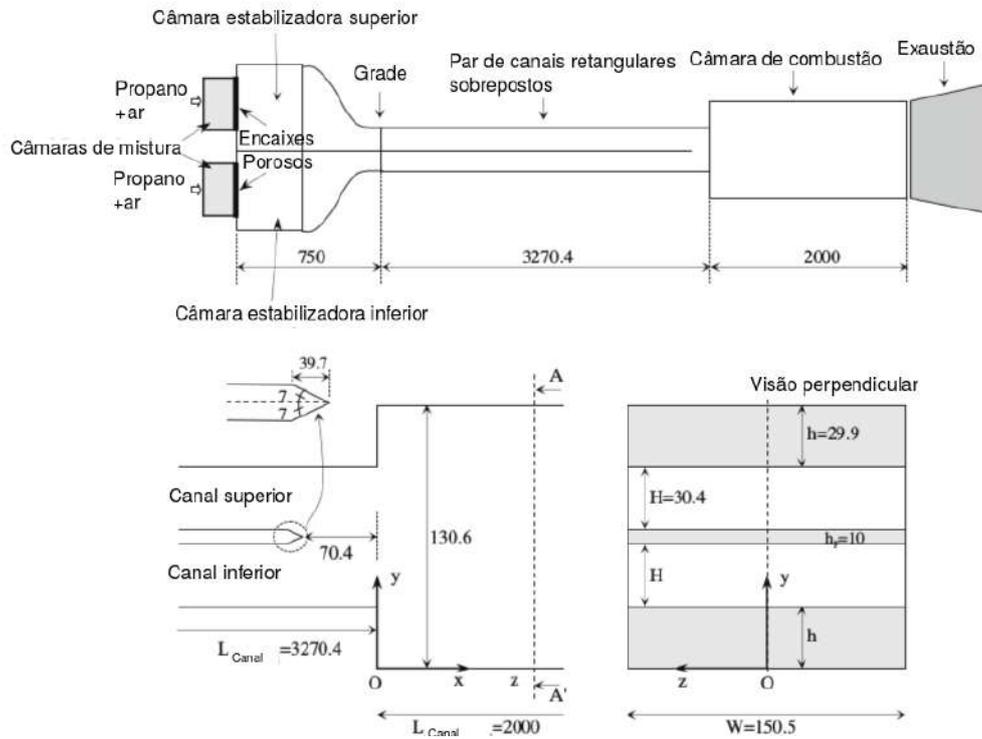
mento é que, nos demais modelos híbridos como PANS, a produção e a propagação destas estruturas grandes fica prejudicada por causa da alta dissipação gerada pela viscosidade turbulenta que é usada como filtro de escalas. Estas estruturas coerentes tem escalas temporais e de comprimento acima das inerciais e até mesmo das escalas integrais que compõem o espectro turbulento. Diferem dos vórtices que formam este espectro por serem mais resilientes, não se dissipam facilmente e interagem de maneira complexa com outras estruturas - não necessariamente destrutiva. Seu comportamento é determinante para capturar corretamente perfis de velocidade média e intensidade turbulenta. A alta viscosidade de um modelo como PANS ou URANS dissipa ou deforma estas estruturas. Os autores afirmam que a metodologia proposta contorna este problema, enquanto que mantêm a possibilidade de se realizar uma simulação de baixo custo próximo às paredes.

## 2.2 Banco de testes ORACLES e trabalhos prévios

O banco de testes ORACLES é uma plataforma especificamente desenvolvida para a realização de experimentos que fornecem dados para a validação de modelos de turbulência e combustão. É capaz de produzir uma base de dados completa para diversas variáveis do combustor operando em condições onde estão ocorrendo fenômenos tais como extinção de chama e instabilidade de combustão. Estes fenômenos são alguns dos maiores interesses da área de simulações de combustão turbulenta. Tanto sua simetria no eixo  $z$  e geometria geral simples o tornam fácil de transformar em um domínio computacional. Mesmo operando em condições inertes, o banco produz alguns fenômenos fluidodinâmicos tais como esteiras turbulentas, camadas de cisalhamento e zonas de recirculação que são muito úteis para a validação de simulações incompressíveis, como as do presente trabalho.

O esquema completo do banco de testes é mostrado na Fig. 2.1. Descrições detalhadas do mesmo podem ser encontradas em [Nguyen \(2007\)](#) e [Besson \(2001\)](#): no presente trabalho é feita apenas uma breve exposição de seus componentes principais. O banco é constituído por quatro estágios: um par de misturadores de ar e combustível que, individualmente, alimentam cada uma das entradas; dois canais longos de seção retangular, projetados para entregar um perfil de escoamento de canal turbulento bem desenvolvido na entrada da câmara; uma câmara de combustão única alimentada por ambas as entradas; e por último uma zona de dissipação.

Figura 2.1 - Acima: esquema completo do banco ORACLES; Abaixo: esquema da seção que é modelada computacionalmente. Todos os comprimentos estão em milímetros.



Fonte: Adaptada de Nguyen (2007)

A seção relevante para as simulações, envolvendo os canais e a câmara de combustão, é simétrica na direção  $z$ , tendo uma largura de 150,5 mm. A Fig. 2.1 contém uma ilustração desta seção. Os canais têm uma altura de 30,4 mm e estão separados por uma placa com espessura de 10 mm. Esta placa termina numa borda de fuga 70,4 mm antes do plano de entrada da câmara. A borda de fuga tem um comprimento de 39,7 mm e seus lados formam um diedro de 14°. A seção seguinte à borda de fuga têm 70,4 mm de comprimento e seu propósito é combinar os escoamentos de ambas as entradas a uma distância segura da câmara, garantindo que a chama, nos casos reativos, não fique atrelada à placa separadora. Em seguida, o escoamento é despejado na câmara de combustão onde as chamas ficam ancoradas em dois degraus invertidos em cada lado do plano de despejo. Este têm altura  $h = 29,9$  mm. Para permitir o desenvolvimento do escoamento, os canais têm um comprimento de mais de 3 m, e a câmara de combustão tem um comprimento de 2 m. A altura do plano de despejo é de 70,8 mm, e a da câmara de combustão é de 130,6 mm. Vários experimentos verificaram que, nestas condições, os jatos de entrada se desviam ao alcançar a câmara, ficando colados a uma das paredes por causa do efeito Coanda (BESSION, 2001).

Para a validação são utilizados os resultados experimentais dos casos não reativos dos estudos de Besson (2001), rotulado de i1, e Nguyen (2007), rotulado de nc1. Em ambos os experimentos as componentes de velocidade média e RMS no plano central são medidas em uma série de estações ao longo dos primeiros 500 mm da câmara de combustão por meio de anemometria laser Doppler (LDA). Bases de dados similares também são registradas para as entradas e para o plano de despejo. Ambos casos são muito similares. Uma vez que são inertes, não há combustível na mistura e o fluido usado é ar, que é representado na simulações incompressíveis ao se configurar a viscosidade cinemática como  $\nu = 1,347 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ . O caso nc1 tem uma velocidade de vazão média de  $U_{\text{vazão}} = 11 \text{ m/s}$ , enquanto que no caso i1 a velocidade de vazão média é de  $U_{\text{vazão}} = 8,1 \text{ m/s}$ . Os números de Reynolds baseados nestas velocidades e na altura do degrau estão entorno de  $Re_{\text{vazão}} = 24.000$  e  $Re_{\text{vazão}} = 18.000$ , respectivamente. Os números de Reynolds nos canais de entrada, baseados na velocidade de fricção e altura de canal, são de aproximadamente  $Re_{\tau} = 620$  no caso i1 e  $Re_{\tau} = 750$  no caso nc1. Isto os coloca no domínio de baixos números de Reynolds quando se trata de simulação de canais turbulentos. Modelos híbridos têm problemas conhecidos para simular escoamentos deste tipo. Foi encontrado que simulações PANS acabam em laminarização do escoamento por culpa da alta viscosidade turbulenta produzida pelo modelo que acaba amortecendo a turbulência do campo resolvido (ARDVIDSON; DAVIDSON, 2016). Em Ma et al. (2011), um canal com  $Re_{\tau} = 950$  foi simulado com sucesso por uma abordagem PANS, no entanto a malha usada tinha resolução elevada o suficiente para uma simulação LES resolvida até próximo as paredes. Esta abordagem não aproveita o potencial econômico de PANS. Uma síntese dos casos estudados se encontra na Tab. 2.1.

Os dados brutos do caso i1 nunca puderam ser obtidos, e portanto os perfis para regular as condições de entrada e validar os resultados foram obtidos por meio de vetorização das figuras da tese usando-se o programa Engauge. Os dados brutos do caso nc1 também não estavam disponíveis inicialmente, e os perfis de entrada das simulações da primeira análise de sensibilidade foram configurados pelo mesmo procedimento. No entanto, mais adiante na pesquisa, estes dados foram disponibilizados, e as simulações da segunda análise de sensibilidade, feitas no caso nc1, utilizam os dados brutos diretamente.

Os dados da simulação LES do caso nc1 de Duwig e Fureby (2007) são usados para comparação. Os valores foram também obtidos por meio de vetorização das imagens. A configuração das simulações realizadas nesse trabalho foram determinadas por uma análise de sensibilidade do modelo LES (DUWIG et al., 2007), que contém

Tabela 2.1 - Propriedades dos casos experimentais e dos canais de entrada.

Caso	$Re_{vazão}$		Velocidade Axial $U_{eixo}$ (m/s)	Fluxo mássico (g/s)	Velocidade de Fricção $u_\tau$ (m/s)	$Re_\tau$
i1 Besson (2001) ( $U_{bulk}=8.1$ )	18000	Inlet 1	11,90	52,8	0,562	626
		Inlet 2	12,50	52,8	0,579	645
nc1 Nguyen (2007) ( $U_{bulk}=11$ )	24400	Inlet 1	15,68	65	0,671	748
		Inlet 2	15,41	65	0,682	760

também uma série de estudos úteis para o presente trabalho. Uma simulação LES do caso nc1 mais recente foi realizada por Han et al. (2015). Apesar de seus resultados não serem usados para comparação, a estratégia para a construção da malha PANS da segunda análise de sensibilidade foi baseada neste último trabalho.



### 3 FORMULAÇÃO DO MODELO PANS

Apresentamos a seguir uma dedução simplificada das equações do modelo PANS, com o intuito de introduzir seus conceitos fundamentais. Para uma dedução mais detalhada, o leitor é referido ao artigo de Girimaji e Abdol-Hamid (), que introduz o modelo originalmente, ou à tese de seu aluno Lakshmipathy (2009). Uma implementação muito mais formal dos mesmos conceito, no entanto, é feita para o modelo PITM (SCHIESTEL; DEJOAN, 2005). A partir das equações incompressíveis instantâneas de Navier-Stokes para um fluido Newtoniano:

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j}, \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x_i \partial x_i} = -\frac{\partial U_i}{\partial x_j} \frac{\partial U_j}{\partial x_i}, \quad (3.2)$$

sendo  $U_i$  as componentes da velocidade e  $P = P^*/\rho$  é a pressão  $P^*$  dividida pela densidade  $\rho$ . A proposta é decompor estas grandezas em uma parcela média e outra oscilante por meio de um filtro parcial, de maneira parecida ao que é feito em RANS e LES, com a diferença de que o filtro não será especificado. De fato, a teoria deve ser válida para qualquer filtro, implícito ou explícito, contanto que comute com a diferenciação espacial e temporal e o parênteses angulado  $\langle * \rangle$  representa a operação de filtragem. A decomposição das variáveis é então tal que  $U_i = \langle U_i \rangle + u'_i$  e  $P = \langle P \rangle + P'$  onde o apóstrofe indica a parte filtrada. Para simplificar a simbologia, usamos  $p = \langle P \rangle$  como a pressão média e  $u_i = \langle U_i \rangle$  como a velocidade média.

Decompondo as variáveis e aplicando o operador de filtragem parcial nas equações, obtêm-se as equações para a evolução das grandezas médias:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau(U_i, U_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}, \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_i} = -\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{\partial^2 \tau(U_i, U_j)}{\partial x_i \partial x_j}, \quad (3.4)$$

onde  $\tau(U_i, U_j)$  é o segundo momento central generalizado. A definição do tensor das escalas sub-filtro pode ser convenientemente expressa em termos dos chamados momentos generalizados, segundo a formulação de Germano (1992). A definição do

segundo e terceiro momentos centrais generalizados das variáveis aleatórias  $A$ ,  $B$  e  $C$  são:

$$\tau(A, B) = \langle AB \rangle - \langle A \rangle \langle B \rangle ; \quad (3.5)$$

$$\tau(A, B, C) = \langle ABC \rangle - \langle A \rangle \tau(B, C) - \langle B \rangle \tau(A, C) - \langle C \rangle \tau(B, A) - \langle A \rangle \langle B \rangle \langle C \rangle . \quad (3.6)$$

A Eq. (3.3) mostra que a influência das escalas filtradas  $u'_i$  sobre as grandezas médias é dada inteiramente pelo segundo momento central  $\tau(U_i, U_j)$ . Este tensor apresenta várias semelhanças ao tensor de Reynolds que aparece nas equações RANS. A magnitude desta influência é proporcional a quantas escalas turbulentas estão sendo filtradas. Na medida em que a frequência de corte do filtro é deslocada no sentido das menores escalas, o tensor deve passar a representar menos escalas turbulentas, que agora devem aparecer como parte do campo de velocidades resolvido  $u_i$ . O procedimento oposto é complementar, e quando todas as escalas são filtradas a velocidade resolvida  $u_i$  se torna idêntica à média RANS e o tensor  $\tau$  é igual ao tensor de Reynolds.

Multiplicando a equação de quantidade de movimento Eq. (3.4) por  $U_j$ , somando-lhe a mesma equação com os índices transpostos e aplicando o operador de filtragem à equação resultante, obtêm-se após uma série de simplificações uma expressão para a evolução temporal do tensor  $\tau$ :

$$\frac{\partial \tau(U_i, U_j)}{\partial t} + U_k \frac{\partial \tau(U_i, U_j)}{\partial x_k} = P_{ij} + \phi_{ij} - D_{ij} + T_{ij} , \quad (3.7)$$

onde os termos do lado direito são a produção  $P_{ij}$ , a correlação com a pressão  $\phi_{ij}$ , a dissipação  $D_{ij}$  e transporte  $T_{ij}$  do tensor, dados por:

$$P_{ij} = -\tau(U_i, U_k) \frac{\partial u_j}{\partial x_k} - \tau(U_j, U_k) \frac{\partial u_i}{\partial x_k} ; \quad (3.8)$$

$$\phi_{ij} = 2\tau(p, S_{ij}) ; \quad (3.9)$$

$$D_{ij} = 2\nu\tau \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right) ; \quad (3.10)$$

$$T_{ij} = -\frac{\partial}{\partial x_k} \left( \tau(U_i, U_j, U_k) + \tau(p, U_i)\delta_{jk} + \tau(p, U_j)\delta_{ik} - \nu \frac{\tau(U_i, U_j)}{\partial x_k} \right) . \quad (3.11)$$

A forma das Eqs. 3.4, 3.6, 3.7 é a mesma para qualquer filtro, uma vez que não há nenhum termo que dependa de características do filtro. A condição para que isto ocorra é que as equações sejam expressas em termos dos momentos centrais. Esta propriedade das equações de Navier-Stokes é chamada de invariância segundo a média (*em inglês, "averaging-invariance"*) (GERMANO, 1992). Ela é fundamental para a derivação de um modelo de resolução variável: o conjunto de equações pode ser usado para se obter o campo de velocidades médias de qualquer filtro. Toda a informação sobre a frequência de corte é incluída somente por meio do modelo usado para o tensor  $\tau$ . O que resta é propor um modelo flexível que, sob mínimas alterações, seja capaz de representar a influência sobre a média de qualquer parcela do espectro de turbulência filtrada pelas diferentes frequências de corte que o usuário deseje configurar.

Um primeiro passo para se desenvolver o modelo é propor uma relação constitutiva para o tensor  $\tau$ . Considera-se que a turbulência em escalas filtradas se comporta de uma maneira "universal", e evoca-se a hipótese de Boussinesq. Segundo esta, a turbulência subfiltro age sobre as velocidades médias como um transporte viscoso:

$$\tau(U_i, U_j) = -\nu_u S_{ij} , \quad (3.12)$$

onde  $\nu_u$  é a viscosidade turbulenta relacionada às escalas filtradas, e  $S_{ij}$  é o tensor de cisalhamento médio. Esta viscosidade turbulenta é tradicionalmente associada a um comprimento de mistura turbulento das escalas modeladas  $l_u$ .

Para modelar a viscosidade turbulenta, pode-se recorrer a modelos já estabelecidos ao invés de se desenvolver uma metodologia inteiramente nova. Como principais opções para simulações transientes, destacam-se os modelos RANS e os modelos subfiltro de LES tal como o Smagorinsky. A maioria dos modelos LES está baseada

no pressuposto de que as escalas subfiltro estão em um equilíbrio de produção e dissipação de energia turbulenta. Tal condição só é atendida nas menores escalas da subfaixa inercial da turbulência. Como a intenção é propor um modelo que seja válido para qualquer frequência de corte, é necessário partir de um modelo mais robusto, capaz de representar escalas turbulentas de qualquer parte do espectro. Modelos RANS, por sua vez, apresentam um embasamento físico capaz de representar, a princípio, todas as escalas turbulentas de um escoamento sobre seu campo médio de velocidades. O primeiro modelo RANS adaptado para a abordagem PANS por Girimaji e Abdol-Hamid () foi o  $k - \epsilon$ , segundo o qual o comprimento de mistura turbulento  $l_u$  é modelado em função das variáveis  $k_u$ , a energia cinética turbulenta modelada, e  $\epsilon_u$ , a dissipação turbulenta modelada.

### 3.1 Derivação do modelo PANS $k - \epsilon$

Prosseguimos com a demonstração do procedimento usado para adaptar um modelo RANS a uma versão PANS, apresentando a implementação da variante original de Girimaji e Abdol-Hamid (), o modelo PANS  $k - \epsilon$ . Um procedimento similar sempre pode ser feito para qualquer modelo RANS que se desejar ter como base. Basta modificar a definição da viscosidade turbulenta  $\nu_u$  de acordo com o usado no respectivo modelo. No caso do  $k - \epsilon$ , a definição é dada por:

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} , \quad (3.13)$$

onde  $k$  e  $\epsilon$  são respectivamente a energia e a dissipação turbulenta totais. Uma expressão equivalente, só que em função das grandezas relacionadas às escalas filtradas em PANS, pode ser proposta como:

$$\nu_u = C_\mu \frac{k_u^2}{\epsilon_u} , \quad (3.14)$$

Desenvolvendo-se a razão entre as duas viscosidades turbulentas, obtemos a seguinte comparação:

$$\frac{\nu_u}{\nu_t} = \left( \frac{k_u}{k} \right)^2 \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_u} \right) . \quad (3.15)$$

Como  $k_u$  representa a energia das escalas que são modeladas em PANS - apenas uma parte do total -  $k_u$  deveria ser uma parcela de  $k$  - que por sua vez representa a energia de todas as escalas turbulentas numa abordagem RANS. Assim, no extremo em que

todas as escalas são modeladas com uma abordagem PANS,  $k_u = k$  e  $k_u/k = 1$ . Se a frequência de corte é colocada de maneira tal a permitir que uma parcela das escalas turbulentas seja resolvida, teremos sempre que  $k_u/k < 1$ . A dissipação turbulenta, por outro lado, ocorre somente nas menores escalas do movimento. Assim, para que algo da dissipação seja capturado pelas variáveis resolvidas, o corte do filtro implícito tem que estar dentre estes pequenos comprimentos. Na maioria dos escoamentos de interesse para a engenharia o número de Reynolds é relativamente alto, e a dissipação turbulenta será inteiramente modelada. Logo, teremos  $\epsilon_u = \epsilon$ . Se por outro lado o corte do filtro estiver disposto de maneira que parte da dissipação estiver sendo resolvida, pode-se ter certeza de que a parcela de energia turbulenta sendo modelada e portanto  $f_k$  são muito pequenos: as escalas resolvidas já estão capturando a maior parte da energia dentro da dinâmica de vórtices antes de começar a capturar a dissipação que ocorre nela. Teremos sempre  $k_u/k < \epsilon_u/\epsilon$ . Portanto, a relação da qual partimos indica que  $\nu_u \leq \nu_t$ , com a igualdade correspondendo ao caso em que a filtragem é feita sobre todas as escalas e a simulação PANS é igual a uma simulação RANS.

Os parâmetros:

$$f_k = \frac{k_u}{k}; f_\epsilon = \frac{\epsilon_u}{\epsilon}$$

controlam a resolução no modelo PANS  $k - \epsilon$ . Eles representam a parcela da energia e da dissipação turbulenta que se deseja modelar na simulação. Estes valores funcionam como uma estimativa "a priori", e sua validade deve ser verificada depois da simulação quando o conteúdo energético resolvido e modelado estão calculados. Pode-se colocar o corte do filtro em qualquer ponto do espectro de decaimento variando  $f_k$  e  $f_\epsilon$ . O objetivo agora é partir das equações do modelo base RANS  $k - \epsilon$  e obter, por meio de modificações mínimas usando os parâmetros  $f_k$  e  $f_\epsilon$ , um modelo que entregue a redução de viscosidade esperada devido ao corte do filtro colocado em frequências intermediárias. As equações do modelo  $k - \epsilon$  RANS são:

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} S_{ij}; \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = P - \epsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right); \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = C_{e1} \frac{P\epsilon}{k} - C_{e2} \frac{\epsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right), \quad (3.18)$$

onde a barra indica a média de Reynolds (média temporal) e P é a produção de ener-

gia cinética turbulenta  $P = R(U_i, U_j) \partial \bar{U}_i / \partial x_j$  com  $R$  sendo o tensor de Reynolds;  $\sigma_k$  e  $\sigma_\epsilon$  são respectivamente os números de Prandtl da energia cinética turbulenta e da dissipação, que são constantes do modelo; e finalmente  $C_\mu$ ,  $C_{e1}$  e  $C_{e2}$  são também constantes do modelo.

Uma vez que  $k_u = \frac{1}{2} \tau(U_i, U_i)$ , a partir do traço da Eq. (3.7) obtêm-se a seguinte equação para a evolução da energia cinética turbulenta  $k_u$  das escalas filtradas:

$$\frac{\partial k_u}{\partial t} + u_j \frac{\partial k_u}{\partial x_j} = P_u - \epsilon_u + T_{ku} , \quad (3.19)$$

onde o termo  $T_{ku}$  precisa de fechamento, e  $P_u = \tau(U_i, U_j) \partial u_i / \partial x_j$  é a produção de energia turbulenta filtrada. Supondo que  $f_k$  seja constante no tempo e no espaço, o que implica em que  $k_u/k$  seja constante em todo o domínio e em todos os momentos, temos:

$$\frac{\partial k_u}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial k_u}{\partial x_j} = f_k \left[ \frac{\partial k}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] , \quad (3.20)$$

uma vez que a média temporal da velocidade resolvida deve é igual à média da velocidade instantânea  $\bar{u}_j = \bar{U}_j$ . Pela Eq. (3.18) então, substituindo a parte que está entre colchetes:

$$\frac{\partial k_u}{\partial t} + u_j \frac{\partial k_u}{\partial x_j} = f_k \left[ P - \epsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \right] + (u_j - \bar{u}_j) \frac{\partial k_u}{\partial x_j} , \quad (3.21)$$

onde o último termo do lado esquerdo representa o transporte de  $k_u$  pelas flutuações resolvidas  $(u_j - \bar{u}_j)$ . Em RANS, como não há escalas resolvidas, este transporte é inteiramente modelado e é parte da difusão turbulenta da energia cinética  $k$  dado pelo termo que envolve  $\sigma_k$ . A comparação desta relação com a Eq. (3.19) revela:

$$P_u - \epsilon_u + T_{ku} = f_k \left[ P - \epsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \right] + (u_j - \bar{u}_j) \frac{\partial k_u}{\partial x_j} . \quad (3.22)$$

Pode-se argumentar que os termos de produção e dissipação representam fenômenos locais, e portanto devem ser comparados separadamente:

$$P_u - \epsilon_u = f_k (P - \epsilon) , \quad (3.23)$$

e os demais termos do lado direito da Eq. (3.22) devem corresponder a  $T_{ku}$  do lado esquerdo:

$$\begin{aligned} T_{ku} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k_u}{\partial x_j} \right) - (\bar{u}_j - u_j) \frac{\partial k_u}{\partial x_j}, \\ &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\nu_u f_\epsilon}{\sigma_k f_k^2} \frac{\partial k_u}{\partial x_j} \right) - (\bar{u}_j - u_j) \frac{\partial k_u}{\partial x_j}. \end{aligned} \quad (3.24)$$

O mesmo procedimento é repetido para se deduzir a equação de  $\epsilon_u$ . Com base na suposição de que  $f_\epsilon$  é constante, pode-se encontrar uma expressão para a evolução de  $\epsilon_u$  a partir da equação original do modelo RANS que seja ajustável de acordo com os parâmetros de resolução para entregar uma determinada redução de viscosidade. A partir da equação RANS da variável  $\epsilon$  e da relação  $\epsilon_u = f_\epsilon \epsilon$ , da mesma maneira que obtivemos a Eq. (3.20) agora temos:

$$\frac{\partial \epsilon_u}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \epsilon_u}{\partial x_j} = f_\epsilon \left( \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right) \implies \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial \epsilon_u}{\partial t} + u_j \frac{\partial \epsilon_u}{\partial x_j} = f_\epsilon \left( \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right) + (\bar{u}_j - u_j) \frac{\partial \epsilon_u}{\partial x_j}. \quad (3.26)$$

Usando a Eq. (3.18), tem-se:

$$\frac{\partial \epsilon_u}{\partial t} + u_j \frac{\partial \epsilon_u}{\partial x_j} = f_\epsilon \left[ C_{e1} \frac{P\epsilon}{k} - C_{e2} \frac{\epsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right) \right] + (\bar{u}_j - u_j) \frac{\partial \epsilon_u}{\partial x_j}$$

uma vez que  $\epsilon = \epsilon_u / f_\epsilon$ , substitui-se a produção de energia cinética turbulenta  $P$  como na Eq. (3.19) e obtêm-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \epsilon_u}{\partial t} + u_j \frac{\partial \epsilon_u}{\partial x_j} &= C_{e1} f_k \frac{P\epsilon_u}{k_u} - C_{e2} \frac{f_k \epsilon_u^2}{f_\epsilon k_u} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon_u}{\partial x_j} \right) + (\bar{u}_j - u_j) \frac{\partial \epsilon_u}{\partial x_j} \\ &= C_{e1} \left( \frac{P_u}{f_k} - \frac{\epsilon_u}{f_k f_\epsilon} (f_\epsilon - f_k) \right) \frac{\epsilon_u}{k_u} - C_{e2} \frac{f_k \epsilon_u^2}{f_\epsilon k_u} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon_u}{\partial x_j} \right) + (\bar{u}_j - u_j) \frac{\partial \epsilon_u}{\partial x_j}. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Para completar o modelo, resta acrescentar uma relação de fechamento que cor-

responde ao transporte de  $k_u$  e  $\epsilon_u$  por causa das oscilações resolvidas ( $u_j - \bar{u}_j$ ). A proposta de Girimaji e Abdol-Hamid () é de modelar  $T_{ku}$  como sendo uma difusão, mediada por uma difusividade  $\sigma_{ku}$ , que tem a seguinte forma:

$$T_{ku} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\nu_u}{\sigma_{ku}} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right). \quad (3.28)$$

Esta formulação é interessante porque mantêm as equações com forma independente do  $f_k$  usado, que continua agindo sobre as equações somente dentro de constantes. A constante  $\sigma_{ku}$  deve então carregar a informação sobre a natureza deste transporte. Para se chegar nesta expressão, é necessário modelar o termo que envolve o transporte por ( $u_j - \bar{u}_j$ ). Duas formas básicas foram propostas para se interpretar o transporte por : na primeira, considera-se que as escalas resolvidas não transportam a energia cinética das escalas filtradas. Neste caso, têm-se por meio da Eq. (3.24):

$$(\bar{u}_j - u_j) \frac{\partial k_u}{\partial x_j} = 0 \implies T_{ku} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\nu_u}{\sigma_{ku}} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{f_\epsilon \nu_u}{f_k^2 \sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right),$$

o que faz com que o número de Prandtl das escalas sub-filtro seja dado por:

$$\sigma_{ku} = \sigma_k \frac{f_k^2}{f_\epsilon}. \quad (3.29)$$

Este é chamado de modelo de transporte zero (em inglês, "*zero transport model*", ZT). A outra possibilidade é considerar que exista uma "viscosidade equivalente",  $\nu_r$ , das escalas resolvidas e que é responsável por esta difusão. Esta viscosidade deveria respeitar a relação  $\nu_r = \nu_t - \nu_u = (f_\epsilon/f_k^2 - 1)\nu$ , uma vez que representa a parcela referente às escalas resolvidas da viscosidade turbulenta total:

$$(\bar{u}_j - u_j) \frac{\partial k_u}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\nu_r}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right). \quad (3.30)$$

Portanto, no chamado de modelo de transporte máximo (em inglês, "*Maximum Transport Model*", MT):

$$\begin{aligned}
& (\bar{u}_j - u_j) \frac{\partial k_u}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\nu_r}{\sigma_{ku}} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \implies \\
T_{ku} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{f_\epsilon \nu_u}{f_k^2 \sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + (\bar{u}_j - u_j) \frac{\partial k_u}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{f_\epsilon \nu_u}{f_k^2 \sigma_k} - \frac{\nu_r}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\nu_u}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right).
\end{aligned}$$

o que significa que, no modelo ZT,  $\sigma_k = \sigma_{ku}$ . O mesmo método pode ser utilizado para se obterem os números de Prandtl equivalentes nas equações de  $\epsilon_u$ . Finalmente, incluindo estas relações de fechamento, obtemos as equações das variáveis  $k_u$  e  $\epsilon_u$  da implementação original de PANS:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial k_u}{\partial t} + u_j \frac{\partial k_u}{\partial x_j} &= P_u - \epsilon_u + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\nu_u}{\sigma_{ku}} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right); \\
\frac{\partial \epsilon_u}{\partial t} + u_j \frac{\partial \epsilon_u}{\partial x_j} &= C_{e1} \frac{P_u \epsilon_u}{k_u} - C_{e2}^* \frac{\epsilon_u^2}{k_u} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\nu_u}{\sigma_{\epsilon u}} \frac{\partial \epsilon_u}{\partial x_j} \right), \tag{3.31}
\end{aligned}$$

onde as constantes são dadas por:

$$\begin{aligned}
C_{e2}^* &= C_{e1} + \frac{f_k}{f_\epsilon} (C_{e2} - C_{e1}); \\
\sigma_{\epsilon u} &= \sigma_\epsilon \frac{f_k^2}{f_\epsilon}, \text{ e } \sigma_{ku} = \sigma_k \frac{f_k^2}{f_\epsilon}, \text{ para ZT}; \\
\sigma_{\epsilon u} &= \sigma_\epsilon, \text{ e } \sigma_{ku} = \sigma_k, \text{ para MT.}
\end{aligned} \tag{3.32}$$

### 3.2 Modelo PANS $k - \epsilon$ LRN

A variante LRN do modelo PANS  $k - \epsilon$  utilizada em [Ma et al. \(2011\)](#), [Davidson \(2013\)](#), [Arvidson e Davidson \(2016\)](#) está baseada no modelo RANS AKN LRN ([ABE et al., 1994](#)), que, por sua vez, consiste do modelo RANS  $k - \epsilon$  acrescido de funções de amortecimento  $f_\mu$  e  $f_2$ . Estas funções garantem que a viscosidade turbulenta escale de maneira própria junto às paredes ao eliminar o crescimento exponencial espúrio de  $\epsilon$  que ocorre com formulação  $k - \epsilon$  original. Na versão PANS, as funções de amortecimento aparecem apenas na definição de  $\nu_u$  e na constante  $C_{e2}^*$ , que agora são dadas por:

$$\nu_u = C_\mu f_\mu \frac{k_u^2}{\epsilon_u}, \text{ e}$$

$$C_{e2}^* = C_{e1} + \frac{f_k}{f_\epsilon} (C_{e2} f_2 - C_{e1}).$$

Por outro lado, as equações para a dissipação e a energia cinética turbulenta permanecem inalteradas. As funções de amortecimento são dadas por:

$$f_2 = \left[ 1 - \exp\left(\frac{-y^*}{3,1}\right) \right]^2 \left\{ 1 - 0,3 \exp\left[-\left(\frac{R_t}{6,5}\right)^2\right] \right\},$$

$$f_\mu = \left[ 1 - \exp\left(\frac{-y^*}{14}\right) \right]^2 \left\{ 1 + \frac{5}{R_t^{3/4}} \exp\left[-\left(\frac{R_t}{200}\right)^2\right] \right\},$$

onde  $R_t = k_u^2/(\nu\epsilon_u)$ ,  $y^* = (\epsilon_u\nu)^{1/4}y/\nu$  e  $y$  é a distância à parede.

### 3.3 Método de estimativa do $f_k$ mínimo na malha de **Foroutan e Yavuzkurt (2014)**

Para verificar se uma certa escolha de  $f_k$ , que no contexto de nossa pesquisa é constante no domínio, é adequada para uma simulação PANS em uma determinada malha, deve-se adotar um método que estime o menor valor  $f_k$  que esta consegue comportar. A abordagem PANS permite usar valores de  $f_k$  independentes do tamanho dos elementos, ao contrário de LES, que usa as dimensões dos elementos diretamente como comprimento de corte do filtro. No entanto, a resolução máxima do campo resolvido ainda fica limitada pelo refinamento da malha, uma vez que vórtices menores que este comprimento simplesmente não têm como ser capturados pela solução. Isto configura a existência de um  $f_k$  mínimo ao qual faz sentido diminuir a quantidade de escalas que são contabilizadas pelo modelo.

**Girimaji et al. (2006b)** sugeriu inicialmente uma estimativa com base em uma análise dimensional. Considera-se que o escoamento resolvido se comporta de maneira semelhante a um fluido laminar sujeito a uma viscosidade efetiva  $\nu_{tot}$  dada pela soma da viscosidade laminar  $\nu$  com a viscosidade turbulenta  $\nu_u$ . Assim como ocorre com as escalas de Kolmogorov do fluido laminar, podemos estimar que as menores escalas resolvidas  $\eta_r$  são determinadas por esta viscosidade efetiva e pela dissipação

turbulenta  $\epsilon$ :

$$\eta_r = \left( \frac{\nu_{tot}^3}{\epsilon} \right). \quad (3.33)$$

A intenção é utilizar PANS em uma configuração econômica, com a filtragem sendo realizada em frequências bem menores que a das escalas dissipativas, portanto a dissipação turbulenta nunca é resolvida e temos  $f_\epsilon = 1 \implies \epsilon = \epsilon_u$ . Além disso, dada a baixa resolução, a viscosidade turbulenta deve ser notavelmente maior que a laminar, de maneira que consideramos que  $\nu \ll \nu_u$ . Por estas observações e pela relação constitutiva utilizada no modelo PANS  $k - \epsilon$ :

$$\nu_{tot} \approx \nu_u = C_\mu \frac{k_u^2}{\epsilon_u} \approx C_\mu f_k^2 \frac{k_{tot}^2}{\epsilon}, \quad (3.34)$$

e, portanto, a "escala de Kolmogorov" deste fluido PANS com viscosidade aumentada seria:

$$\eta_r = C_\mu^{0,75} f_k^{1,5} \Lambda, \quad (3.35)$$

onde  $\Lambda = k_{tot}^{1,5}/\epsilon$  é a escala de Taylor da turbulência. Como foi mencionado,  $f_k$  pode ser reduzido até que as menores escalas que estiverem sendo resolvidas na simulação atinjam o tamanho do espaçamento dos elementos da malha. Portanto, desta relação pode-se obter uma estimativa do menor  $f_k$  que um determinado elemento com tamanho  $\Delta$  é capaz de sustentar:

$$\Delta \sim \eta_r = C_\mu^{0,75} f_k^{1,5} \Lambda \implies f_{k,min} = \frac{1}{\sqrt{C_\mu}} \left( \frac{\Delta}{\Lambda} \right)^{\frac{3}{2}} \approx 3 \left( \frac{\Delta}{\Lambda} \right)^{\frac{3}{2}}. \quad (3.36)$$

Foroutan e Yavuzkurt (2014) sugeriram que um método muito mais refinado poderia ser obtido se uma expressão analítica do espectro turbulento for usada ao invés desta estimativa grosseira de ordem de grandeza. Além disso, com base nos resultados de Davidson (2014), Foroutan e Yavuzkurt (2014) notaram que este primeiro método proposto subestima a capacidade da malha, restringindo demais os valores de  $f_k$  que podem ser usados. A seguir fazemos uma breve apresentação do método. O leitor é referido ao apêndice do artigo de Foroutan e Yavuzkurt (2014) para uma dedução mais detalhada. A seguinte expressão é usada para descrever a energia turbulenta  $E$  contida em cada número de onda  $\kappa$ :

$$E(\kappa) = C_k^{\frac{2}{3}} \kappa^s \left[ \left( \frac{C_k \epsilon^{\frac{2}{3}}}{C_s} \right)^{\frac{2}{5+3s}} + \kappa^{\frac{2}{3}} \right]^{-\frac{5+3s}{2}}, \quad (3.37)$$

onde  $C_k$ ,  $C_s$  e  $s$  são constantes. Esta função reproduz várias características do espectro de von Kármán para a turbulência homogênea e isotrópica: ela apresenta um ramo inercial, onde a energia escala aproximadamente de acordo com  $\kappa^{-5/3}$ , a qual é seguida de um ramo onde a energia é dissipada rapidamente na medida em que os números de onda seguem aumentando. A constante de Kolmogorov é normalmente configurada como  $C_k = 1,5$  e  $s = 2$ . Nesta proposição é muito simples obter a quantidade de energia turbulenta total  $k$  e a energia  $k_u$  contida nas escalas filtradas abaixo de um determinado número de onda de corte  $\kappa_c$  - basta integrar esta função nos limites corretos:

$$k_{tot} = \int_0^{\infty} E(\kappa) d\kappa, \quad (3.38)$$

$$k_u = \int_{\kappa_c}^{\infty} E(\kappa) d\kappa, \quad (3.39)$$

e então  $f_k$  pode ser obtido analiticamente como sendo:

$$f_k = \frac{k_u}{k_{tot}} = 1 - \frac{k_r}{k} = 1 - \frac{\int_0^{\kappa_c} E(\kappa) d\kappa}{\int_0^{\infty} E(\kappa) d\kappa}. \quad (3.40)$$

onde  $k_{tot}$  pode ser estimado por uma simulação RANS precursora ou obtido diretamente dos dados experimentais. A justificativa das escolhas dos valores das constantes pode ser encontrada no apêndice do artigo [Foroutan e Yavuzkurt \(2014\)](#). Aqui apresentamos somente o resultado da integração:

$$f_k = 1 - \left[ \frac{\kappa_c^{2/3}}{\left( \frac{C_k \epsilon}{(1+s)k_{tot}} \right) + \kappa_c^{2/3}} \right]^{4,5}. \quad (3.41)$$

Se, como anteriormente, considera-se que o  $f_{k,min}$  é alcançado quando o tamanho do elemento  $\Delta$  define o comprimento de corte, então têm-se  $\kappa_{c,min} = \pi/\Delta$ . Após substituir as constantes  $C_\mu$  e  $s$  por seus valores numéricos:

$$f_{k,min} = 1 - \left[ \frac{\left(\frac{\Lambda}{\Delta}\right)^{2/3}}{0,23 + \left(\frac{\Lambda}{\Delta}\right)^{2/3}} \right]^{4,5}, \quad (3.42)$$

onde  $\Lambda = k_{tot}^{1,5}/\epsilon$  como anteriormente. Esta expressão para  $f_{k,min}$  tem a vantagem de ser limitada em 1, como é esperado pela teoria do parâmetro  $f_k$  em PANS. Além disso, Foroutan e Yavuzkurt (2014) argumentam que a Eq. (3.36) equivale ao resultado deste mesmo procedimento considerando um espectro do tipo  $E(\kappa) = C_k \epsilon^{2/3} \kappa^{-5/3}$ , que é válido somente no ramo inercial. O fato de que o comprimento de corte mínimo possa estar acima deste ramo, em uma região diferente do espectro, é o motivo pelo qual formulação de Girimaji et al. (2006b) é tão imprecisa.

### 3.4 Funcionamento do comprimento de corte filtro implícito em PANS

Reyes et al. (2014) faz uma análise mais profunda de como o comprimento de corte é implicado pelos parâmetros de resolução. Como foi visto anteriormente na dedução da Eq. (3.36), a menor escala turbulenta resolvida é definida pela dissipação turbulenta  $\epsilon$  e pela viscosidade turbulenta. Esta escala pode ser estimada a partir de uma análise dimensional como a feita para as escalas de Kolmogorov de um fluido laminar:

$$\eta_r = (\nu_u^3/\epsilon_u)^{1/4}. \quad (3.43)$$

Estendendo esta análise, podem-se obter tanto as escalas temporais e de velocidade dos menores vórtices:

$$\begin{aligned} t_r &= (\nu_u/\epsilon_u)^{1/2}, \\ u_r &= (\nu_u \epsilon_u)^{1/4}. \end{aligned} \quad (3.44)$$

As gradezas das maiores escalas turbulentas filtradas podem ser obtidas a partir das variáveis do modelo:

$$\begin{aligned} \eta_u &= k_u^{3/2}/\epsilon_u, \\ T_u &= k_u/\epsilon_u, \text{ e} \\ U_u &= k_u^{1/2}. \end{aligned} \quad (3.45)$$

O extremo das menores escalas resolvidas deve coincidir idealmente com o extremo das maiores escalas modeladas, formando o espectro completo. O campo resolvido deve conter desde este ponto em diante, até as escalas integrais da turbulência e as maiores estruturas do movimento. O modelo, por outro lado, deve contabilizar todas as escalas daí para baixo, até as escalas de Kolmogorov do escoamento natural. Entretanto, fazendo a substituição  $\nu_u = C_\mu k_u^2 / \epsilon_u$ , obtemos:

$$\begin{aligned} \eta_r / \eta_u &= C_\mu \sim 0,164, \\ t_r / T_u &= C_\mu \sim 0,3, \\ u_r / U_u &= C_\mu \sim 0,548 \end{aligned} \tag{3.46}$$

e, portanto, os extremos resolvido e modelado não são iguais. Ao longo de uma porção do espectro de densidade de energia turbulenta resolvida, escalas resolvidas e modeladas ficam sobrepostas. Na prática, o espectro em um ponto da simulação apresenta esta porção como sendo uma faixa de dissipação em que a energia decai de maneira mais acentuada que o esperado. Por causa desta sobreposição, a frequência de corte do filtro numa abordagem PANS é difusa.

### 3.5 Turbulência artificial para entradas

Nas entradas das simulações PANS, é necessário atribuir uma quantidade de energia cinética turbulenta ao campo de velocidades resolvido para complementar o perfil de  $k_u$  e formar a energia cinética turbulenta total. O método já implementado no OpenFOAM é simplório demais. Este consiste em atribuir um ruído branco com uma determinada amplitude média ao campo de velocidades, e não se preocupa em conservar a vazão nem garante que a velocidade tenha divergente igual a zero. Se usado com um algoritmo incompressível, o divergente da velocidade força uma compensação irreal no campo de pressões, que fica oscilando fortemente no tempo, fazendo com que a simulação divirja a maior parte das vezes. Seu uso só é possível portanto em algoritmos compressíveis. Neste trabalho, adota-se o método de Davidson (2007), que foi extensivamente usado em simulações PANS incompressíveis (DAVIDSON, 2013; DAVIDSON, 2014; ARDVIDSON; DAVIDSON, 2016). A explicação detalhada da teoria por trás das perturbações artificiais pode ser encontrada em Davidson (2017). No presente trabalho faz-se somente uma breve introdução.

Um campo de velocidades turbulentas cuja média é zero pode ser decomposto em

uma série de Fourier. Portanto, pode ser escrito da seguinte maneira:

$$u'_i = 2 \sum_{n=1}^N \hat{u}^n \sigma_i^n \cos(\kappa_j^2 x_j + \psi^n) , \quad (3.47)$$

onde  $u^n$ ,  $\psi^n$  e  $\sigma_i^n$  são a amplitude, fase e direção do modo de Fourier  $n$ . Esta expressão é usada para gerar a turbulência artificial no domínio bidimensional da entrada. A primeira etapa da metodologia é atribuir direções aleatórias à velocidade e ao número de onda de cada um destes modos. Os ângulos  $\theta^n$  e  $\phi^n$  são utilizados para descrever o número de onda em coordenadas cartesianas tridimensionais. A restrição de gradiente zero da velocidade implica que  $k_j \sigma_j = 0$  e, portanto, que os vetores de velocidade e número de onda são ortogonais. Por causa disso, é prático descrever a direção da velocidade por meio de um único ângulo,  $\alpha_n$  que corresponde ao ângulo do vetor velocidade no plano perpendicular ao número de onda. Portanto, com base nos três ângulos aleatórios escolhidos para o modo  $n$ , podemos criar os vetores  $\sigma_i^n$  e  $\kappa_i^n$ :

$$\kappa_1^n = \sin(\theta^n) \cos(\phi^n) ,$$

$$\kappa_2^n = \sin(\theta^n) \sin(\phi^n) ,$$

$$\kappa_3^n = \cos(\theta^n) ,$$

$$\sigma_1^n = \cos(\phi^n) \cos(\theta^n) \cos(\alpha^n) - \sin(\phi^n) \sin(\alpha^n) ,$$

$$\sigma_2^n = \sin(\phi^n) \cos(\theta^n) \cos(\alpha^n) + \cos(\phi^n) \sin(\alpha^n) , \text{ e}$$

$$\sigma_3^n = -\sin(\theta^n) \cos(\alpha^n) .$$

O seguinte passo é definir o ramo de números de onda  $\hat{\kappa}$  que vai ser sintetizado. O maior número de onda,  $\hat{\kappa}_{max}$ , pode ser associado ao tamanho do menor elemento de malha  $\Delta$ , uma vez que a menor oscilação que é capturada pela malha pode ter no mínimo um comprimento equivalente. Desta forma têm-se  $\hat{\kappa}_{max} = 2\pi/(2\Delta)$ . Normalmente, como as malhas são muito estiradas próximo às paredes,  $\Delta$  é pequeno demais e pode ser escolhido um valor um pouco maior. As flutuações são geradas em uma malha de  $N_2 \times N_3$  elementos quadrados idênticos, sendo  $N_2$  e  $N_3$  o número de elementos quadrados de lado  $\Delta$  que cabem nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente, do plano de entrada. O menor número de onda deve ficar associado à escala integral da

turbulência  $L_t$  que se deseja atribuir à entrada. Uma estimativa típica para a escala integral de um duto de entrada é tal que  $\hat{\kappa}_{min} = p\alpha 9\pi/(55L_t)$ , com  $\alpha = 1,453$ .  $L_t$  deve ser da ordem de grandeza da camada limite  $\delta$ , e é possível adotar a aproximação  $L_t \approx 0,1L$ , com  $L$  sendo a altura do canal. O fator  $p$  serve para garantir que  $\hat{\kappa}_{min}$  seja menor que o das escalas integrais, e um valor de  $p = 0,5$  é geralmente aceitável. Em seguida, o espaço dos números de onda é dividido em  $N$  modos de igual tamanho  $\Delta k = (\hat{\kappa}_{max} - \hat{\kappa}_{min})/N$ . O número de onda  $\hat{\kappa}_n$  de cada modo  $n$  é então:  $\hat{\kappa}_n = n\Delta k + \hat{\kappa}_{min}$ . O número de modos  $N$  é da preferência do programador, e define o quão detalhado vai resultar o espectro das perturbações artificiais. Neste trabalho, usamos sempre o valor  $N = 150$ , que resulta em um espectro muito suave nas condições do caso teste.

Em seguida, a amplitude de onda  $\hat{u}$  de cada modo é atribuída segundo seu número de onda  $\hat{\kappa}_n$  e uma função analítica que aproxima o espectro de von Kármán:

$$\hat{u}^n = (E(k)\Delta\hat{\kappa})^{1/2} , \quad (3.48)$$

$$E(k) = c_E \frac{u_{rms}^2}{\hat{\kappa}_{min}} \frac{(\hat{\kappa}/\hat{\kappa}_{min})^4}{[1 + (\hat{\kappa}/\hat{\kappa}_{min})^2]^{(17/6)}} e^{[-2(\hat{\kappa}/\hat{\kappa}_\eta)^2]} , \quad (3.49)$$

$$\hat{\kappa}_n = n\Delta k + \hat{\kappa}_{min}, \text{ e } \hat{\kappa}_\eta = \epsilon^{1/4} \nu^{-3/4} \quad (3.50)$$

onde  $c_E$  é a constante de integração, obtida pela igualdade entre a energia cinética total  $k$  e a integral da densidade de energia  $E(\hat{\kappa})$  ao longo de todos os valores possíveis de  $\hat{\kappa}$ . Resta sortear uma fase  $\psi_n$  para cada modo, que junto com os valores respectivos de  $\hat{u}^n$ ,  $\hat{\kappa}_j^n$  e  $\hat{\sigma}_i^n$  nos permite escrever as componentes da velocidade da turbulência artificial como:

$$\begin{aligned} v'_1 &= 2 \sum_{n=1}^N \hat{u}^n \sigma_1 \cos(\beta^n) , \\ v'_2 &= 2 \sum_{n=1}^N \hat{u}^n \sigma_2 \cos(\beta^n) , \\ v'_3 &= 2 \sum_{n=1}^N \hat{u}^n \sigma_3 \cos(\beta^n) , \\ \beta^n &= \kappa_1 x_1 + \kappa_2^n x_2 + \kappa_3^n x_3 + \psi^n . \end{aligned}$$

Com  $\hat{u}$  sendo calculado como na Eq. (3.48). A esta altura, as perturbações geradas

são homogêneas e isotrópicas. Este processo é repetido a cada passo temporal. Como flutuações reais não são completamente independentes daquelas do passo anterior, um filtro assimétrico é utilizado para combinar as novas flutuações geradas no passo temporal  $m$ ,  $v'_{i,m}$ , com as do passo anterior  $m - 1$ ,  $V'_{i,m-1}$ , e criar um campo de velocidades que esteja correlacionado temporalmente:

$$V'_{i,m} = aV'_{i,m-1} + bv'_{i,m} , \quad (3.51)$$

onde :

$$a = \exp(-\Delta t/T_{int}) , \quad (3.52)$$

$$b = (1 - a^2)^{0,5} , \quad (3.53)$$

$\Delta t$  é o tamanho do passo temporal e  $T_{int}$  é a escala temporal integral da turbulência. Esta deve ser prescrita, geralmente como  $T_{int} = L_t/U_b$ , sendo  $U_b$  a velocidade de entrada média. Isto agrega uma correlação temporal igual a  $\exp(-\hat{t}/T_{int})$ .

Para acrescentar anisotropias ao campo de velocidades, as componentes da velocidade e do número de onda são escalados de acordo com o valor experimental do tensor de Reynolds de um canal turbulento no ponto de maior anisotropia. Em [Ardvidson e Davidson \(2016\)](#), tal valor é tirado de [Moser et al. \(1999\)](#):

$$\begin{bmatrix} 7,67 & -0,662 & 0 \\ -0,662 & 0,32 & 0 \\ 0 & 0 & 1,5 \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

Esta mesma matriz é usada no presente trabalho. A fórmula final para o campo de velocidades é muito parecida com a original, exceto que agora aparecem os autovalores  $\lambda^{(i)}$  e a matriz dos autovalores  $R_{ij}$  desse tensor:

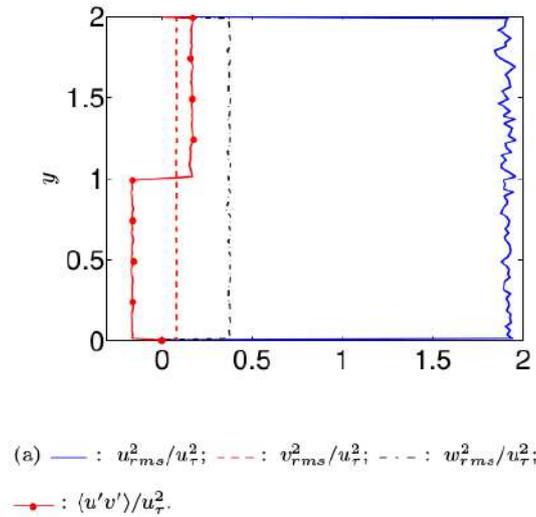
$$u'_{i,aniso}(x_i) = 2 \sum_{n=1}^N \hat{u}^n \cos(\hat{\kappa}_i^{*n} x_i + \psi^n) \sigma^{*n} ,$$

$$\kappa_i^{*n} = \sqrt{\frac{1}{\lambda^{(i)}}} R_{ji} \kappa_j ,$$

$$\sigma_i^{*n} = \sqrt{\lambda^{(i)}} R_{ji} \sigma_j^n .$$

Agora, a turbulência sintética gerada pelo método é anisotrópica, mas continua homogênea. Um exemplo do campo de velocidades instantâneo gerado desta forma para uma entrada com forma de canal turbulento de seção quadrada se encontra na Fig. 3.1. Para induzir a mudança de sinal de  $\langle u'v' \rangle / u_\tau^2$ , o sinal de  $v'_2$  é trocado ao longo da direção  $y$ , perpendicular ao escoamento do canal.

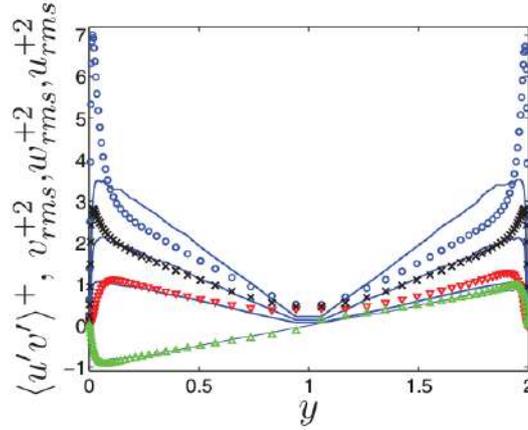
Figura 3.1 - Perfis de velocidades RMS gerados pelo método de turbulência sintética anisotrópica homogênea para uma entrada do tipo canal turbulento. Todas as unidades são adimensionais, e a direção  $y$  é perpendicular ao eixo do canal.



Fonte: Adaptada de Davidson (2013)

Para que os perfis sintéticos se assemelhem ainda mais aos experimentais, a homogeneidade pode ser quebrada escalando-se as velocidades  $v'_i$  por um perfil turbulento normalizado. Em Arvidson e Davidson (2016), todas as componentes da velocidade são multiplicadas pela distribuição de  $(|\langle u'v' \rangle| / |\langle u'v' \rangle|_{max})^{1/2}$  de uma simulação RANS 1D. Desta maneira, o perfil das tensões de Reynolds  $\langle u'v' \rangle$  da entrada ficam praticamente iguais à simulação 1D; contudo, isto é a custo de que as componentes  $u'$ ,  $v'$  e  $w'$  se anulem ao longo da linha central em todos os passos temporais, como pode ser visto na Fig. 3.2. No caso ORACLES, a falta de estímulo turbulento dificulta a geração de estruturas turbulentas realistas ao longo do canal de entrada. Portanto foi escolhido escalar as componentes por meio do perfil experimental de  $(|\langle u'u' \rangle| / |\langle u'u' \rangle|_{max})^{1/2}$  retirado de Nguyen (2007). Assim, o perfil de  $\langle u'u' \rangle$  das simulações resultou quase idêntico ao experimental, mas os demais perfis ficaram prejudicados.

Figura 3.2 - Perfis de velocidades RMS gerados pelo método de turbulência sintética anisotrópica não homogênea para uma entrada do tipo canal turbulento. Todas as unidades são adimensionais, e a direção  $y$  é perpendicular ao eixo do canal.



(a) Componentes do tensor de Reynolds: EARSM.  $\triangle$ :  $\langle u'v' \rangle^+$ ;  $\nabla$ :  $u_{rms}^+$ ;  $\times$ :  $w_{rms}^+$ ;  $\circ$ :  $v_{rms}^+$

Fonte: Adaptada de Arvidson e Davidson (2016)

Esta formulação de perturbações sintéticas é baseada em ondas harmônicas, o que a princípio garante média espacial nula na face em que são implementadas. No entanto, os diversos passos de discretização adotados fazem com que a média espacial das perturbações geradas não seja zero exatamente. Para corrigir isto, a velocidade média  $U_r$  é calculada na face da entrada depois que as perturbações são geradas. Em seguida, a velocidade instantânea em cada ponto do domínio é escalada segundo o fator  $f = U_b/U_r$ , onde  $U_b$  é a velocidade média desejada inicialmente como condição de entrada:

$$f = \frac{U_b}{U_r} = \frac{1}{U_r} \frac{\int \sqrt{u_i u_i} dA}{\int dA}. \quad (3.55)$$

Desta maneira, quase toda fonte espúria de divergência no campo de velocidades é eliminada e o algoritmo incompressível consegue operar sem complicações.



## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1 Introdução

Ao longo dos próximos Capítulos serão discutidos os resultados das simulações no combustor ORACLES. Resultados da primeira análise de sensibilidade e sua importância são mostrados, e finalmente são apresentados os resultados da segunda análise de sensibilidade com a configuração e projeto de malha finais.

### 4.2 Abordagem geral

Nesta seção são descritos os aspectos que permanecem inalterados em todas as simulações deste trabalho, tanto na primeira quanto na segunda análise.

O acoplamento de pressão e velocidade é resolvido utilizando um algoritmo PISO com 2 passos de correção e nenhum passo de correção não-ortogonal. Esta escolha é adequada para a presente abordagem uma vez que as malhas possuem uma não-ortogonalidade menor que 10. Para resolver a pressão é utilizado um algoritmo GAMG em conjunto com um atenuador DIC Gauss-Seidel e uma tolerância residual de  $10^{-7}$  como critério de convergência. Para a discretização temporal é usado um esquema Euler implícito. Para os termos laplacianos e gradiente são usados respectivamente os esquemas Gauss linear e Gauss linear corrigido. São usados os esquemas de diferenças centrais Gauss linear *"upwind"*, para o termo convectivo da velocidade, e Gauss linear para os demais divergentes. A análise de independência dos resultados à configuração numérica está fora do escopo deste trabalho.

O domínio numérico é simplificado com relação ao experimental afim de se economizar tempo computacional. Os canais de entrada são reduzidos a menos de 200 mm de comprimento, ao invés de 3 m, e o comprimento simulado da câmara de combustão é de 500 mm, ao invés da extensão completa de 2 m. O comprimento na direção  $z$  do domínio também é reduzida. No entanto, a determinação de seu valor ótimo é parte da análise feita neste trabalho. Comprimentos variando entre  $2h = 59,8$  mm até a extensão completa de  $5h = 150,5$  mm são testados. A redução da espessura do domínio é seguida pelo uso de condições de contorno nas paredes dianteira e traseira. Todas estas simplificações foram utilizadas nas principais simulações LES usadas como referência (DUWIG; FUREBY, 2007; DUWIG et al., 2007; HAN et al., 2015). Este último trabalho preserva a simplificação cíclica mesmo quando o domínio completo é resolvido, apenas para evitar a necessidade de se refinar a malha em direção às paredes ao longo de toda a seção transversal. Sendo conservador e

afirmando que 10 novos elementos próximos às paredes, na região da camada limite, seriam suficientes para se resolver corretamente a curvatura do escoamento ao longo da direção  $z$ , ainda seriam necessários um total de 20 elementos adicionais nesta direção. Isto aumentaria o número de elementos em quase 30% no contexto daquele trabalho. Além disso, o uso de condições cíclicas permite tomar a média espacial das grandezas ao longo do eixo  $z$ , o que não seria possível se as paredes transversais fossem incluídas e a simetria plana na direção  $z$  fosse perdida. Esta abordagem permite convergir as estatísticas médias de uma maneira que só poderia ser igualada aumentando o tempo de execução da simulação. Em [Duwig et al. \(2007\)](#), a simulação com a melhor concordância com resultados experimentais inclui a geometria completa e paredes transversais. Ainda assim, a conclusão da pesquisa é favorável a adotar a configuração simplificada em investigações futuras. O custo computacional extra não compensa o ganho em qualidade dos resultados.

As simulações são realizadas por um período de 1,5 segundo de escoamento e a tomada de amostras para as quantidades médias é iniciada no marco de 0,5 segundo, garantindo um intervalo seguro após a simulação se tornar estatisticamente estável aos 0,3 segundos. Isto resulta em um total de 18 períodos de escoamento para a tomada de médias, suficiente para que as estatísticas convirjam. Os valores finais das grandezas médias são obtidos por meio de média espacial ao longo da direção  $z$ .

Baseando-se nas conclusões de [Ma et al. \(2011\)](#), [Davidson \(2014\)](#) e [Arvidson e Davidson \(2016\)](#) a abordagem de valores fixos para  $f_k = 0,4$  e  $f_\epsilon = 1$  foi adotada em todas as simulações. Vários testes que não são mostrados nesta dissertação foram realizados com diferentes valores de  $f_k$ . A diminuição de seu valor gradualmente desvanece o efeito do modelo até o ponto em que este deixa de ter qualquer impacto sobre o escoamento resolvido, transformando a simulação em um DNS em malha inadequada. O oposto acontece ao aumentar seu valor. A grande magnitude da viscosidade turbulenta dissipa a maior parte dos movimentos oscilatórios, e o escoamento se torna bidimensional e quase estacionário. Os resultados foram tão insatisfatórios que qualquer outra abordagem com relação à configuração de  $f_k$  e  $f_\epsilon$  foi descartada.

O procedimento para projetar a simulação é baseado no propósito de se obter economia computacional com relação aos LES de referência. Portanto, de maneira geral, o refinamento máximo das malhas e do passo temporal não ultrapassa aqueles usados nas simulações LES. Este resolve 80% do total de energia cinética turbulenta aproximadamente, modelando os 20% restantes. Na nossa abordagem, por causa do

valor fixado de  $f_k = 0,4$ , uma porção das escalas contendo aproximadamente 40% da energia turbulenta é modelada. Espera-se então que uma malha para LES tenha resolução excessiva para capturar as menores escalas que aparecerão na nossa aplicação de PANS. Conseqüentemente, uma malha muito menos refinada deveria ser capaz de fornecer os mesmos resultados que as malhas diretamente copiadas das referências. A simulação do escoamento na lombada periódica de [Ma et al. \(2011\)](#) é realizada com sucesso em uma malha com quase um décimo dos elementos das utilizadas em LES com resolução suficiente para capturar a turbulência de parede. Apesar de os trabalhos mencionados realizando LES no caso ORACLES não terem resolução equivalente, a observação feita por [Ma et al. \(2011\)](#) fornece uma noção do quanto a resolução pode ser reduzida. Para as simulações PANS deste trabalho, a estimativa inicial para a malha base foi uma configuração com aproximadamente metade da densidade de elementos do usado em LES. Uma vez que a malha está pronta, a viabilidade de se usar  $f_k = 0,4$  é avaliada por meio da Eq. (3.42). Como explicado na seção 3.3, nesta estimativa, o tamanho do elemento é considerado como o comprimento de corte mínimo suportado pela malha. A dimensão do elemento junto com características turbulentas locais dadas por uma simulação precursora RANS 2D fornecem o valor mínimo permitido de  $f_k$  em cada ponto.

Em conformidade com as malhas de baixa resolução próximo às paredes, são adotadas funções de parede. Segundo [Girimaji e Abdol-Hamid \(\)](#), uma das vantagens da metodologia PANS é justamente a possibilidade de se usar diretamente as funções de parede de simulações RANS. No OpenFOAM, estas funções estão implementadas pelos nomes `kLowReWallFunction`, que atribui o valor de  $k_w$  da energia cinética turbulenta  $k$  na parede, `epsilonWallFunction` o de  $\epsilon_w$  da dissipação turbulenta  $\epsilon$  e `nutkWallFunction` o de  $\nu_w$  da viscosidade turbulenta  $\nu$ . Todas estas funcionam de maneira similar. O primeiro passo que tomam é estimar a posição  $y_{lam}$  do final da zona laminar da camada limite na face. Isto é feito iterando 10 vezes a função recursiva:

$$y_{pl} = \frac{1}{\kappa} \log(\max(Ey_{pl}, 1)), \quad (4.1)$$

onde  $E = 9,8$  e  $\kappa = 0,41$  são constantes, e  $y_{pl}$  é iniciado com o valor  $y_{pl} = 11$ . O valor de  $y_{pl}$  após dez iterações é considerado o  $y_{lam}$ . Em seguida, o valor de  $y^+$  do centro de cada célula da face é calculado por meio do valor de  $k_c$  na interface com a célula adjacente em direção ao centro do escoamento:

$$y^+ = u_\tau y / \nu_c, \quad (4.2)$$

$$u_\tau = (C_\mu)^{1/4} \sqrt{(k_c)}, \quad (4.3)$$

onde  $u_\tau$  é a velocidade de fricção,  $\nu_c$  é a viscosidade no mesmo ponto de  $k_c$ ,  $y$  é a distância à parede e  $C_\mu = 0,09$  é uma constante. A seguir, os algoritmos determinam os valores das variáveis na parede - `kLowReWallFunction` define  $k_w$  como:

$$k_w = f_k \frac{C_k}{\kappa \log(y^+)} + B_k, \text{ se } y^+ > y_{lam}, \text{ e}$$

$$k_w = f_k \frac{2400}{\sqrt{C_2}} \cdot C_f, \text{ se } y^+ \leq y_{lam}, \text{ sendo:}$$

$$C_f = \frac{1}{\sqrt{y^+ + C}} + 2.0 \frac{y^+}{C^3} - \frac{1}{C^2},$$

$C_k = -0,416$ ,  $B_k = 8,366$ ,  $C = 11$  e  $C_2 = 1,9$ . A função `epsilonWallFunction` define  $\epsilon_w$  como:

$$\epsilon_w = (C_\mu)^{0,75} \frac{k_c^{1,5}}{\kappa y} \text{ se } y^+ > y_{lam} \text{ e}$$

$$\epsilon_w = 2k_c \frac{\nu_c}{y^2} \text{ se } y^+ \leq y_{lam}.$$

A função `nutkWallFunction` define  $\nu_w$  como:

$$\nu_w = \nu_c \frac{y^+ \kappa}{\log(Ey^+) - 1} \text{ se } y^+ > y_{lam} \text{ e}$$

$$\nu_w = 0 \text{ se } y^+ \leq y_{lam}.$$

A função `epsilonWallFunction` também define a produção turbulenta na parede  $G_w$  como:

$$G_w = (\nu_w + \nu_c) \cdot (\nabla U_w)^{1/2} C_\mu^{0,25} \frac{\sqrt{k_c}}{\kappa y}, \text{ se } y^+ > y_{lam}, \text{ e}$$

$$G_w = G_c, \text{ se } y^+ \leq y_{lam}.$$

onde  $G_c$  é a produção turbulenta no mesmo ponto que  $k_c$  e  $\nu_c$ . Estas funções estão baseadas em um modelo de camada limite logarítmica para as respectivas variáveis. No entanto, se usadas em uma simulação PANS, as funções estarão trabalhando com as variáveis  $k_u$ ,  $\epsilon_u$  e  $\nu_u$  da turbulência sub filtro do modelo. Para melhorar o desempenho junto à parede, propusemos ajustar estas funções tomando em conta que  $k = k_u/f_k$ ,  $\epsilon = \epsilon_u$  (dado que  $f_\epsilon = 1$ ) e  $\nu_t = \nu_u/f_k^2$ . Desta forma, a nova estimativa de  $y^+$  fica sendo:

$$y^+ = f_k^2 u_\tau y / \nu_{u,c},$$

$$u_\tau = (C_\mu)^{1/4} \sqrt{(k_{u,c}/f_k)}$$
(4.4)

enquanto que a nova função `kULowReWallFunction` define  $k_{u,w}$  como:

$$k_{u,w} = \frac{C_k}{\kappa \log(y^+)} + B_k, \text{ se } y^+ > y_{lam}, \text{ e}$$

$$k_{u,w} = \frac{2400}{\sqrt{C_2}} \cdot C_f, \text{ se } y^+ \leq y_{lam}, \text{ sendo:}$$

$$C_f = \frac{1}{\sqrt{y^+ + C}} + 2.0 \frac{y^+}{C^3} - \frac{1}{C^2}.$$

`EpsilonUWallFunction` define  $\epsilon_{u,w}$  como:

$$\epsilon_{u,w} = (C_\mu)^{0,75} \frac{(k_{u,c}/f_k)^{1,5}}{\kappa y}, \text{ se } y^+ > y_{lam} \text{ e}$$

$$\epsilon_{u,w} = 2(k_c/f_k) \frac{(\nu_{u,c}/f_k^2)}{y^2}, \text{ se } y^+ \leq y_{lam}$$

e a produção turbulenta na parede  $G_{u,w}$  como:

$$G_{u,w} = (\nu_{u,w}/f_k^2 + \nu_{u,c}/f_k^2) \cdot (\nabla U_w)^{1/2} (C_\mu)^{0,25} \frac{\sqrt{(k_{u,c}/f_k)}}{\kappa y} \text{ se } y^+ > y_{lam} \text{ e}$$

$$G_{u,w} = G_{u,c}, \text{ se } y^+ \leq y_{lam}.$$

### 4.3 Resultados da primeira análise de sensibilidade

#### 4.3.1 Descrição do arranjo

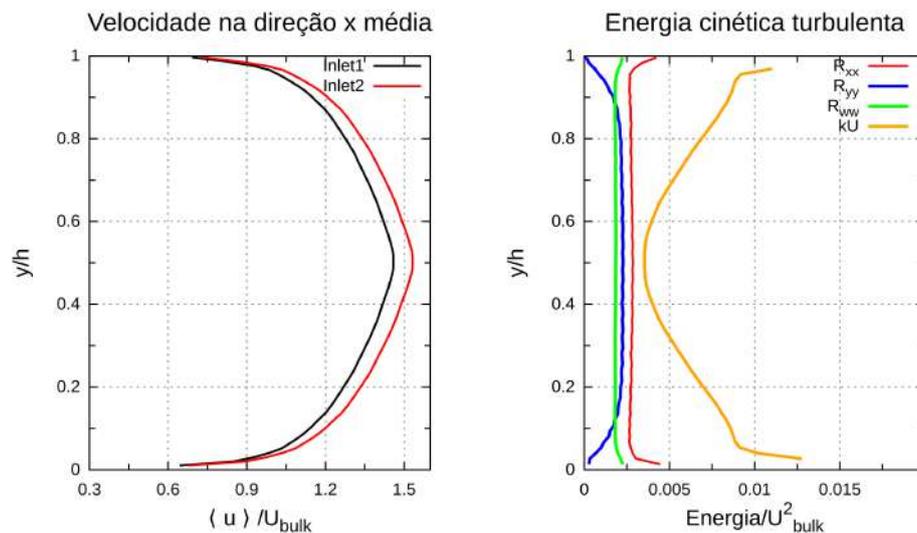
Nas simulações da primeira análise de sensibilidade, os dados para a validação e para a configuração dos perfis de entrada foram tomados diretamente dos gráficos das dissertações (BESSON, 2001; NGUYEN, 2007). Algumas das simulações no início desta investigação foram feitas com o caso i1 de (BESSON, 2001) porque não era claro qual base de dados terminaria sendo melhor para comparação. Como são muito parecidos (até as mesmas malhas são usadas em ambos) o arranjo das simulações é explicado para ambos casos em uma única seção.

Dado que os perfis das variáveis de entrada do caso nc1 apresentados na referência não eram o suficientemente precisos, simulações de canal de uma dimensão foram usadas para configurar os perfis de velocidade e energia cinética turbulenta deste caso. Este tipo de simulação toma como dados iniciais somente a altura do canal e a velocidade de vazão que se deseja que o escoamento alcance, e fornece o perfil RANS desenvolvido das grandezas turbulentas  $k$ ,  $\epsilon$ ,  $\nu_t$  e da velocidade média em cada ponto. A velocidade  $U_{vazão} = 11 \text{ m/s}$  relatada em Nguyen (2007) é medida após a expansão causada pelo plano de despejo. Portanto, para se obter o valor de  $U_{vazão/canal}$  nos canais de entrada, é necessário se multiplicar  $U_{vazão} = 11 \text{ m/s}$  pela razão de áreas das seções transversais do plano de despejo e da soma das áreas dos canais. O resultado é  $U_{vazão/canal} = 12,8 \text{ m/s}$ . Em concordância com  $f_k = 0,4$ , o perfil RANS da energia cinética turbulenta  $k$  é multiplicado ponto a ponto por 0,4 para se obter o perfil PANS de energia cinética  $k_u$ . Pela mesma lógica, por causa da escolha de  $f_\epsilon = 1$ , o perfil de  $\epsilon$  extraído da simulação 1D é usado diretamente como o perfil de  $\epsilon_u$ . No caso i1, os perfis de velocidade da dissertação puderam ser copiados, mas  $k_u$  e  $\epsilon_u$  foram obtidos da mesma maneira que no caso nc1. O resultado de  $k$  da simulação 1D mostrou concordância aceitável com a porção do perfil presente em Besson (2001).

Para fornecer flutuações turbulentas resolvidas que complementem os 60% restantes

de energia cinética turbulenta necessários para igualar os dados experimentais na entrada, perturbações turbulentas artificiais são agregadas ao campo de velocidades seguindo o procedimento descrito na Seção 3.5. No caso i1, a magnitude máxima das ondas harmônicas acrescentadas é mantida em  $u_{RMS} = 0,55 \text{ m/s}$ , seu comprimento característico mínimo é configurado como  $\Delta = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}$  (em concordância com o menor tamanho do elemento de malha na região de entrada), a escala integral atribuída é de 1 décimo da altura  $h$  do degrau  $\delta = 2,99 \text{ mm}$  e para número de onda máximo o valor 9500 é usado. Para a correlação temporal, a escala de tempo utilizada  $\Delta t$  é igual ao passo temporal da respectiva simulação, e por último o valor corretor do fluxo  $U_{vaz\tilde{a}o/canal} = 10,3 \text{ m/s}$  é utilizado no canal superior e  $U_{vaz\tilde{a}o/canal} = 10,8 \text{ m/s}$  no inferior. Os perfis médios resultantes desta configuração encontram-se na Fig. 4.1.

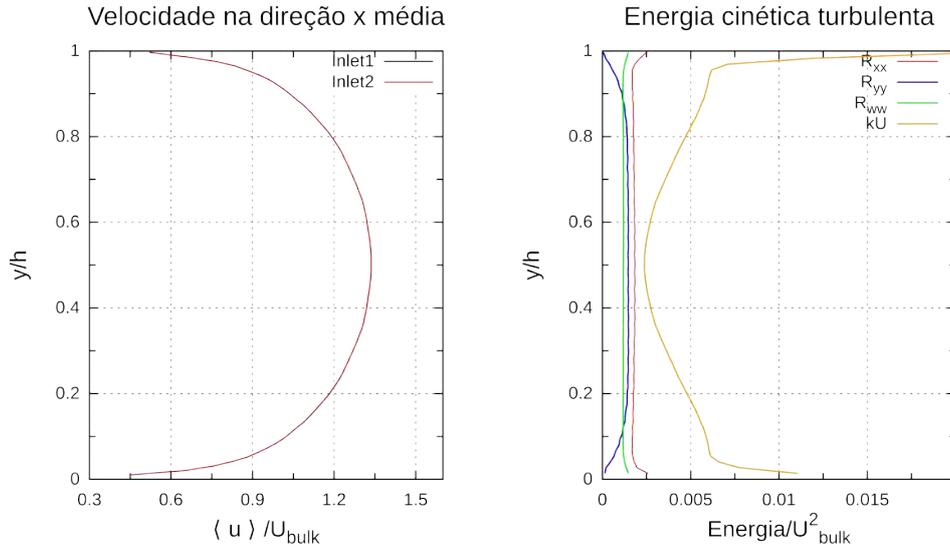
Figura 4.1 - Perfis de entrada obtidos pela turbulência artificial no caso i1 e perfil de  $k_u$  de simulação RANS 1D



Fonte: Produção do autor.

Dado que a maior parte destas variáveis de entrada estão relacionadas com a malha e o passo temporal e não com as características do escoamento, os mesmos valores foram utilizados para as simulações do caso nc1, com exceção das velocidades médias, que são configuradas ambas a  $U_{vaz\tilde{a}o/canal} = 12,8 \text{ m/s}$  de acordo com o que foi previamente discutido, e a velocidade RMS média que é configurada como  $u_{RMS} = 0,6 \text{ m/s}$  em conformidade com a intensidade turbulenta observada neste caso. Os perfis resultantes estão na Fig. 4.2.

Figura 4.2 - Perfis de entrada obtidos pela turbulência artificial no caso nc1 e perfil de  $k_u$  de simulação RANS 1D

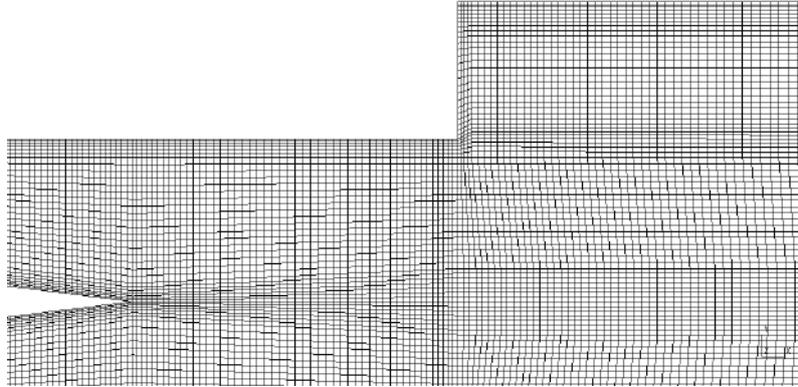


Fonte: Produção do autor.

Para este conjunto de simulações é utilizada como base uma geometria com um comprimento  $2h = 59,8 \text{ mm}$  na direção  $z$ . Longos canais de entrada de  $200 \text{ mm}$  de comprimento são usados na expectativa de se obter uma turbulência de canal melhor desenvolvida na entrada da câmara de combustão. A construção da malha, ilustrada na Fig. 4.3, é concebida com o propósito de se evitar células estiradas ao longo do curso central do escoamento. Assim, as faixas com elementos refinados ao longo das paredes do canal são expandidas uma vez que alcançam os degraus. As diferentes versões da malha usadas nesta seção estão listadas na Tab. 4.1, e a lista completa de todas as simulações está na Tab. 4.2. O passo temporal  $3 \cdot 10^{-5} \text{ s}$  assegura um número de CFL de menos de 0,5 nas malhas média e rústica e de menos que 0,8 na malha fina. O passo temporal de  $5 \cdot 10^{-5} \text{ s}$ , por sua vez, assegura um número de CFL abaixo de 0,8 nas malhas média e rústica. Uma simulação completa no caso base demora aproximadamente 30 horas para ser completada em uma desktop com Intel i7-6700k @ 4.0Ghz com 4 núcleos e 8gb de RAM e aproximadamente o mesmo no cluster Wintermute. Wintermute é um servidor Supermicro de AMD Opteron duplo com 4 placas mães, onde cada uma possui duas CPUs AMG Magny-Cours 12C a 1.7GHz e 16GBytes de memória RAM DDR3. Na malha fina, o cálculo dura 120 horas.

Na Fig. 4.4 são ilustradas as estimativas do valor mínimo permitido de  $f_k$  em cada elemento da malha média de acordo com a Eq. (3.42) para o caso nc1. O fato de que este método aponte um valor de  $f_k = 1$  próximo as paredes apenas reforça que a

Figura 4.3 - Detalhe da malha preliminar na região da união dos canais no plano de despejo.



Fonte: Produção do autor.

Tabela 4.1 - Descrição das malhas utilizadas nas simulações da primeira análise de sensibilidade, identificadas pelo prefixo Pl.  $N_{xy}$  é o número de elementos em uma seção transversal  $xy$  da malha, e  $N_z$  o número de elementos na direção transversal

Nome da malha	$N_{xy}$	$N_z$	Total de elementos	Largura na direção $z$	$y^+$ (nc1)	$y^+$ (i1)
PlCoarse (rústica)	17178	20	343560	2h	20	17
PlMedium (média)	27410	25	685250	2h	11	10
PlFine (fina)	50128	30	1503840	2h	7	6
PlMediumExt (média estendida)	27410	60	1644600	2.5h	11	10

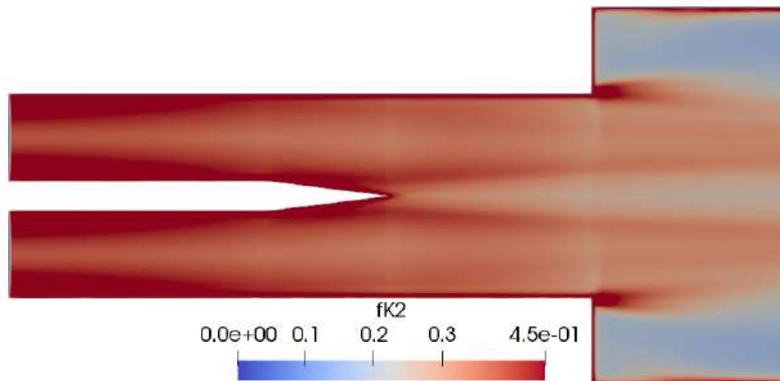
abordagem presente não está preparada para resolver turbulência de parede, o que é consistente com o uso de funções de parede. Ao não se refinar a região próxima as paredes, onde a escala espacial da turbulência é muito pequena, a hipótese de que 60% das escalas turbulentas estão sendo resolvidas não é mais válida. Na prática, próximo às paredes o modelo PANS se torna em um modelo RANS, uma vez que praticamente todas as perturbações resolvidas abaixo da marca de  $y^+ = 10$  são amortecidas por causa da baixa resolução numérica. Nesta região, a única energia cinética turbulenta que resta é a modelada (GIRIMAJI; ABDOL-HAMID, ). Dado que PANS utiliza uma modificação das equações RANS, apenas baixos valores de  $k_u$  são produzidos próximos à parede, muito abaixo dos valores experimentais de  $k$ . O resultado é uma abordagem mau resolvida próximo às paredes. Isto não deveria afetar gravemente os resultados, uma vez que as simulações LES usadas para com-

Tabela 4.2 - Descrição das simulações da primeira análise de sensibilidade, identificadas pelo prefixo "P1".

	nome	malha	$\delta t$ ( $10^{-5} s$ )	Modelo	largura na direção $z$
i1	Pli1Coarse03LRN	PlCoarse	3	LRN $k - \epsilon$	2h
	Pli1Coarse03*	PlCoarse	3	$k - \epsilon$	2h
	Pli1Medium03	PlMedium	3	$k - \epsilon$	2h
	Pli1Medium03LRN	PlMedium	3	LRN $k - \epsilon$	2h
	Pli1Medium05LRN*	PlMedium	5	LRN $k - \epsilon$	2h
	Pli1Fine03	PlFine	3	$k - \epsilon$	2h
	Pli1Fine03LRN*	PlFine	3	LRN $k - \epsilon$	2h
nc1	Plnc1Medium03	PlMedium	3	LRN $k - \epsilon$	2h
	Plnc1MediumExt03	PlMediumExt	3	$k - \epsilon$	2,5h

paração também padecem do grau necessário de refinamento próximo às paredes. De maneira geral, a adoção de  $f_k = 0,4$  é adequada para todo o domínio, uma vez que a distribuição de valores mínimos estimados pela Eq. (3.42) fica abaixo de 0,45 de acordo com a Fig. 4.4.

Figura 4.4 - Estimativa do valor mínimo de  $f_k$  permitido em cada elemento da malha média (PlMedium) no caso i1 ao longo de um plano transversal da malha.



Fonte: Produção do autor.

### 4.3.2 Caso i1, modelo $k - \epsilon$ : estudo de dependência com relação à malha

Esta série de simulações no caso i1 avalia a resposta da implementação  $k - \epsilon$  a variações no refinamento da malha. Os resultados abrangidos são os das simulações Pli1Coarse03, Pli1Medium03 and Pli1Fine03.

Durante a execução das simulações foi observado que o jato, apesar das simulações serem mantidas em condições físicas idênticas, muda o lado para o qual se desvia de acordo com alterações mínimas de configurações, tais como as funções de parede ou esquema numéricos usados. Isto ocorre também ao se alterarem aspectos mais significativos, como o refinamento das malhas e o modelo usado. Nossa representação do problema é inteiramente simétrica. A gravidade não é contabilizada, e sua inclusão não afetaria os resultados, uma vez que a hipótese incompressível em uso considera que a densidade é constante. Portanto, não pode haver nenhum efeito de flutuabilidade conduzindo o jato. Não há nenhuma menção em trabalhos LES prévios [Duwig e Fureby \(2007\)](#), [Duwig et al. \(2007\)](#) e [Han et al. \(2015\)](#) com respeito a quais fatores determinam a direção que escoamento toma em tais abordagens simétricas do problema. As teses usadas como referência também não abordam este assunto no contexto do experimento. Em [Besson \(2001\)](#) o caminho tomado pelo jato é oposto àquele de [Nguyen \(2007\)](#) apesar de suas condições de entrada serem muito parecidas.

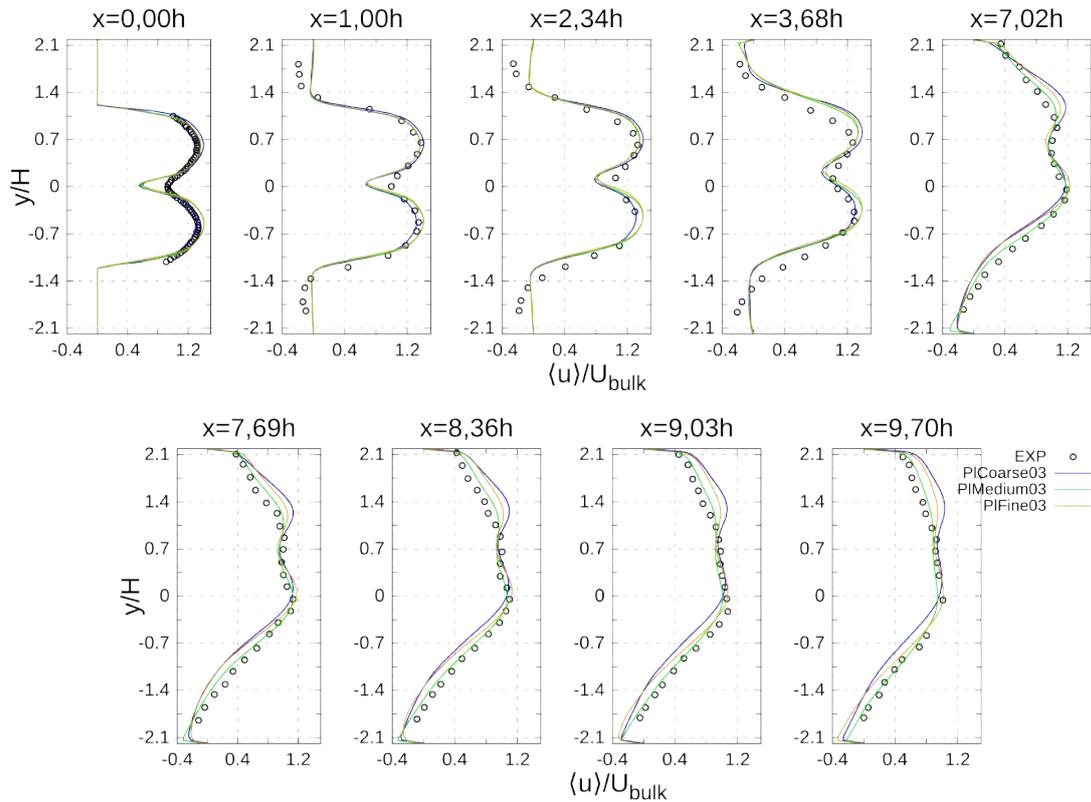
Nas simulações do caso i1 apresentadas aqui, no entanto, as condições de entrada são configuradas assimetricamente, com o canal superior tendo um pico levemente mais alto e, conseqüentemente, um fluxo mássico maior. Isto não parece ter sido um fator determinante na seleção do caminho de desvio, uma vez que o jato ainda vai para cima ou para baixo, dependendo da mudança de outras variáveis. O uso de perfis assimétricos copiados diretamente dos experimentais nas entradas, tal como na [Fig. 4.1](#), é questionável. No experimento, eles são obtidos ao longo de uma linha no plano central em  $z$ , por meio de medidas de LDA que têm incertezas de até 5%. Além disso, qualquer característica local pode estar interferindo no perfil ao longo dessa linha em particular. Por conseqüência, na nossa representação do problema nós estaríamos projetando essa imperfeição ao longo da seção transversal inteira da entrada, definindo seu fluxo mássico com base nessas características locais. Conseqüentemente, estes perfis não são uma descrição completamente confiável do escoamento em toda a seção transversal dos canais, enquanto que o valor registrado do fluxo mássico, idêntico em ambos os lados, deveria ser o principal aspecto a ser representado nas entradas das simulações. Por esta razão, nas simulações finais deste

trabalho, a assimetria entre as entradas é abandonada e os perfis experimentais são utilizados para representar o formato dos perfis. O fluxo mássico destes perfis é levemente corrigido por meio dos valores experimentais. Fazendo isto, o problema passa a ser inteiramente simétrico.

Seria arbitrário exigir que a solução da presente proposição do problema físico implementada neste trabalho fosse capaz de prever a direção da quebra de simetria, uma vez que não se inclui nenhum viés físico direcionando o jato para um lado ou outro, tanto nas equações como condições de contorno. O simples fato de que existe uma quebra de simetria nesta proposição tão simétrica é um forte indicativo da natureza não linear do fenômeno, o que o torna muito dependente de qualquer perturbação inicial. Em trabalhos futuros, métodos para fixar o jato no lado correto no início das simulações poderiam ser adotados. Aumentar significativamente o fluxo mássico em uma das entradas faz com que o jato se cole ao lado da entrada de maior velocidade. Desta maneira, as condições de entrada poderiam ser inicialmente ajustadas, desviando o jato na direção correta durante a fase transiente inicial da simulação, para em seguida serem alteradas aos valores corretos - tudo isto ainda em um intervalo seguro antes do início da tomada de médias. Por agora, nenhum procedimento deste tipo é adotado, e os resultados da primeira análise de sensibilidade nos quais o jato desvia na direção errada do domínio são invertidos para permitir a comparação com relação aos demais e ao experimento. Este método é aparentemente adotado em [Duwig e Fureby \(2007\)](#): as visualizações do escoamento o mostram deslocando-se rumo a parede superior. Por outro lado, nas comparações dos perfis o mesmo desloca-se rumo abaixo, assim como nos experimentos. Neste trabalho, os resultados invertidos estão indicados pelo asterisco nas tabelas de simulações. A inversão não ocorre nas simulações finais, com a exceção de uma única simulação envolvendo o modelo LRN.

A Fig. 4.5 apresenta a componente axial da velocidade média resolvida das simulações comparadas aos dados experimentais. A concordância com os resultados experimentais é aceitável em todas as simulações. O desalinhamento entre os perfis resultantes e os do experimento nas estações  $x = 3,68h$  e  $x = 7,02h$  indicam que a deflexão do jato é representada de maneira exagerada. O principal problema do conjunto de simulações parece ser o fato de que a depressão separando os jatos advindos de cada entrada é mais profunda que o observado no experimento, pelo menos nas primeiras estações. Isto é um forte indicativo de que há uma deficiência em mistura turbulenta, que se ao contrário estivesse presente, suavizaria os perfis médios, tornando-os mais compatíveis com os do experimento. Esta observação será

Figura 4.5 - Perfis da componente longitudinal da velocidade média resolvida  $\langle u \rangle$ .



Fonte: Produção do autor.

revisitada na análise das demais variáveis adiante. A malha média possui a melhor concordância em todas as estações. Era esperado que a malha rústica tivesse um desempenho inferior, uma vez que sua seção transversal no plano  $xy$  quase não tem elementos o suficiente para a execução de uma simulação URANS 2D. Entretanto, seus resultados não se afastam significativamente daqueles da malha fina. A malha rústica ainda exibe o pior comportamento, uma vez que a falta de mistura, da qual todas as simulações sofrem próximo à entrada da câmara, se espalha ao longo de toda a extensão nos perfis da simulação com malha rústica. É possível que o passo temporal usado de  $3 \cdot 10^{-5}$  s, que garante um número de CFL máximo de 0,8 na malha fina, seja alto demais para seu nível de refinamento, prejudicando seus resultados. Não é possível afirmar que exista independência dos resultados no conjunto de malhas testadas uma vez que os resultados de velocidade média da malha fina se separam significativamente dos resultados da simulação com a malha média.

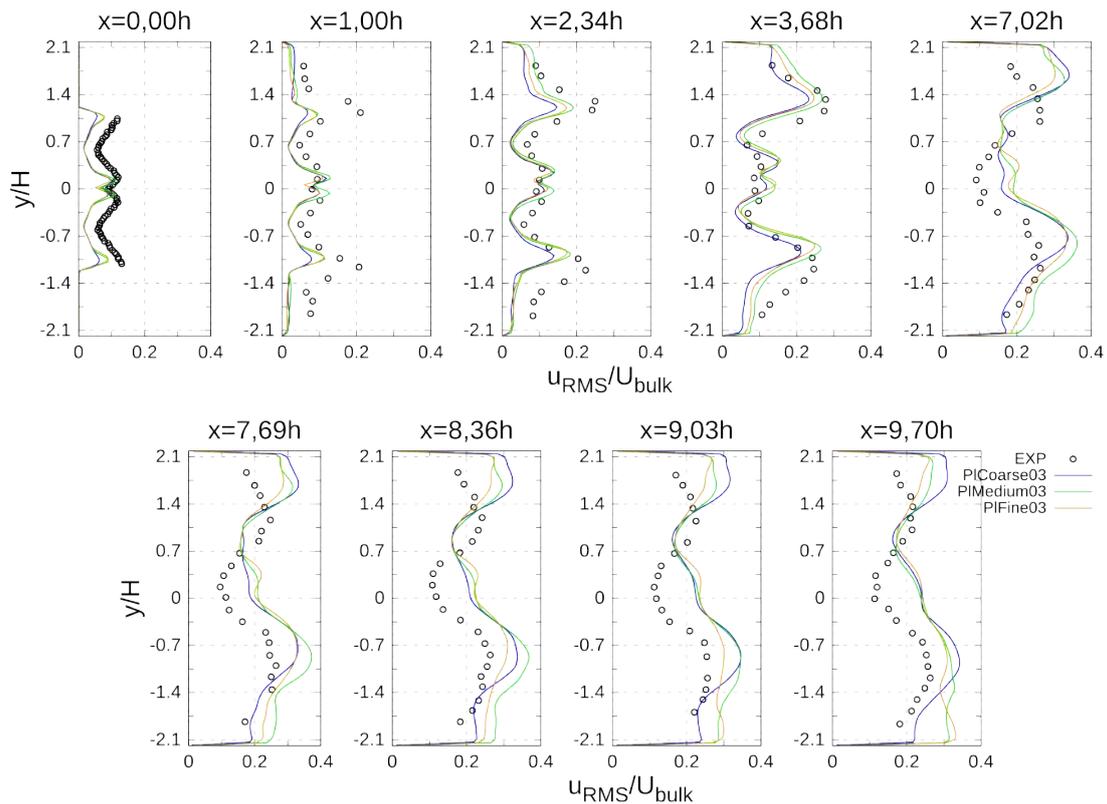
A Tab. 4.3 mostra os comprimentos de recolamento das zonas de recirculação acima e abaixo do jato de entrada de cada simulação comparados aos valores experimentais. Seus valores são obtidos usando-se o mesmo método que em Besson (2001). O método

Tabela 4.3 - Tamanho das zonas de recirculação em todas as simulações

nome	Superior	Inferior
Experimental	4h	8h
Pli1Coarse03	3,7h	11h
Pli1Medium03	3,4h	9,3h
Pli1Fine03	3,3h	11h

consiste em achar o ponto ao longo de uma linha longitudinal, localizada a  $15\text{ mm}$  de distância da respectiva parede, onde a componente longitudinal da velocidade média resolvida muda de sinal. Todas as simulações exageraram o tamanho da zona de recirculação inferior e subestimaram o tamanho da zona de recirculação superior. Isto é uma consequência direta da sobrestimação do desvio do jato. Novamente, a melhor previsão é dada pelo caso base com a malha média, e o aumento da resolução da malha com a malha fina acarreta em uma deterioração dos resultados.

Figura 4.6 - Perfis da componente longitudinal do RMS da velocidade média resolvida  $u_{RMS}$ .

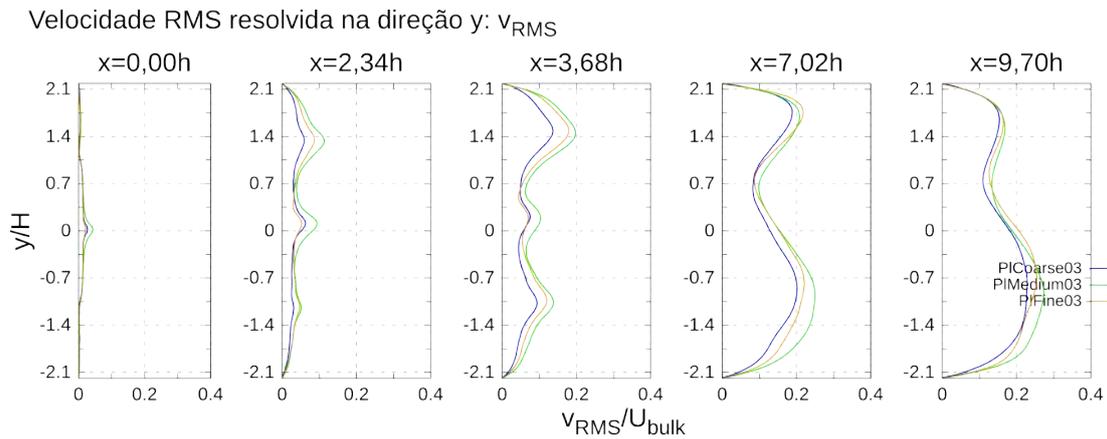


Fonte: Produção do autor.

A inspeção dos perfis do RMS da velocidade longitudinal da Fig. 4.6 ajuda a reforçar as conclusões obtidas anteriormente. Todos os casos apresentam previsões similares. Todos os casos subestimam a turbulência na camada de cisalhamento atrás dos de-

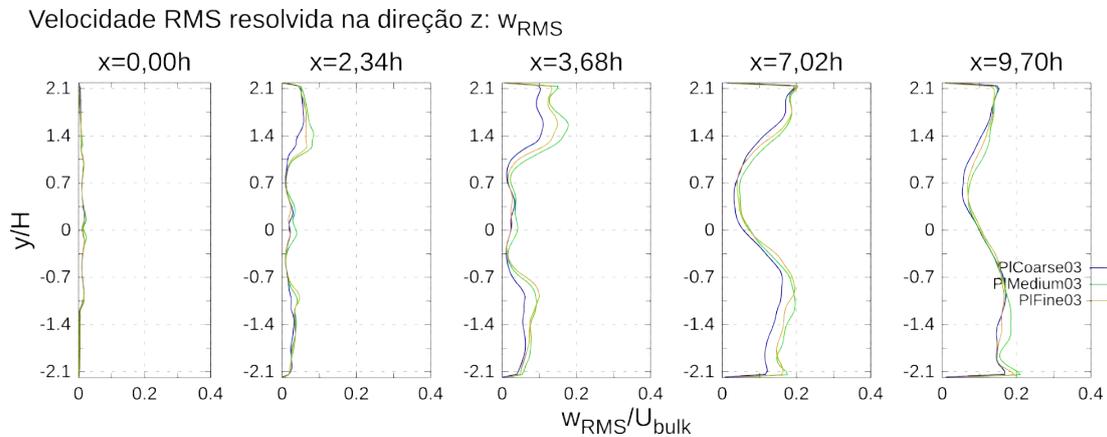
graus. Isto indica que a metodologia, independente da malha, não reproduz a mistura turbulenta correta nesta região. Há um pico de intensidade turbulenta bem distinguível no entorno dos degraus. Como nossa análise anterior indica que este pico não é acompanhado por uma mistura turbulenta apropriada nos perfis de velocidade média, as perturbações que o constituem devem ser advindas de movimento coerente. Esta hipótese é reforçada pela persistência do pico de intensidade turbulenta, que é visível ainda nas últimas estações e indica que as estrutura que o geram não se dissipam facilmente. Mais adiante no escoamento, os perfis se acomodam e se igualam aos experimentais, pelo menos em magnitude. Os formatos dos perfis diferem principalmente por um deslocamento com respeito ao experimental por causa da sobrestimação do desvio do jato de entrada. Nenhum dos três casos reproduz muito melhor os resultados experimentais que os demais.

Figura 4.7 - Gráficos da componente  $y$  do RMS da velocidade  $v_{RMS}$ .



Fonte: Produção do autor.

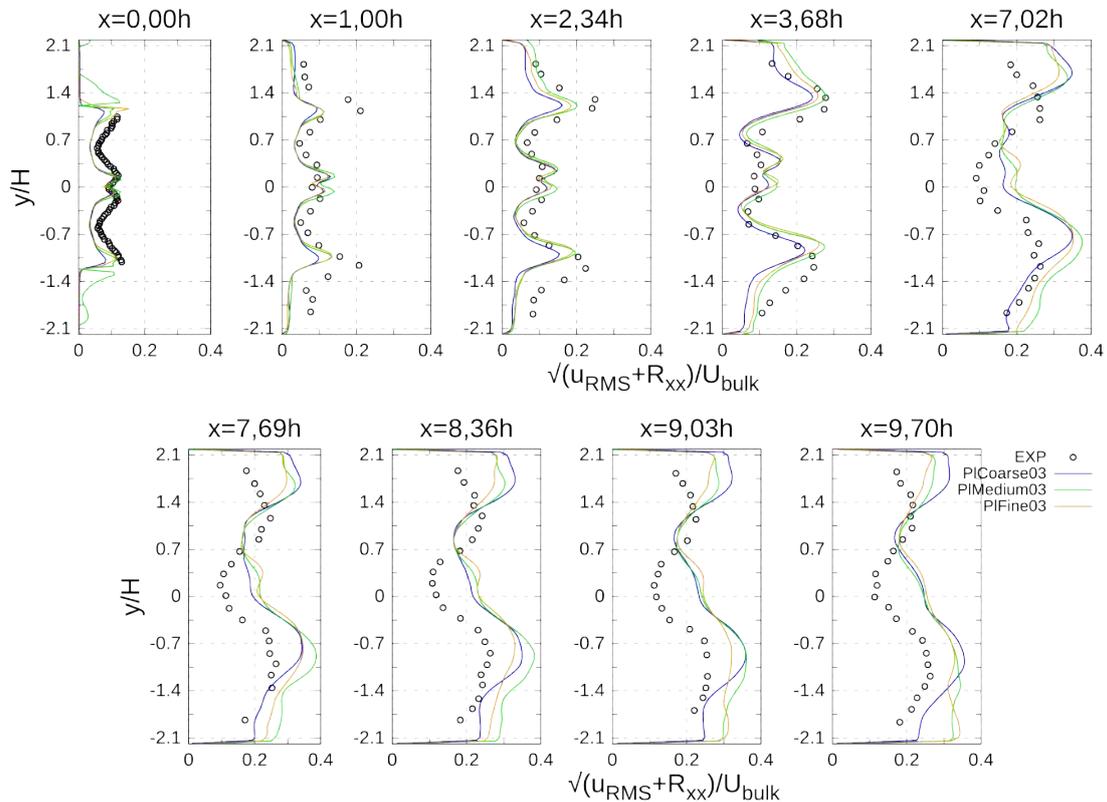
Figura 4.8 - Gráficos da componente  $z$  do RMS da velocidade  $w_{RMS}$ .



Fonte: Produção do autor.

Nas Figs. 4.7 e 4.8 estão os perfis para as componentes transversais da velocidade. Os perfis mostram que a intensidade turbulenta ao longo dessas direções é quase inexistente próximo ao plano de despejo em todas as simulações. Isto agrega à hipótese de que a maior parte das perturbações é formada por estruturas coerentes que não se assemelham de nenhuma maneira a uma turbulência homogênea e isotrópica, na qual a energia turbulenta estaria distribuída ao longo de todas as direções. A turbulência das simulações recobra um padrão tridimensional a jusante no escoamento: as componentes de intensidade turbulenta nas direções  $z$  e  $y$  aumentam até alcançar magnitudes comparáveis àquelas da componente  $x$ . Mais uma vez, há pouca diferença entre os resultados obtidos pelos diferentes graus de refinamento.

Figura 4.9 - Perfis do RMS total da componente longitudinal da velocidade, obtidos da soma quadrática entre o quadrado da resolvida  $u_{RMS}$  e a modelada  $\sqrt{\langle \tau_{11} \rangle}$ .



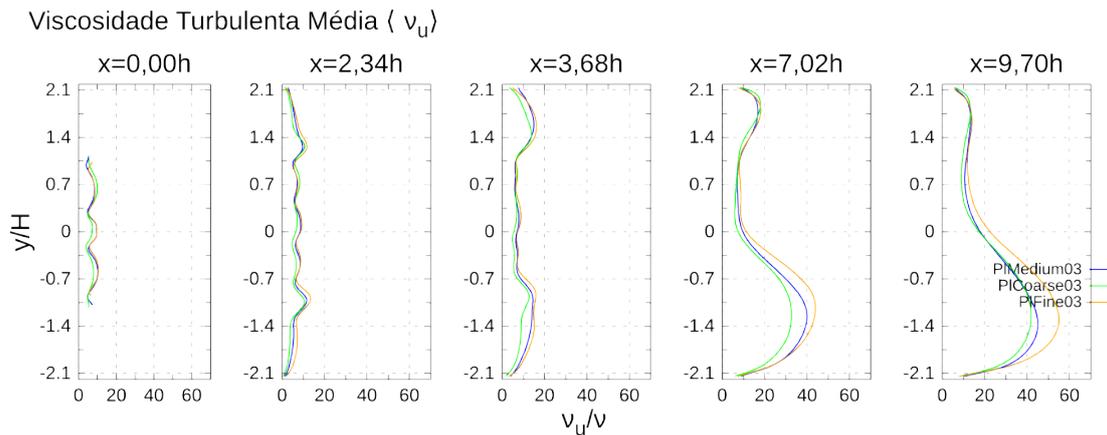
Fonte: Produção do autor.

A Fig. 4.9 apresenta os resultados para o RMS da componente longitudinal da velocidade total, modelada mais a resolvida. Esta grandeza é obtida da raiz quadrada da soma entre as componentes 11 do tensor de deformação da velocidade média resolvida e da média do tensor de escalas modeladas  $\langle \tau_{11} \rangle$ . Este valor é o que melhor representa a quantidade de energia cinética capturada pela simulação. Não é

esperada uma grande diferença nos perfis desta grandeza com relação aos perfis da variável  $u_{RMS}$ . Em uma simulação PANS de escoamento interno, a razão real entre a quantidade de turbulência que é modelada com relação à resolvido tende a ser bastante menor do que o esperado pelo valor usado de  $f_k$  (DAVIDSON, 2014). No caso estudado, portanto, a quantidade de energia contida dentro das escalas turbulentas modeladas é bem menor do que 40%, e o impacto do  $u_{RMS}$  modelado sobre o total acaba sendo relativamente pequeno. De fato, os gráficos da Fig. 4.9 revelam que os perfis de  $u_{RMS}$  total são quase indistinguíveis dos perfis do  $u_{RMS}$  da velocidade resolvida apenas.

Na Fig. 4.10 há uma comparação dos perfis de viscosidade turbulenta média em cada estação. O resultado para a viscosidade turbulenta parece ser praticamente independente da malha utilizada, exceto nas estações finais, onde a malha final produz valores discretamente maiores que os da malha fina e grossa. Na Fig. 4.11, os perfis da componente longitudinal do RMS da velocidade modelada são comparados. Estes são obtidos como  $u_{RMS,model} = \sqrt{\langle \tau_{11} \rangle}$ . Estes perfis deveriam complementar aqueles do tensor de estresse resolvido para formar a energia cinética turbulenta total, formando uma parcela de 40% do total, uma vez que  $f_k = 0,4$ . Portanto, são comparados aos valores experimentais de  $u_{RMS}$ . Os resultados de novo indicam que o modelo age de maneira muito similar em todas as malhas.

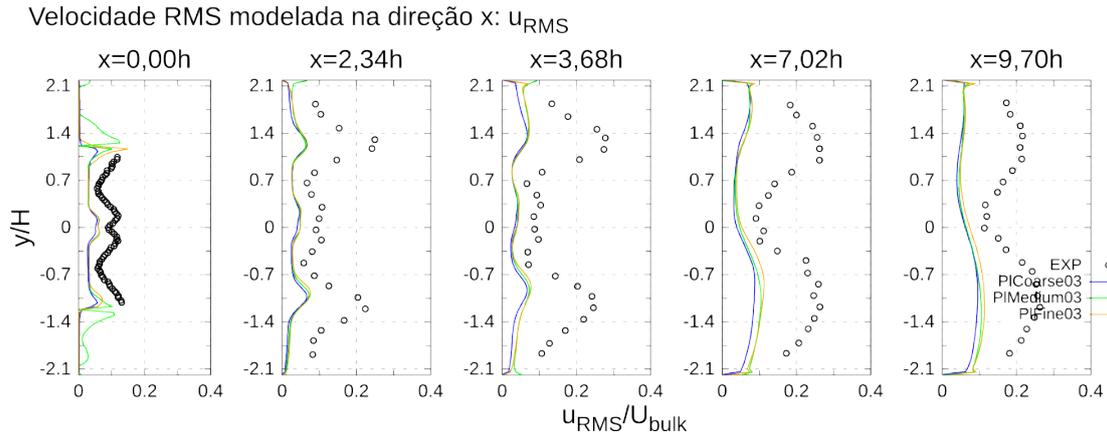
Figura 4.10 - Gráficos da viscosidade turbulenta média  $\langle \nu_u \rangle$ .



Fonte: Produção do autor.

Finalmente, a Fig. 4.12 mostra as isosuperfícies do critério  $Q$  com  $Q = 1 \text{ s}^{-2}$ , enfatizando as estruturas geradas em cada simulação. O padrão de estruturas grandes e bidimensionais sendo emitidas da região de alta tensão de cisalhamento atrás dos degraus e da ponta da placa separadora se repete em todas as simulações. A malha

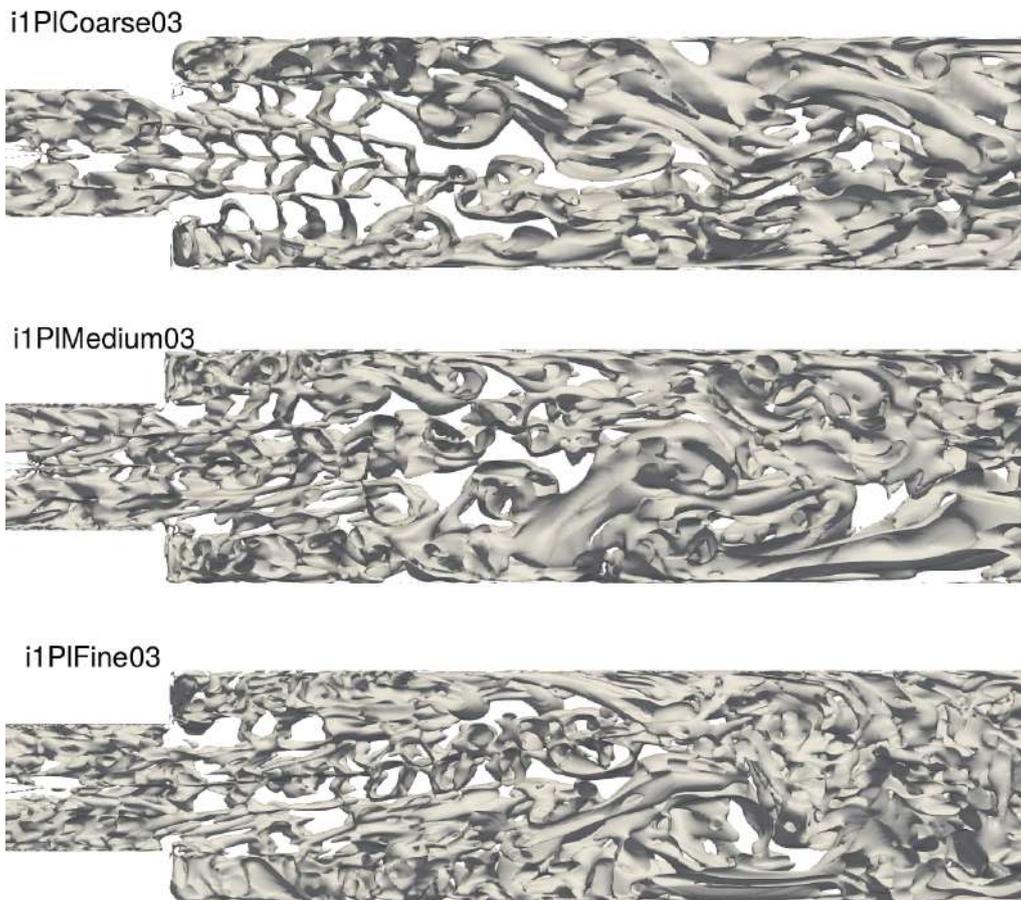
Figura 4.11 - Gráfico da componente  $x$  do RMS da velocidade modelada média  $\sqrt{\langle \tau_{11} \rangle}$ .



Fonte: Produção do autor.

rústica apresenta este comportamento de uma maneira mais acentuada, e a maioria das estruturas visíveis na imagem são ocas na direção  $z$ . Na malha média, porções do escoamento parecem recobrir uma certa instabilidade ao longo da direção  $z$  na região da esteira da placa separadora, mas não o suficiente para alterar de maneira significativa o aspecto do escoamento. Ao se mudar da malha média para a fina, a bidimensionalidade das estruturas ao longo da linha central aumenta. Isto acompanha a deterioração da mistura turbulenta observada nos perfis de velocidade média entre os jatos. Estas estruturas são grandes porções de fluido conectadas por um padrão de maior movimento de rotação do que de cisalhamento, portanto movendo-se de maneira coerente e com pouca mistura com o fluido ao seu redor. Isto é consistente com as observações prévias de todas as variáveis, e acrescenta à evidência já forte de que os principais problemas nas variáveis estatísticas estão relacionados à produção de uma turbulência pouco realista próximo às paredes em região de grande tensão de cisalhamento.

Figura 4.12 - Isosuperfícies do critério Q, com  $Q = 1 \text{ s}^{-2}$  das simulações com diferentes graus de refinamento.

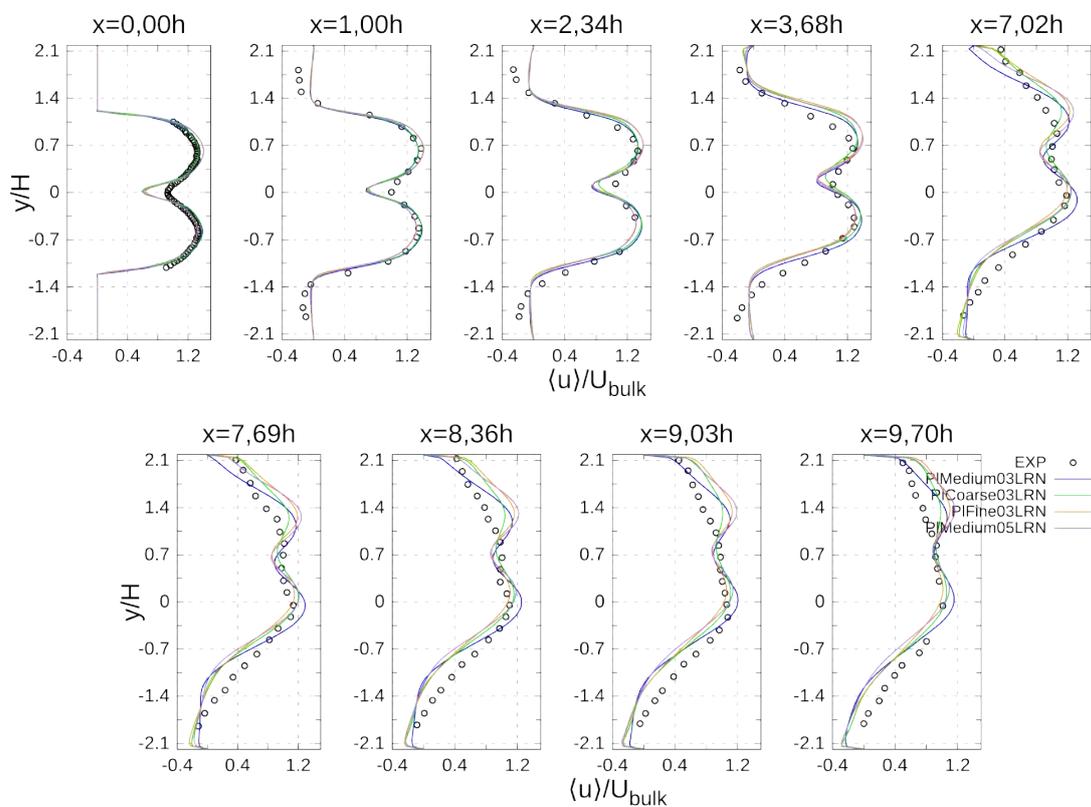


Fonte: Produção do autor.

### 4.3.3 Caso i1, modelo LRN $k - \epsilon$ : estudo de dependência com relação à malha

A sensibilidade do modelo LRN  $k - \epsilon$  ao refinamento da malha foi testada nas simulações i1PICoarse03LRN, i1PIMedium03LRN, e i1PIFine03LRN. Uma extra, i1PIMedium05LRN, é realizada para investigar a sensibilidade da abordagem ao tamanho do passo temporal. As simulações com a malha fina e a malha média com passo temporal  $5 \cdot 10^{-5}$  foram invertidas porque o jato deflete no sentido errado.

Figura 4.13 - Perfis da componente longitudinal da velocidade média resolvida  $\langle u \rangle$ .



Fonte: Produção do autor.

Os perfis de velocidade resolvida média na direção longitudinal na Fig. 4.13 mostram que a maioria das características das simulações com o modelo  $k - \epsilon$  estão presentes nas simulações com o modelo LRN. A grande separação entre os jatos de entrada é visível em todas as simulações, sendo discernível até na última estação em  $x = 9,70h$ . Isto implica que a variante presente da implementação de PANS tem uma dificuldade maior ainda em reproduzir a mistura turbulenta que ocorre no experimento. O desvio do jato de entrada também é sobrestimado. As malhas média e fina não trazem nenhuma melhora qualitativa sobre os resultados da malha rústica. De fato, a malha

rústica parece fornecer os melhores resultados em termos de mistura turbulenta, uma vez que seus perfis das estações  $x = 7, 69h$  e subsequentes apresentam os picos menos acentuados. O incremento do passo temporal de  $3.10^{-5} s$  a  $5.10^{-5} s$  também não afeta os resultados, uma vez que a simulação i1PIMedium05LRN tem desempenho muito parecido ao da malha fina. Apesar de que nenhuma das simulações apresenta melhora qualitativa sobre as demais, a flutuação excessiva dos resultados de uma malha para a outra não permite afirmar que haja independência dos resultados com relação ao refinamento dentro das opções testadas.

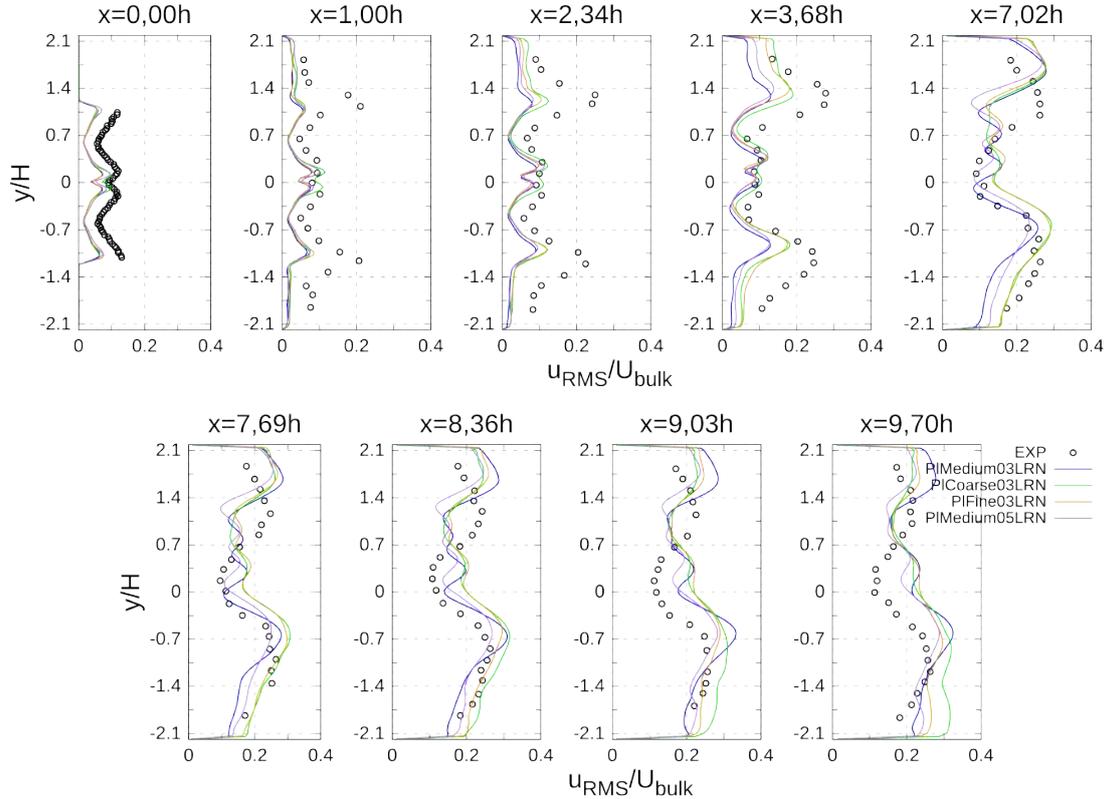
A Tab. 4.4 apresenta os comprimentos de recolamento das simulações da presente seção. Cada simulações LRN fornece uma previsão pior que sua contrapartida com o modelo  $k - \epsilon$  na mesma malha. Isto é mais uma evidência de que a variante LRN tem pior desempenho em reproduzir a mistura turbulenta que a implementação  $k - \epsilon$  original.

Tabela 4.4 - Tamanhos das zonas de recirculação das simulações com o modelo LRN  $k - \epsilon$ .

nome	Superior	Inferior
Experimental	4h	8h
Pli1Coarse03LRN	3,7h	11,3h
Pli1Medium03LRN	4,3h	12,7h
Pli1Fine03LRN*	3,7h	12h
Pli1Medium05LRN*	4,1h	13h

Na Fig. 4.14 estão representados os perfis para o RMS da componente longitudinal da velocidade resolvida. Novamente, a maior parte do comportamento visto anteriormente para esta variável se repete nas simulações com o modelo LRN. Todas as simulações subestimam a intensidade das perturbações atrás dos degraus. Desta vez, no entanto, os resultados das malhas fina e grossa se aproximam mais aos resultados experimentais: na estação  $x = 2, 34h$  é visível que as simulações com estas malhas apresentam os perfis com valores mais altos, e as simulações com a malha média ficam por debaixo. O pico exagerado de intensidade turbulenta ao longo da linha central também está presente em todas as simulações, e este persiste visivelmente até a estação  $x = 7, 69h$  nas simulações i1PIMedium03LRN, i1PIFine03LRN e i1PIMedium05LRN. A simulação i1PICoarse03LRN, no entanto, é capaz de dissipá-lo já pela estação  $x = 7, 02h$ . Todos os perfis no final do escoamento diferem por um deslocamento com relação aos experimentais por causa da sobrestimação da deflexão do jato. Os resultados novamente subestimam a intensidade turbulenta atrás do plano de despejo e a sobrestimam mais à frente no escoamento. Quando comparadas às simulações equivalentes com o modelo  $k - \epsilon$  da seção anterior, no entanto,

Figura 4.14 - Perfis do RMS da componente longitudinal da velocidade média resolvida  $u_{RMS}$ .

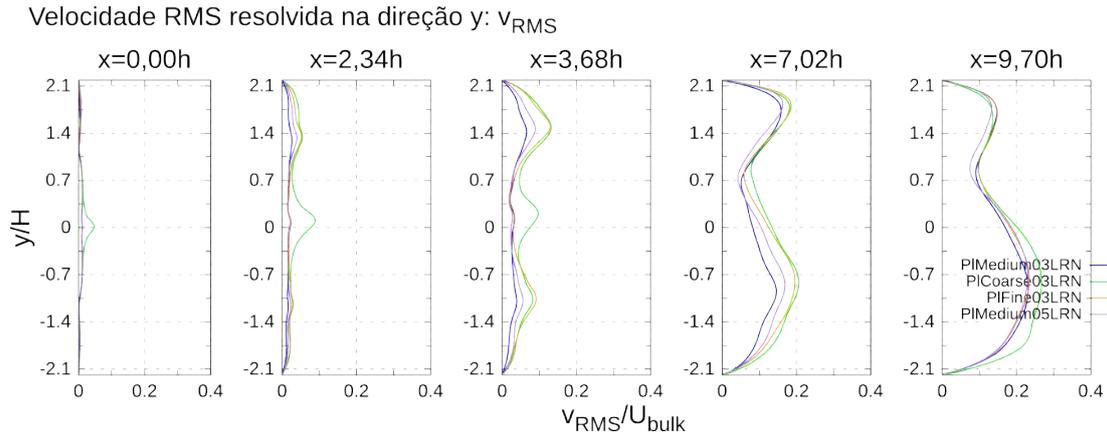


Fonte: Produção do autor.

as simulações com a variante LRN apresentam menores valores de intensidade RMS em cada estação.

As Figs. 4.15 e 4.16 apresentam os perfis das componentes transversais do RMS da velocidade resolvida. A falta de movimento turbulento nestas direções é evidente. A maior parte de sua intensidade é criada próximo às paredes na região central da câmara de combustão, e lentamente se propaga rumo ao centro do jato de entrada. Não há grandes diferenças entre os perfis produzidos nas diferentes simulações. A malha rústica produz um pico de  $v_{RMS}$  próximo ao plano de despejo, um fenômeno que provavelmente auxilia na dissipação do pico de  $u_{RMS}$  previamente observado. Sua presença implica em que pelo menos uma parte da quantidade de movimento está sendo carregada para outras direções. A origem deste pico está relacionada provavelmente com um movimento de pulsação, remanescente de uma instabilidade de Tollmien-Schlichting de camada de cisalhamento, das estruturas que são emitidas de cada canal de entrada de maneira intercalada. As visualizações do critério Q na Fig. 4.18 revelam que a malha rústica é de fato a única que apresenta este

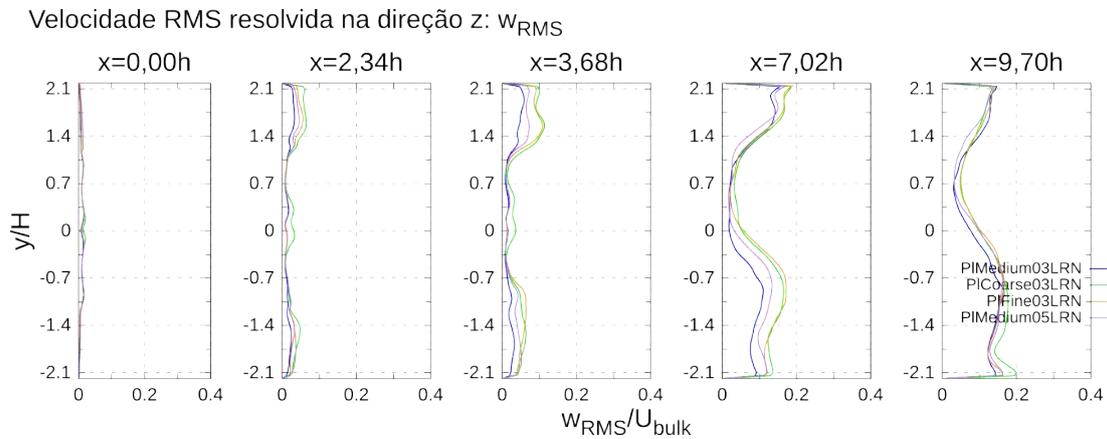
Figura 4.15 - Gráfico do RMS da componente  $y$  da velocidade média resolvida  $v_{RMS}$ .



Fonte: Produção do autor.

movimento ondulatório da camada entre os escoamentos de entrada, enquanto que as demais exibem uma camada estática entre eles. O caso base supera discretamente em concordância os demais por apresentar menores intensidades nas estações  $x = 3,68$  e  $x = 7,02$ .

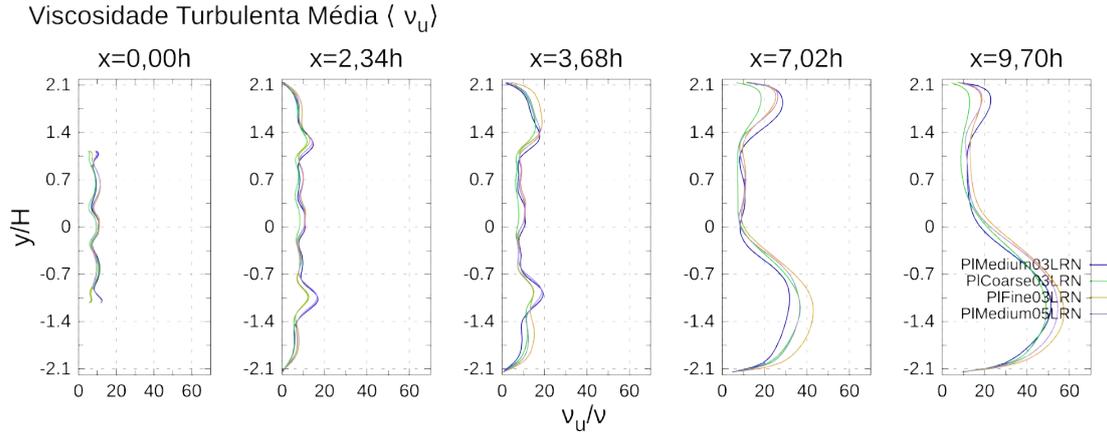
Figura 4.16 - Gráfico do RMS da componente  $z$  da velocidade média resolvida  $w_{RMS}$ .



Fonte: Produção do autor.

Os gráficos da viscosidade turbulenta média apresentados na Fig. 4.17 revelam algumas diferenças da variante LRN com respeito ao modelo  $k - \epsilon$  original. Em todas as simulações o pico de viscosidade logo abaixo do jato nas estações  $x = 7,0h$  e  $x = 9,70h$  é maior que em simulações anteriores, e o pico acima deste é muito maior. Um exame detalhado do comportamento próximo às paredes superior e inferior dos perfis em  $x = 3,68h$  e  $x = 1,0h$  revela que nas simulações LRN o incremento da viscosidade turbulenta na medida em que se afasta da parede é muito mais acentuado, e esta se assenta em um valor mais alto do que nas simulações com o modelo

Figura 4.17 - Gráfico da viscosidade turbulenta média  $\langle \nu_u \rangle$ .



Fonte: Produção do autor.

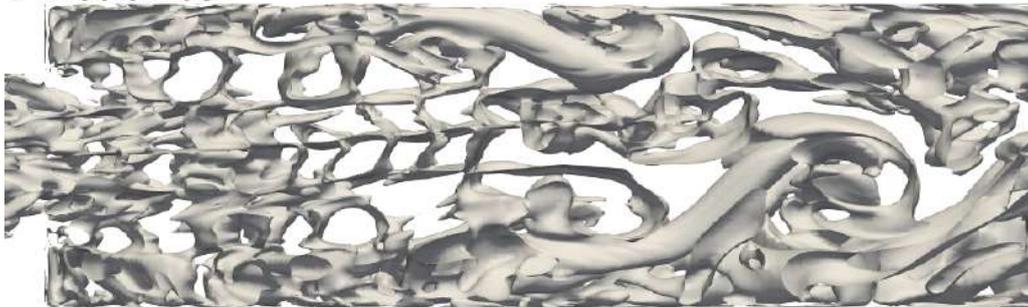
$k - \epsilon$ . Apesar de que na representação escolhida para a figura isto pareça só um discreto aumento na viscosidade turbulenta, cerca de 20% a menos de viscosidade pode ser crítico para permitir o desenvolvimento de estruturas turbulentas mais naturais, capazes de produzir uma mistura turbulenta melhor. De fato, a simulação com o modelo LRN que apresentou os melhores resultados (com a malha rústica) apresenta os menores valores de viscosidade turbulenta ao longo do domínio inteiro. Além disso, o pico que esta produz no topo das estações  $x = 7,02h$  e  $x = 9,70h$  é muito menor que os demais, sendo muito parecido aos da seção anterior. Comparando as isosuperfícies do critério Q de cada simulação com diferentes malhas, mostradas na Fig. 4.18, com as simulações equivalentes usando o modelo  $k - \epsilon$  original na Fig. 4.12, é evidente que o comportamento bidimensional é agravado pela variante LRN.

Figura 4.18 - Isosuperfícies do critério  $Q$  com  $Q = 1 \text{ s}^{-2}$  de todas as simulações.

i1PIFine03LRN



PIMedium03



i1PIMedium05LRN



i1PICoarse03LRN

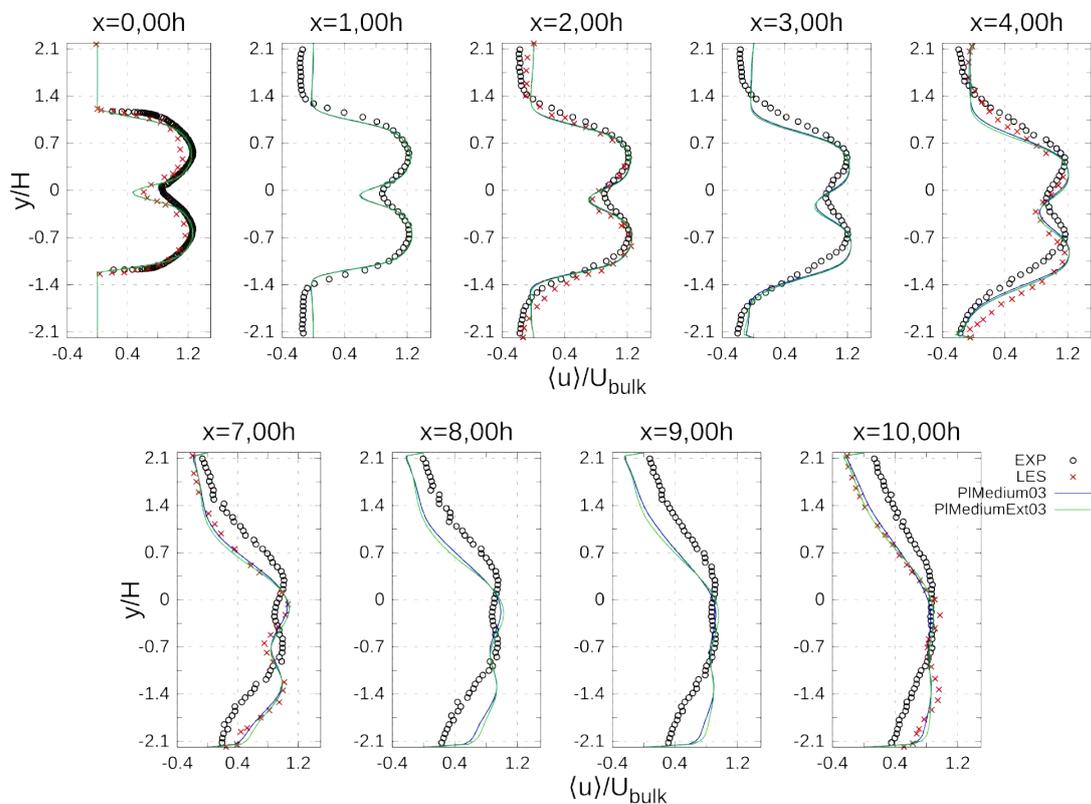


Fonte: Produção do autor.

#### 4.3.4 Caso nc1: Análise de sensibilidade geral

As simulações do caso nc1 foram usadas para estudar a sensibilidade do modelo  $k - \epsilon$  PANS com relação ao comprimento e número de elementos da direção  $z$  da geometria. Ao contrário da seção anterior, os dados experimentais brutos são usados nas comparações ao invés de dados obtidos por vetorização de imagens. Os dados de LES foram obtidos do artigo [Duwig e Fureby \(2007\)](#) por meio de vetorização das figuras. As simulações Plnc1Medium03 e Plnc1MediumExt03 são discutidas nesta seção.

Figura 4.19 - Perfis da componente longitudinal da velocidade média resolvida  $\langle u \rangle$ .



Fonte: Produção do autor.

Os gráficos dos perfis da componente longitudinal da velocidade média resolvida estão presentes na Fig. 4.19. A grande semelhança entre os resultados das duas configurações chama a atenção. Os perfis são praticamente idênticos entre si, um padrão que se verá repetido em todas as demais variáveis que discutiremos adiante. A depressão entre os jatos causada pela deficiência em mistura turbulenta está de novo presente, assim como a sobrestimação da deflexão do jato, que é mais acentuada que em simulações prévias no caso i1. A mudança nas características na direção  $z$

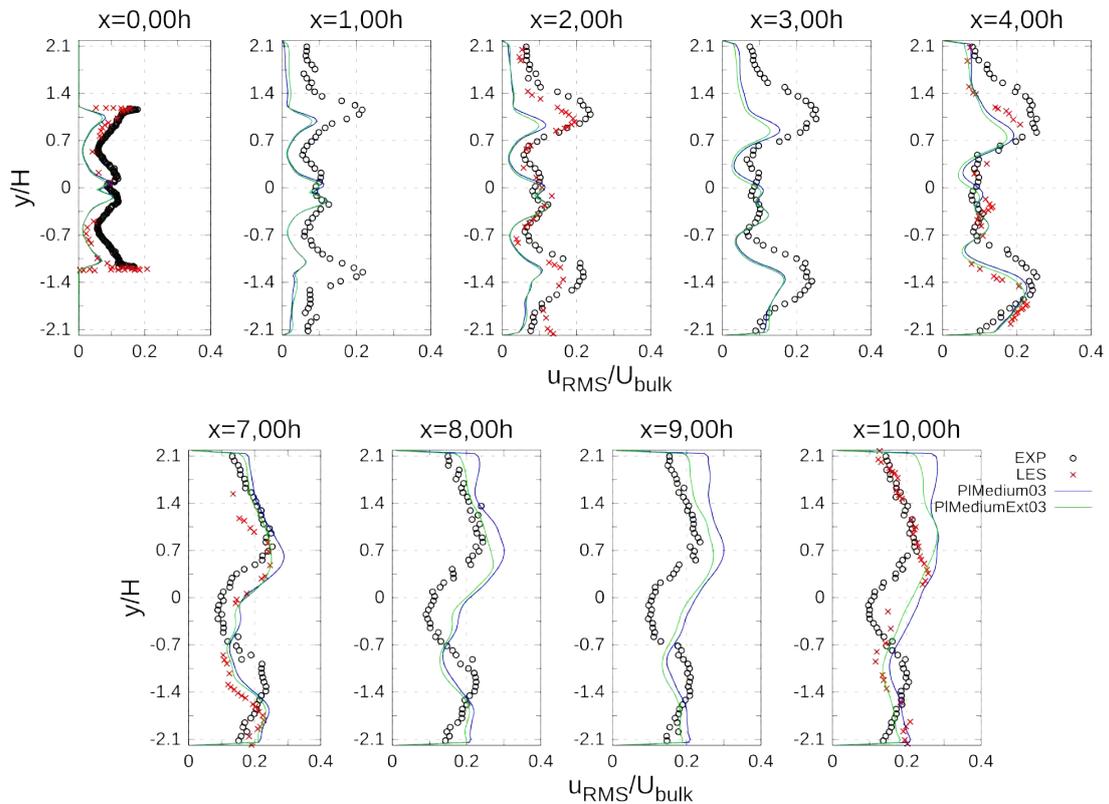
do domínio não foi acompanhada por uma melhora nos resultados. Os perfis PANS concordam muito bem com os de simulações LES da literatura, e a mistura dos jatos inclusive aparenta ser melhor predita em PANS do que LES na última estação, uma vez que os picos nos perfis LES ainda são visíveis.

Os comprimentos de recirculação são apresentados na Tab. 4.5. Novamente, a zona de recirculação inferior é subestimada enquanto que a zona de recirculação superior é sobrestimada como nas simulações de seções anteriores. Como as similaridades nas variáveis médias davam a sugerir, a previsão do comprimento de recolamento de ambas as simulações são muito similares.

Tabela 4.5 - Tamanho das zonas de recirculação nas duas simulações do caso nc1.

nome	Superior	Inferior
Experimental	8h	5.5h
Plnc1Medium03	11h	3.3h
Plnc1MediumExt03	11h	3.2h

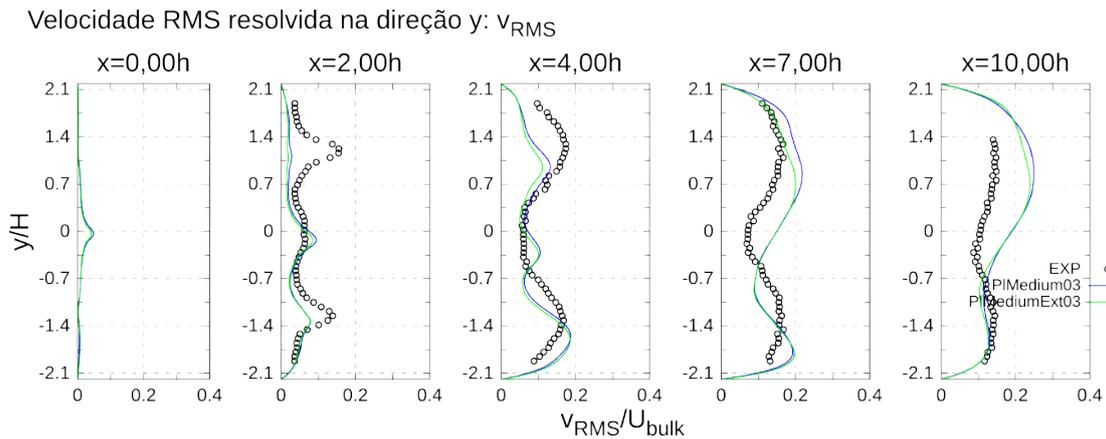
Figura 4.20 - Perfis do RMS da componente longitudinal da velocidade média resolvida  $u_{RMS}$ .



Fonte: Produção do autor.

A Fig. 4.20 contém os resultados da componente longitudinal do RMS da velocidade resolvida. Neste conjunto de perfis, diferenças das duas simulações em questão com respeito a resultados LES podem ser vistas na estação  $x = 2,00h$  onde a simulação realizada por Duwig e Fureby (2007) supera claramente as simulações com PANS em reproduzir a intensidade turbulenta próximo à entrada da câmara. Nessa região, a maior parte desta intensidade é proveniente da turbulência criada nos canais de entrada. Simultaneamente, ambos métodos produzem perfis muito similares nas últimas estações, onde uma parte maior da intensidade turbulenta tem origem nas regiões próximas às paredes da câmara. Isto é um indício de que PANS é capaz de capturar a produção turbulenta de maneira similar a LES, e os principais problemas na presente formulação do problema estão relacionados com uma solução insatisfatória da turbulência dos canais de entrada.

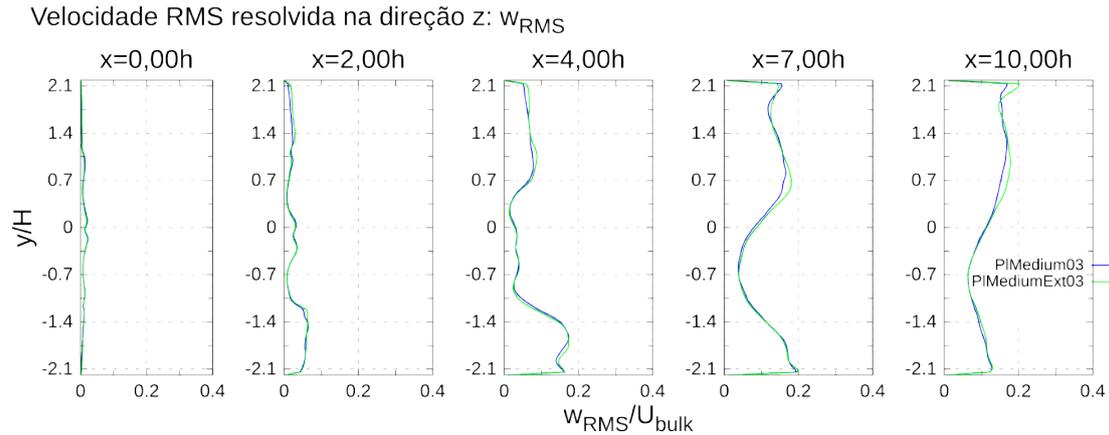
Figura 4.21 - Gráficos do RMS da componente  $y$  da velocidade média resolvida  $v_{RMS}$ .



Fonte: Produção do autor.

Os perfis de RMS da velocidade resolvida nas direções  $y$  e  $z$  estão representados nas Figs. 4.21 e 4.22 e revelam os mesmos problemas vistos nas simulações do caso i1. No entanto, desta vez é possível comparar os perfis da componente  $y$  aos experimentais; sua intensidade é severamente subestimada próxima ao plano de despejo. Nas primeiras estações em ambas as simulações surge um distinto pico de intensidade turbulenta, remanescente daquele visto na simulação com o modelo LRN na malha grossa da seção anterior. Este pico pode ser relacionado à ao movimento tipo Tollmien-Schlichting na camada de cisalhamento entre os jatos de entrada. Assim como na variável  $u_{RMS}$ , os perfis no final do escoamento começam a concordar melhor com os do experimento, diferindo principalmente por um deslocamento. O mesmo padrão de intensidade turbulenta quase inexistente próximo à entrada da câmara se repete na componente  $z$  do RMS da velocidade resolvida.

Figura 4.22 - Gráficos do RMS da componente  $z$  da velocidade média resolvida  $w_{RMS}$ .

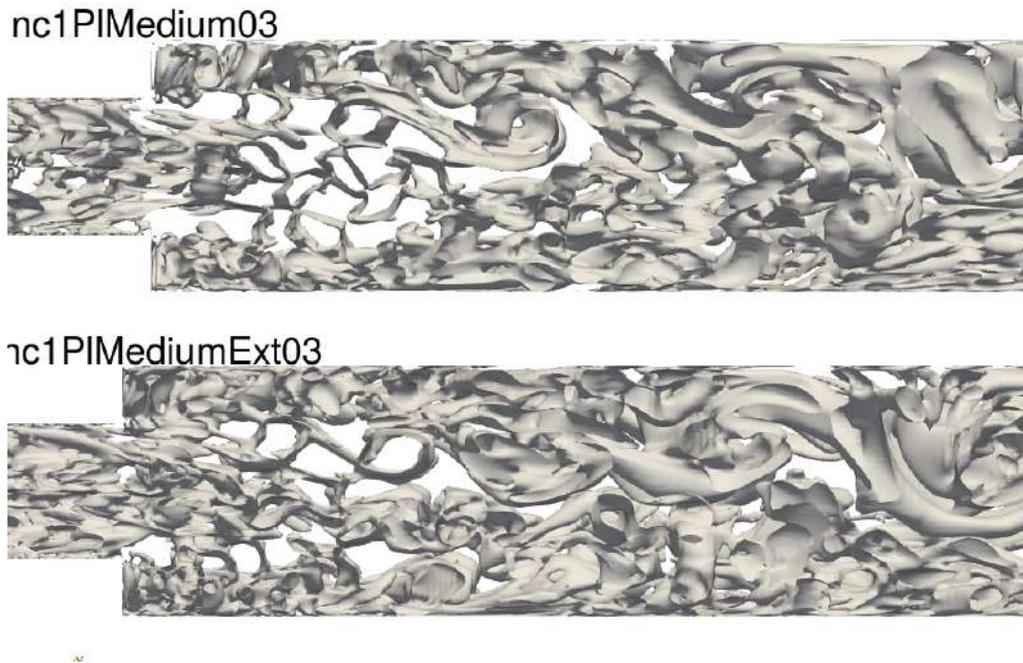


Fonte: Produção do autor.

Na Fig. 4.23 as isosuperfícies do critério  $Q$  são apresentadas para ambas as simulações. Apesar dos resultados para as grandezas estatísticas não serem muito diferentes, uma modesta diminuição na quantidade de vórtices em forma cilíndrica na simulação refinada na direção  $z$  encoraja a investigação mais profunda da sensibilidade dos resultados a estas características. Nas simulações da presente seção, o que mais se varia é o número de elementos ao longo da direção  $z$ , o que pode ter um impacto limitado comparado a aumentar o comprimento do domínio. Em [Duwig et al. \(2007\)](#), a análise de sensibilidade conclui que a deflexão do jato e a mistura turbulenta estão relacionados ao tamanho característico das estruturas ao longo da direção  $z$ . A razão é que domínios mais curtos inibem o surgimento de instabilidades longas nesta direção, necessárias para reproduzir corretamente o comportamento geral do escoamento.

Por último analisamos na simulação Plnc1Medium03 um contorno dos valores da razão da turbulência modelada  $k_u$  pela soma da modelada com a resolvida presente na Fig. 4.24. O resultado ideal seria que a energia cinética modelada representasse 40% do total em todo o domínio. Esta hipótese tem limitações conhecidas: como previamente discutido, na região próxima às paredes nestas malhas pouco refinadas a turbulência acaba se tornando inteiramente modelada; [Ma et al. \(2011\)](#) também menciona que esta abordagem PANS aplicada ao escoamento de canal acaba produzindo menos energia cinética turbulenta que o valor *a priori* esperado nas regiões afastadas das paredes. Apesar de suas limitações, os valores calculados podem indicar se há áreas onde o modelo está agindo de maneira intensa demais, produzindo quantidades danosas de viscosidade turbulenta e amortecendo exageradamente as estruturas turbulentas resolvidas. De fato, a inspeção da imagem revela que a energia cinética modelada é sobrestimada ao longo da maior parte dos escoamentos dos

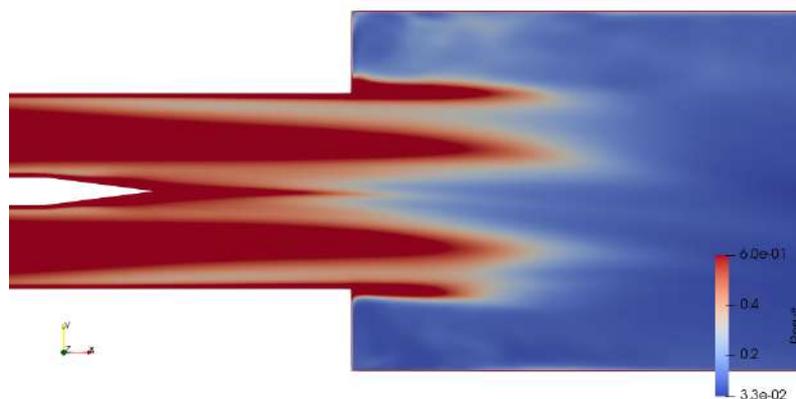
Figura 4.23 - Isosuperfícies com  $Q = 1 \text{ s}^{-2}$  do critério Q nas diferentes simulações.



Fonte: Produção do autor.

canais. Em toda a zona vermelha da imagem  $k_u$  representa mais de 60% da turbulência total. A quantidade exagerada de  $k_u$  é consistente com a subestimação da turbulência resolvida próxima ao plano de despejo observada em todas as simulações. Como esta desproporção tem origem diretamente nas condições de contorno da entrada, é possível que possa ser eliminada aumentando a intensidade da turbulência artificial.

Figura 4.24 - Razão entre a energia cinética turbulenta modelada e total.



Fonte: Produção do autor.

### 4.3.5 Observações finais

As simulações da primeira análise de sensibilidade mostram que quando a abordagem PANS proposta é aplicada ao banco de testes ORACLES o escoamento simulado na entrada da câmara de combustão tende a se organizar em grandes estruturas vorticiais bidimensionais que são persistentes, não se dissipam facilmente e produzem muito pouca mistura turbulenta entre as diferentes áreas do domínio. São indicativos destas estruturas o grande vale que aparece nos perfis de velocidade média entre os jatos de entrada e a baixa intensidade da velocidade RMS nas direções transversais próximo ao plano de despejo presentes em todas as simulações de primeira análise. As isosuperfícies do critério  $Q$  permitem visualizar estas formações claramente. A formação destas estruturas está possivelmente relacionada aos altos níveis de viscosidade turbulenta nos canais de entrada e nas paredes próximas à entrada da câmara de combustão. Esta viscosidade amortece os vórtices menores e restringem a aparição de uma dinâmica capaz de quebrar estruturas grandes para formar outras menores - com comportamento físico mais realista - que por sua vez promoveriam uma mistura turbulenta melhor. A razão da energia cinética turbulenta modelada com relação à total no caso nc1 confirma ainda mais esta hipótese. Esta revela que ao longo dos canais de entrada a energia modelada chega a representar 60% do total sendo que o esperado, *a priori*, pela definição de  $f_k = 0,4$ , este valor deveria mais próximo de 40%. Nas seguintes seções, esta deficiência será mitigada aumentando a intensidade da turbulência artificial nos canais de entrada, o que deve deslocar esta razão em favor da energia cinética turbulenta resolvida.

Pelas simulações realizadas no caso i1 de Besson (2001), foi concluído que a variante LRN produz resultados piores que a versão  $k - \epsilon$  original. A degradação dos resultados é acompanhada por uma exacerbação do aspecto bidimensional das estruturas que aparecem na simulação. O fato de que o modelo LRN produz viscosidades turbulentas mais altas nas regiões próximas às paredes confirma mais ainda a hipótese de que a viscosidade turbulenta alta inibe um comportamento realista da turbulência resolvida. Foi estabelecido de que não existe nenhuma característica física na nossa representação presente do problema capaz de definir o lado ao qual o jato se desvia. O simples fato de que há uma quebra de simetria nesta representação tão simétrica é por si só uma evidência da natureza não linear e imprevisível do fenômeno. Não há informação nos trabalhos anteriores de Duwig e Fureby (2007), Duwig et al. (2007) e Han et al. (2015) com relação a que fator numérico ou geométrico define a orientação do jato em uma simulação numérica simétrica. Em Besson (2001) e Nguyen (2007) também não é discutido o fator que define a direção do desvio do

jato no experimento. Portanto, foi decidido que qualquer assimetria nas condições de entrada serão eliminadas nas subseqüentes simulações, e que para a comparação os resultados serão orientados de acordo com a direção do jato. Também foi notado, no entanto, que em configurações onde uma das entradas possui uma velocidade significativamente mais alta que a outra, o jato tende a se atrelar ao lado da entrada de maior velocidade quando entra na câmara. Isto abre a possibilidade de se iniciar simulações com uma configuração específica para forçar o jato rumo à direção desejada e depois lentamente impor as condições corretas, tudo antes da tomada de médias ser iniciada.

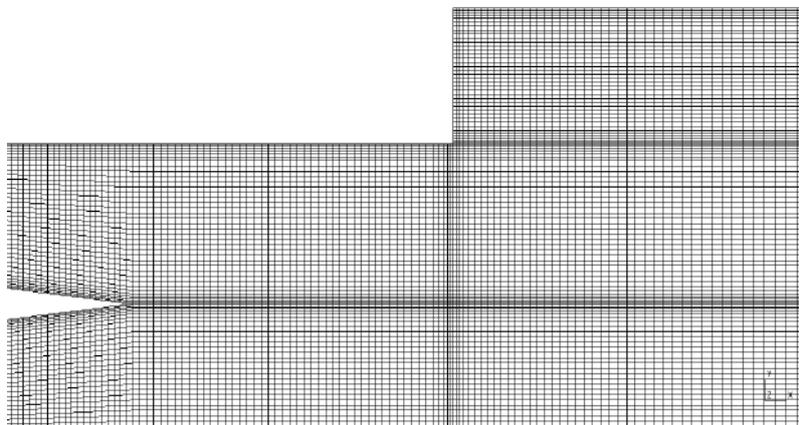
Os resultados do caso nc1 puderam ser comparados diretamente às simulações LES de Duwig e Fureby (2007) e aos dados experimentais brutos de Nguyen (2007). Foi mostrado que apesar de as simulações apresentarem as mesmas deficiências que que no caso i1, o modelo PANS  $k - \epsilon$  teve desempenho muito similar ao das simulações LES no caso nc1. A falta de mistura turbulenta e a sobrestimação da deflexão do jato são problemas que aparecem também em LES. Os perfis LES, no entanto, mostram que PANS é inferior quanto à previsão da turbulência logo após o plano de despejo. Conclusões da análise de sensibilidade realizada em Duwig et al. (2007) indicam que a deflexão do jato responde fortemente à intensidade da turbulência artificial nas entradas e encorajam a aumentá-la na seguintes simulações.

## 4.4 Simulações da segunda análise de sensibilidade

### 4.4.1 Descrição do arranjo

Dados do trabalho de [Nguyen \(2007\)](#) puderam ser usados na configuração das simulações desta seção. Todas as simulações são realizadas no caso não reativo nc1 dessa tese. Os perfis de velocidade média nas entradas são feitos iguais, com a mesma especificação da vazão mássica, ao invés de serem copiados da tese diretamente. A intensidade da turbulência artificial é aumentada de forma a se obter uma velocidade RMS de  $u_{RMS} = 1,5 \text{ m/s}$  ao invés dos  $u_{RMS} = 0,6 \text{ m/s}$  como em simulações da primeira análise de sensibilidade. Além disso, as flutuações artificiais são tornadas anisotrópicas e dimensionadas de acordo com o perfil de  $u_{RMS}$ , fornecendo um perfil turbulento muito mais fiel ao de um canal turbulento. O dimensionamento de acordo com  $u_{RMS}$  foi preferido ao invés do método original - que é de acordo com o a tensão  $R_{uv}$  - porque esta anula as ondas ao longo da linha central longitudinal do canal. Em um método tão sensível às perturbações impostas na entrada como PANS, este centro sem nenhuma instabilidade gera um núcleo laminar (sem nenhuma turbulência) que persiste ao longo de todo o domínio, prejudicando severamente os resultados. A [Fig. 4.26](#) mostra os perfis resultantes da velocidade média e dos tensores de Reynolds resolvidos resultantes da turbulência artificial. A condição de saída de gradiente zero é imposta para a velocidade.

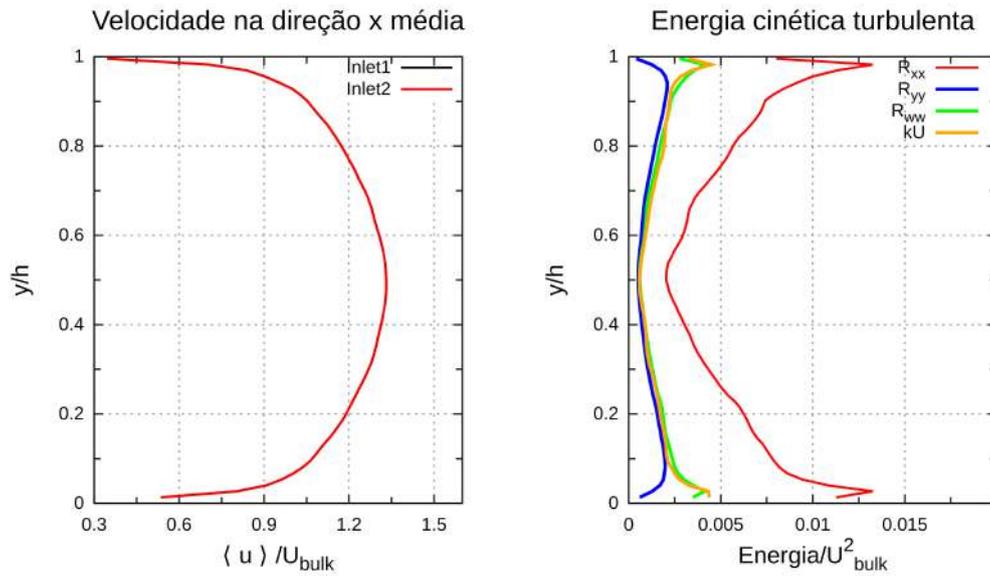
Figura 4.25 - Detalhe da malha preliminar na região da união dos canais no plano de despejo.



Fonte: Produção do autor.

A estrutura da malha foi melhorada de acordo com as observações das seções anteriores, e agora seu *layout* é copiado da malha usada por [Han et al. \(2015\)](#). As descrições

Figura 4.26 - Perfis de entrada obtidos pela turbulência artificial no caso nc1 e perfil de  $k_u$  obtido pela simulação 1D



Fonte: Produção do autor.

das malhas resultantes com diferentes refinamentos são dadas na Tab. 4.6. A quantidade de elementos de cada variante foi mantida próxima de suas contrapartidas na primeira análise. A Largura em  $z$  do caso base foi aumentado para  $2,5 h$ , e o número de células ao longo desta direção foi aumentado para 30. O comprimento do canal de entrada foi diminuído para  $150 \text{ mm}$  uma vez que o comprimento extra não produzia melhoras significativas na previsão da turbulência do canal de entrada. O redesenho da malha permitiu concentrar mais células na região próxima ao plano de despejo. Mais elementos foram adicionados próximo às paredes, cortando quase pela metade o valor de  $y^+$  na primeira célula. Nesta malha estruturada, a região refinada próxima às paredes do canal força a existência de elementos estirados ao longo do corpo central da malha na câmara de combustão. Na malha preliminar, isto era evitado expandindo as faixas de elementos uma vez que estas alcançavam a câmara de combustão. Os elementos estirados ao longo da parte central do escoamento fazem com que o número de iterações necessárias para que o algoritmo numérico aumente de 7 para 40 aproximadamente. Em consequência, o tempo necessário de para se resolver cada passo temporal também aumenta. Detalhes da nova malha são destacados na Fig. 4.25.

As simulações foram realizadas no cluster Zeldovitch presente na APE (Divisão de Propulsão Espacial). O cluster Zeldovitch consiste de 12 nós computacionais, cada

um equipado com dois processadores Intel Xeon E5-2640v2 8-Core@2.6GHz, com 20MB de memória cache, totalizando 16 núcleos por nodo e 64GB de memória RAM DDR4 a 2133MHz. Os nós estão distribuídos em 3 servidores SGI C2112-4GP3, que são controlados por um quarto servidor SGI C2112-GP2. O "*switch*" infiniband com 56GB/s de velocidade é usada para conectar os nós. O caso base na malha média leva 4 horas para ser completado quando distribuído em 32 núcleos, com aproximadamente 2 passos temporais sendo resolvidos por segundo, apesar do incremento nas iterações necessárias para a solução da pressão mencionado anteriormente. A corrida mais longa realizada (com a malha fina e com o menor passo temporal) levou aproximadamente 30 horas para ser completada em 64 núcleos.

Tabela 4.6 - Quadro resumo das malhas usadas nesta seção. "N.  $xy$ " é o número de elementos na seção transversal da malha e "N.  $z$ " é o número de elementos na direção  $z$ .

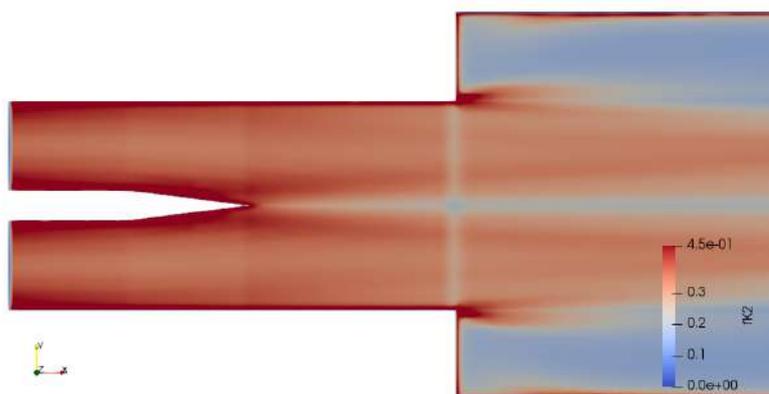
Nome da malha	N. $xy$	N. $z$	Total de elementos	Comprimento transversal	$y^+$ (nc1)
Coarsest (Mais Grossa)	15960	25	399000	2,5h	8
Coarse (Grossa)	21760	25	544000	2,5h	8
Medium (Média)	28424	30	852720	2,5h	6
Fine (Fina)	48000	35	1680000	2,5h	3
MediumExt (Média Estendida)	28424	60	1705440	5h	6
MediumCmpct (Média Compacta)	28424	15	426360	1h	6

A Fig. 4.27 mostra as estimativas para o  $f_k$  ideal dadas pela Eq. 3.42 para a nova malha. Novamente, o fato de que este método propicia um valor alto de  $f_k$  próximo as paredes é esperado. Nesta região, não importa o quanto se tornem pequenos os elementos na direção  $y$  para se obter valores baixos de  $y^+$  junto à parede, o grande comprimento destes elementos na direção  $x$  e  $z$  os tornam inaptos para capturar a turbulência de escala característica diminuta que aparece junto às paredes. Nas demais áreas a estimativa permite a adoção de valores de  $f_k$  parecidos aos da malha da seção preliminar.

Tabela 4.7 - Quadro resumo das simulações realizadas nesta seção.

simulação nc1	nome	malha	passo temporal $\delta t$	Modelo	espessura $z$
1	Fine01	Fina	$1.10^{-5}$	$k - \epsilon$	2,5h
2	Medium03	Média	$3.10^{-5}$	$k - \epsilon$	2,5h
3	Coarse03	Grossa	$3.10^{-5}$	$k - \epsilon$	2,5h
4	Coarsest05	Mais Grossa	$5.10^{-5}$	$k - \epsilon$	2,5h
5	Medium01	Média	$1.10^{-5}$	$k - \epsilon$	2h
6	Medium05	Média	$5.10^{-5}$	$k - \epsilon$	2h
7	MediumExt03	MédiaEst	$3.10^{-5}$	$k - \epsilon$	2h
8	MediumCmpt03	MédiaCmpt	$3.10^{-5}$	$k - \epsilon$	1h
9	Medium03LRN	Média	$3.10^{-5}$	LRN $k - \epsilon$	2,5h
10	Medium03WF	Média	$3.10^{-5}$	$k - \epsilon$	2,5h

Figura 4.27 - Estimativas para o valor mínimo de  $f_k$  permitido pelo tamanho dos elementos na região próxima ao plano de despejo.

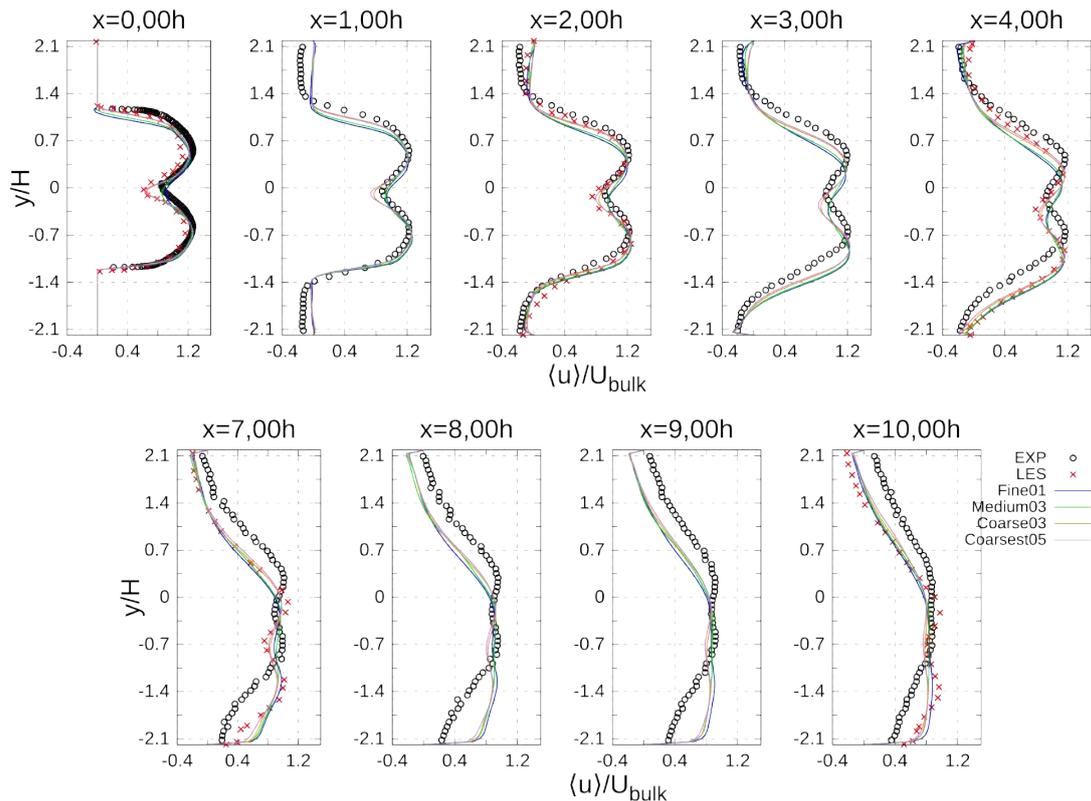


Fonte: Produção do autor.

#### 4.4.2 Estudo de independência respeito a malha

Nesta seção são apresentados os resultados do estudo de independência respeito à malha da abordagem PANS com a versão original do modelo  $k - \epsilon$ , abrangendo as simulações Coarsest03, Coarse03, Medium03 e Fine01.

Figura 4.28 - Perfis da componente longitudinal da velocidade média resolvida  $\langle u \rangle$ .

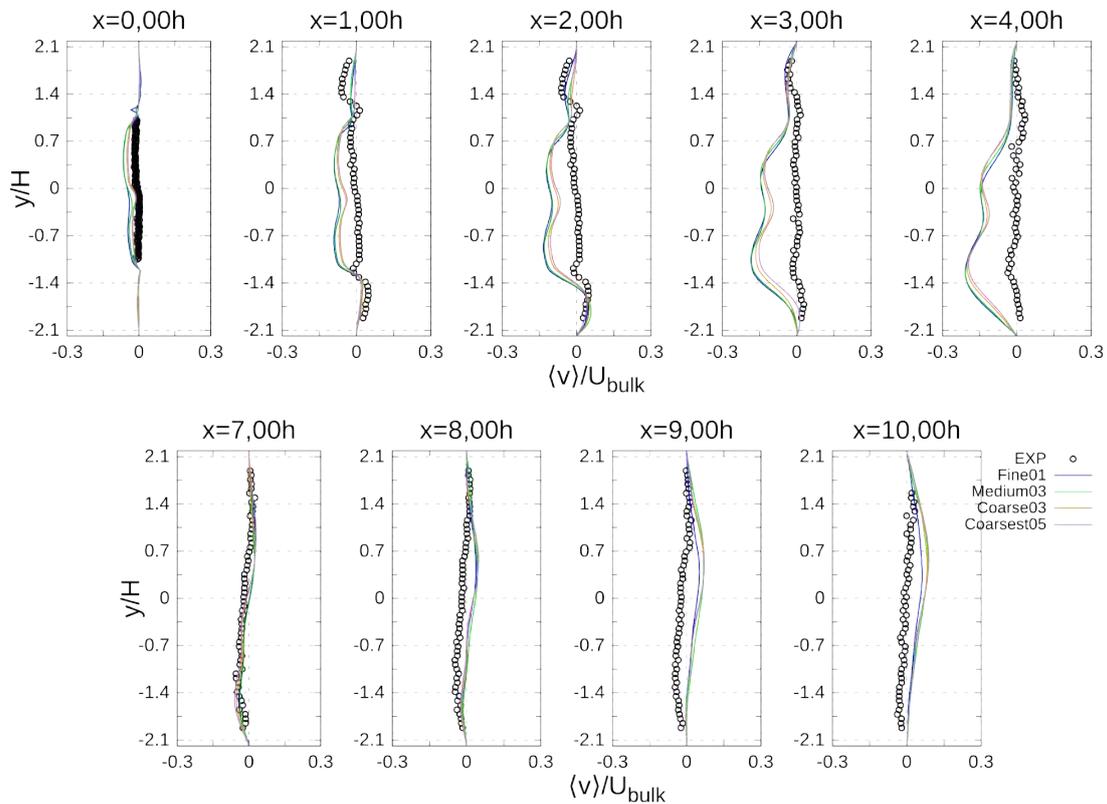


Fonte: Produção do autor.

A Fig. 4.28 mostra os perfis resultantes da componente longitudinal da velocidade média resolvida. Pode-se notar imediatamente, nas estações com  $x = 0,00 h$  e  $x = 1,00 h$  nas corridas com as malhas média e fina, um progresso com relação às corridas da primeira análise na mistura turbulenta no plano de despejo. Isto é provavelmente causado pelo incremento na turbulência de entrada e no refinamento próximo às paredes. As malhas grossa e muito grossa têm a mesma deficiência na mistura dos jatos das simulações da primeira análise, o que indica que estas malhas são inadequadas para o resolver o problema devido à falta de resolução na malha nos canais de entrada. Nenhum dos aperfeiçoamentos agregados ao método nesta seção foi capaz de reduzir a deflexão do jato no sentido de igualar o experimento. De fato, as mudanças tiveram um impacto negativo neste sentido. Ao longo das estações, as

simulações se dividem em dois grupos, cada um seguindo um caminho discretamente diferente. O primeiro grupo, formado pelas malhas grossa e muito grossa, se afastam menos dos resultados experimentais e portanto possuem a menor sobrestimação do desvio do jato. Apesar da mistura inadequada nestas malhas, a separação entre os jatos é rapidamente diminuída, mas os perfis nunca se tornam uma planície como os experimentais. As malhas fina e média sobrestimam severamente o desvio do jato, a tal ponto que o escoamento chega a separar mesmo antes de entrar na câmara - há uma pequena entrada de velocidade negativa na parede superior da entrada na estação com  $x = 0,00 h$ . Entretanto, todas as corridas concordam razoavelmente bem com resultados LES de Duwig e Fureby (2007).

Figura 4.29 - Perfis da componente  $y$  da velocidade média resolvida  $\langle v \rangle$ .

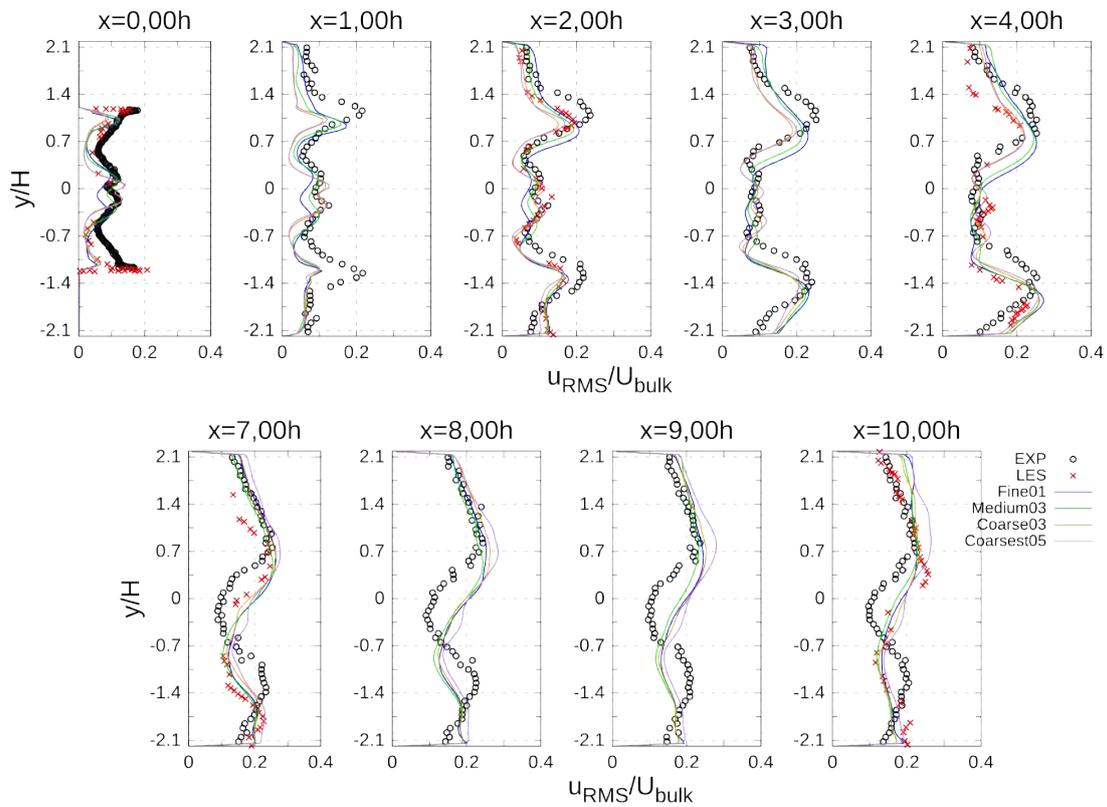


Fonte: Produção do autor.

Os perfis de velocidade média resolvida na direção  $y$  são apresentados na Fig. 4.29 e oferecem uma ilustração melhor de como a deflexão do jato é capturada nas simulações. Pode-se ver que a magnitude da velocidade com que o escoamento é puxado para baixo no experimento é sempre bastante discreta. Nas primeiras cinco estações, os perfis são bem simétricos, e portanto não há quase deflexão. Das estações  $x = 7,00 h$  em diante, a maior parte do perfil de velocidade  $y$  está do lado negativo,

especialmente na metade inferior do escoamento, e o viés para baixo do jato começa a ser visível. Além disso, os perfis rapidamente recobram a simetria e próximo à estação  $x = 10,00 h$  a parte superior do jato vai para cima. Esta é uma tendência que é seguida por uma leve propagação do núcleo do jato para cima dos perfis de velocidade longitudinal na Fig. 4.28. As simulações exageram todos estes processos. A velocidade negativa dos jatos aumenta até alcançar os 15% da velocidade média logo após deixar o plano de despejo. Nas proximidades da estação  $x = 7,00 h$ , os perfis também recobram a simetria e passam a apresentar a melhor concordância com os resultados experimentais de dentro de todo o conjunto de estações. Em seguida, a recuperação da velocidade positiva na direção  $y$  é muito mais acentuada que no experimento. Nenhuma das diferentes configurações de refinamento da malha apresentou melhoras significativas com respeito às demais neste sentido. As simulações são separadas em dois grupos, e consistente com o observado anteriormente, as malhas média e fina apresentam as velocidades mais negativas nas estações  $x = 2,00 h$  e  $x = 3,00 h$ , produzindo as deflexões mais intensas já no início do escoamento.

Figura 4.30 - Perfis do RMS da componente longitudinal da velocidade média resolvida  $u_{RMS}$ .

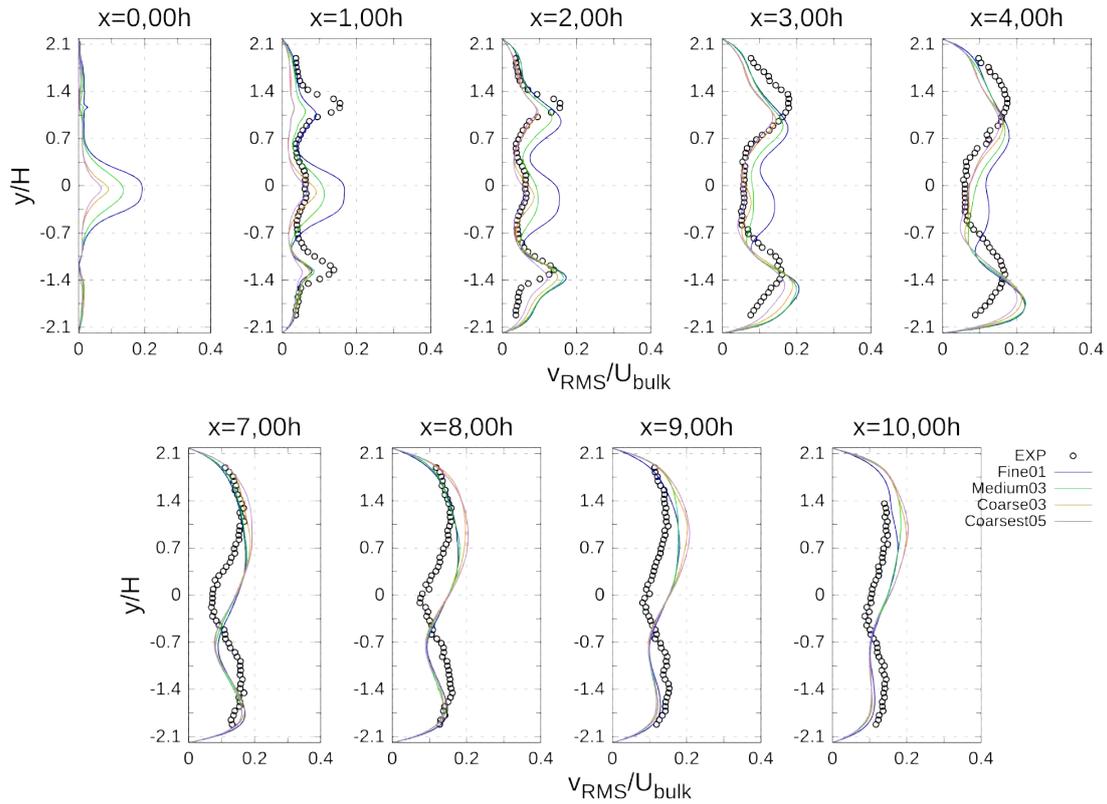


Fonte: Produção do autor.

Os perfis do RMS da velocidade longitudinal mostrados na Fig. 4.30 revelam que, de novo, as corridas se separam nos mesmos dois grupos. Por causa da sobrestimação na deflexão do jato, todos os resultantes de todas as simulações diferem por um desalinhamento com respeito aos perfis experimentais nas estações  $x = 3,00 h$  e posteriores. O mesmo pico alto entre jatos das corridas da primeira análise é repetido nas malhas grossa e muito grossa. Nas demais malhas este pico vai progressivamente sendo eliminado na medida em que o refinamento é aumentado. Seu tamanho inclusive parece ser subestimado pela malha fina. As corridas com a malha fina e média sobrestimam a dissipação deste pico, uma vez que nas estações  $x = 2,00 h$  e  $x = 3,00 h$  este fica sub-representado com respeito aos dados experimentais. Todas as simulações têm dificuldades em reproduzir a intensidade turbulenta nas camadas de cisalhamento atrás dos degraus, no entanto desta vez os perfis chegam muito mais próximos aos experimentais. Nas estações  $x = 2,00 h$  e  $x = 3,00 h$  as intensidades máximas quase se igualam às experimentais. A intensidade na camada de cisalhamento inferior é prevista de maneira quase igual por todas as corridas, enquanto que a superior é pior representada pelas simulações nas malhas rústica e muito rústica. Pelos resultados de  $u_{RMS}$  não se pode identificar muita diferença qualitativa entre o desempenho das diferentes malhas. Todas as simulações concordam bem com os resultados LES.

Os perfis do RMS das componentes transversais da velocidade resolvida são exibidos nas Figs. 4.31) e 4.32) mostram que as modificações feitas às configurações das simulações foram capazes de introduzir instabilidades nas direções  $y$  e  $z$ , ao contrário do que ocorria nas simulações da primeira análise de sensibilidade. Isto é devido ao incremento na intensidade turbulenta de entrada. Os valores máximos, que deveriam ocorrer logo atrás dos degraus, no entanto, continuam subestimados, como pode ser visto na estação  $x = 1,00 h$  nos perfis de  $v_{RMS}$ . As malhas grossa e muito grossa diferem da fina e média principalmente pelas intensidades máximas alcançadas na camada de cisalhamento superior. Após a estação  $x = 4,00 h$ , os resultados de todas as simulações se aproximam progressivamente umas às outras, sugerindo que, no final do domínio, todas as malhas têm resolução adequada para a resolver o problema. As tensões resolvidas, apresentadas na Fig. 4.33), mostram que as simulações concordam bem com os valores experimentais, exceto pelo desalinhamento relacionado à deflexão do jato. A principal deficiência coletiva é, de novo, na região atrás dos degraus, na estação  $x = 1,00 h$ . As intensidades, no entanto, são rapidamente recuperadas e próximo à estação  $x = 2,00 h$  os picos quase concordam com os resultados experimentais. Não há grande diferença qualitativa entre as simulações que possa ser destacada pelos resultados das tensões, exceto que as malhas

Figura 4.31 - Perfis do RMS da componente  $y$  da velocidade média resolvida  $v_{RMS}$ .



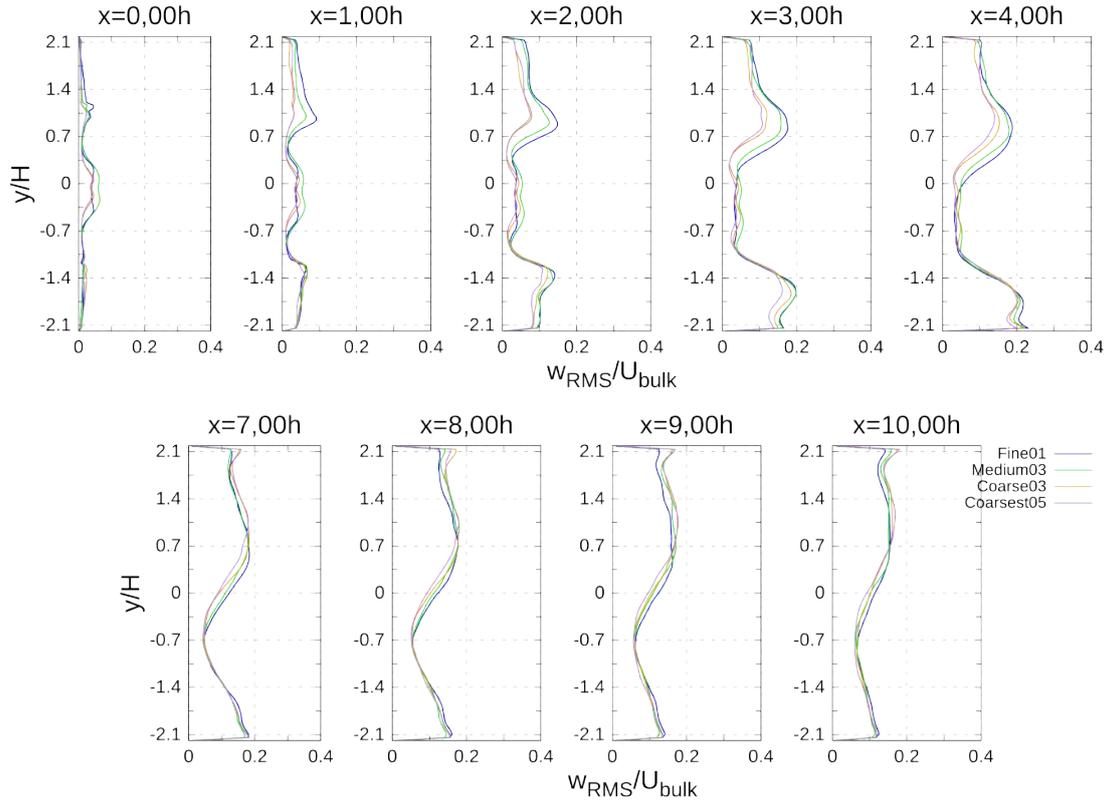
Fonte: Produção do autor.

grossa e muito grossa apresentam intensidades menores atrás do degrau.

Os gráficos do RMS total da velocidade longitudinal, obtido pela soma quadrática do RMS da velocidade resolvida com a modelada, são apresentados na Fig. 4.34. Assim como observado na seção preliminar, estes perfis são muito parecidos aos do RMS da velocidade resolvida apenas. Nas simulações finais, a semelhança é ainda mais acentuada, o que é inevitável dado que intensidade turbulenta resolvida foi propositalmente aumentada por meio da condição de contorno de entrada. Pequenas diferenças visíveis nos gráficos equivalentes da seção preliminar são provavelmente exacerbadas pela energia turbulenta modelada excessiva que sua configuração gerava. Dessa forma, a contribuição das escalas modeladas era maior.

Estruturas nitidamente diferentes são produzidas por cada simulação apesar das similaridades entre seus resultados médios, como pode ser visto na Fig. 4.35. Consistente com as melhoras no comportamento da velocidade RMS, podemos ver agora que a turbulência produzida nas regiões de grande cisalhamento atrás dos degraus e principalmente atrás da ponta da borda de fuga têm uma aparência muito mais natural na nova malha média que em simulações da primeira análise. Os vórtices

Figura 4.32 - Perfis do RMS da componente  $z$  da velocidade média resolvida  $w_{RMS}$ .

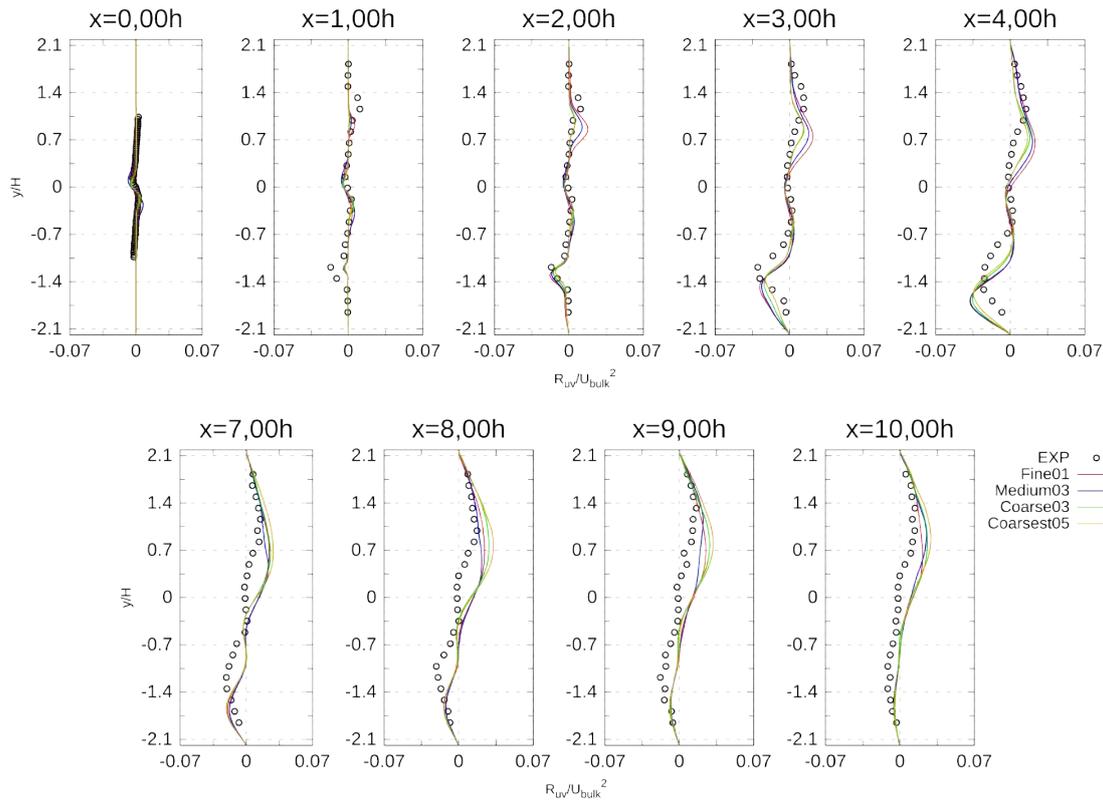


Fonte: Produção do autor.

cilíndricos exageradamente bidimensionais desapareceram como consequência do aumento da intensidade turbulenta de entrada. Em seu lugar, novas estruturas grandes apareceram. Porções do fluido com grande movimento de cisalhamento agora se desprendem da placa separadora, aparecendo nas imagens como os grandes buracos entre as estruturas produzidas nos degraus e na esteira. Na malha fina, vórtices cilíndricos retornam a aparecer na esteira, porém desta vez estão entrelaçados com vórtices em forma de S que podem ter fornecido a intensidade turbulenta nas direções  $z$  e  $y$  observada nos gráficos de  $v_{RMS}$  e  $w_{RMS}$ . O espaço entre as estruturas é mais evidente na simulação com a malha fina. A malha mais grossa exibe vórtices cilíndricos sendo emitidos do degrau superior. Um aspecto destas visualizações identifica os mesmos dois grupos de anteriormente: nas malhas média e fina a esteira de estruturas emitidas entre os jatos vindos de cada entrada aumenta de espessura na medida em que se afasta do plano de despejo, enquanto que nas malhas grossa e muito grossa esta tende a diminuir ou manter-se do mesmo tamanho.

É difícil tirar uma conclusão clara por meio destas visualizações sobre qual das simulações fornece uma representação física melhor das estruturas turbulentas sem se

Figura 4.33 - Perfis das tensões da turbulência resolvida  $\langle uv \rangle$ .

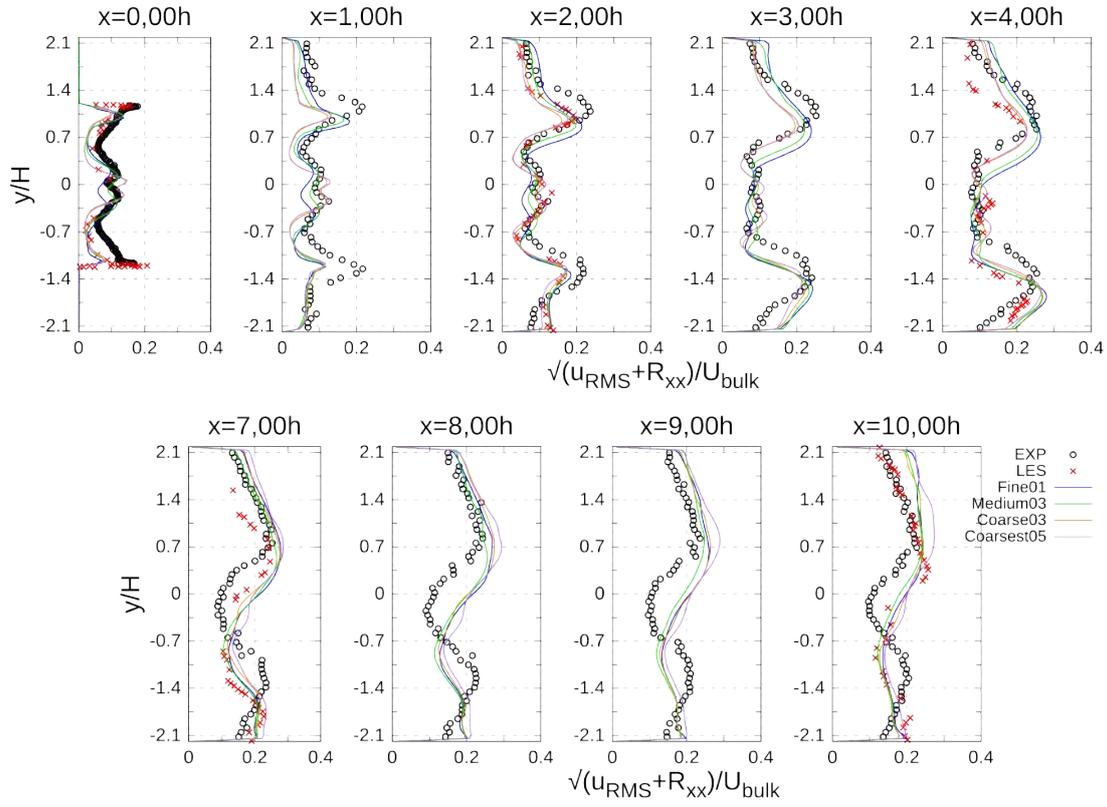


Fonte: Produção do autor.

ter uma visualização do escoamento experimental equivalente ao conceito do critério  $Q$ . No entanto, as diferenças marcantes entre as estruturas produzidas nas malhas fina e média podem ser um indicativo de que uma independência absoluta dos resultados com respeito ao refinamento da malha é impossível neste tipo de escoamento interno. A abordagem vai capturar estruturas progressivamente mais finas na medida em que a resolução aumentar próximo às paredes, alterando a dinâmica das estruturas grandes que definem o comportamento geral do escoamento. O limite de independência com respeito à malha deve estar, desta forma, no nível de refinamento em que a turbulência próxima à parede é capturada inteiramente, ou seja, quando a malha tiver um refinamento equivalente ao de um LES resolvido até a parede.

Para uma avaliação mais profunda da dinâmica da turbulência produzida pela abordagem, os espectros de densidade de energia das oscilações da componente  $x$  velocidade dos dados de duas sondas localizadas em  $(1, 3 h, 0, 0)$  e  $(1, 3 h, 1, 6 h, 0)$  foram obtidos. Os resultados estão nas Figs. 4.36 e 4.37. A primeira sonda está localizada na esteira da ponta da placa separadora, enquanto a segunda está na camada de cisalhamento que se forma atrás do degrau superior. Os espectros da sonda 1 em

Figura 4.34 - Perfis do RMS da componente longitudinal da velocidade total, obtida da soma quadrática entre o quadrado da resolvida  $u_{RMS}$  e a modelada  $\sqrt{\langle \tau_{11} \rangle}$ .

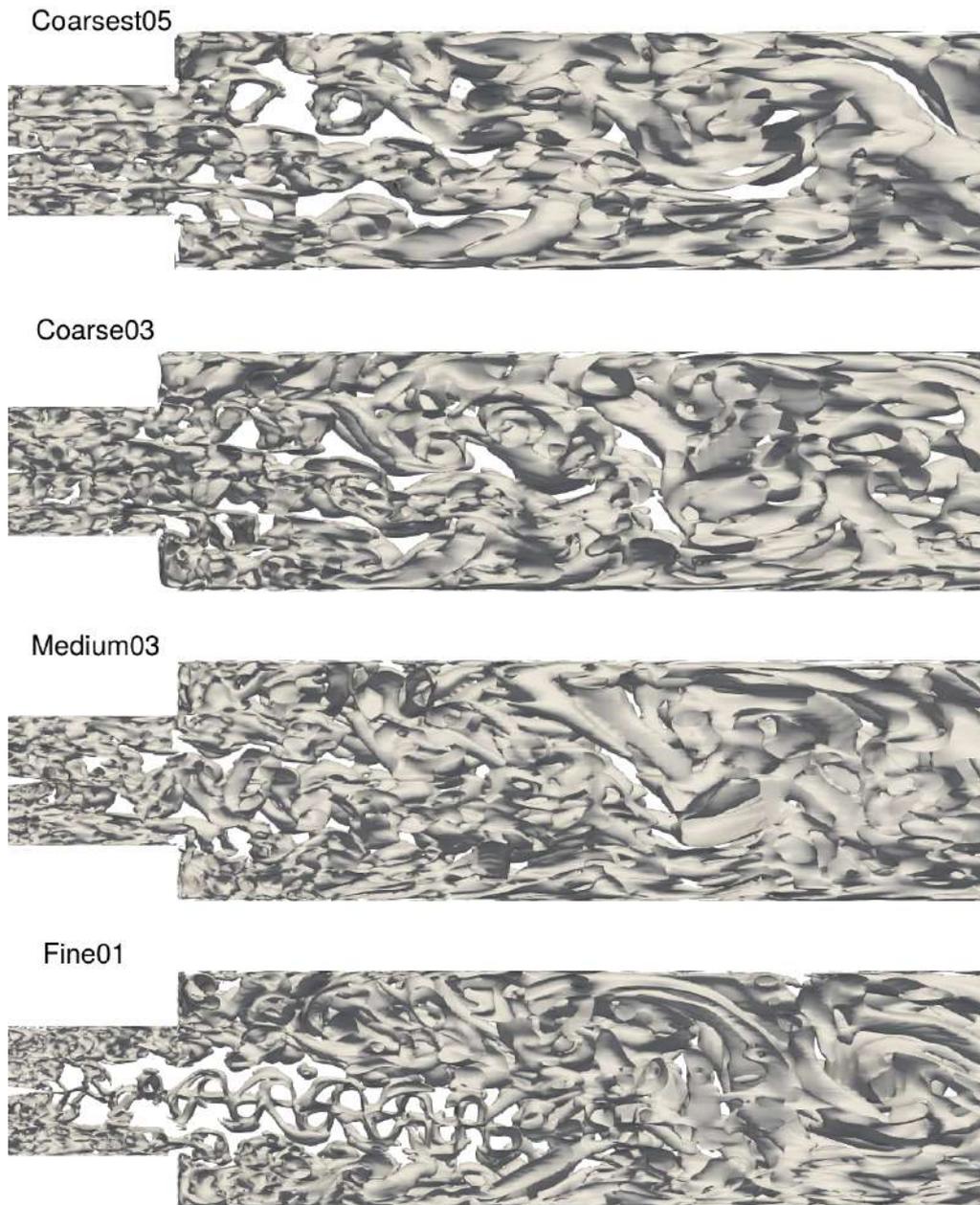


Fonte: Produção do autor.

todas as simulações apresenta o comportamento característico de decaimento nas frequências acima de 300Hz, que corresponde ao ramo inercial. No entanto, este decaimento segue uma trajetória parabólica no gráfico bilogartmico, ao invés de escalar segundo uma potência de  $-5/3$  da frequência. O começo da parábola em todos os gráficos concorda aproximadamente com a reta definida pela lei da potência de  $-5/3$ . Este comportamento ilustra a natureza do funcionamento do filtro implícito de PANS. Não há uma frequência clara de corte, e os vórtices perdem energia nas maiores frequências por ação da viscosidade aumentada. Isto cria uma região de rápido decaimento ainda numa faixa que pertencente ao ramo inercial do experimento, remanescente de uma faixa de Kolmogorov de um fluido Newtoniano normal. Esta região do espectro é interpretada por [Reyes et al. \(2014\)](#) como causada, dentro da lógica da filtragem implícita, por uma sobreposição das menores escalas resolvidas com as maiores escalas modeladas pela simulação.

A comparação entre os espectros de densidade de energia das simulações revela que não há uma diferença significativa entre os resultados fornecidos pelos diferentes

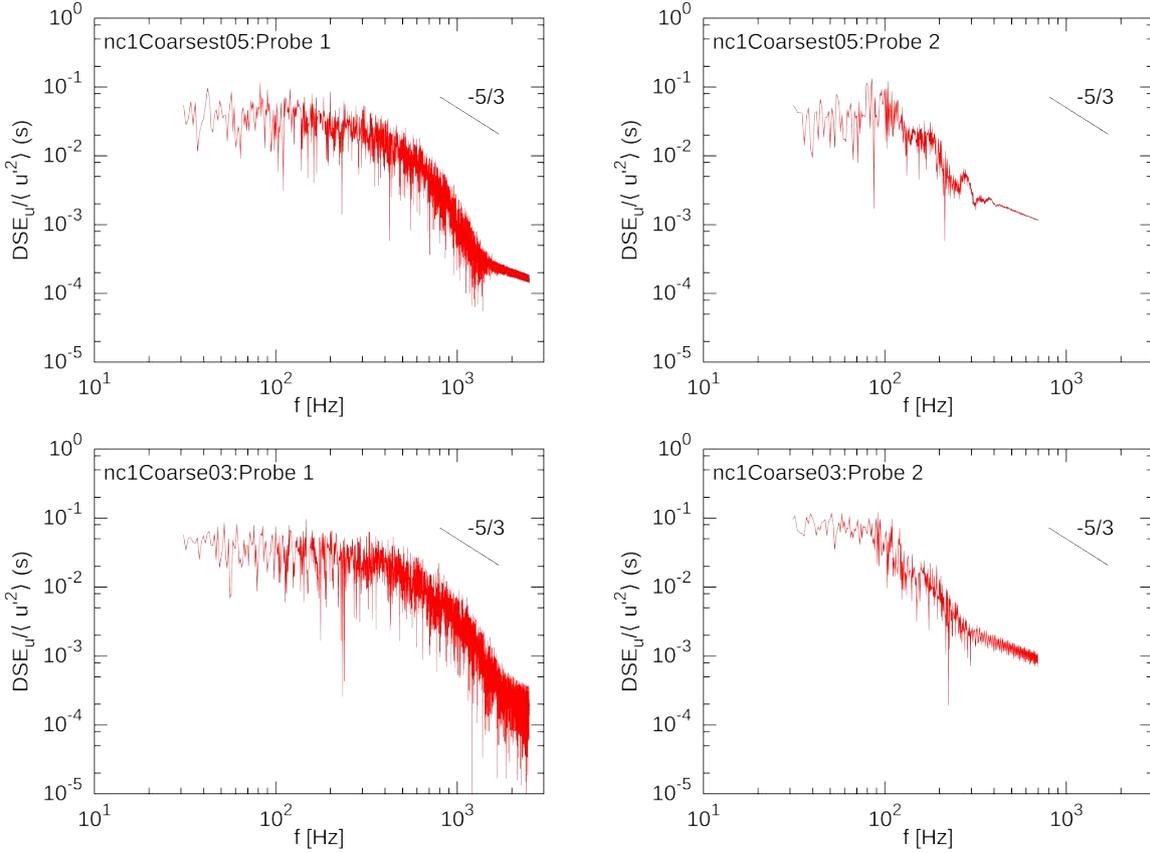
Figura 4.35 - Isosuperfícies do critério  $Q$  com  $Q = 1 \text{ s}^{-2}$ .



Fonte: Produção do autor.

graus de refinamento. A densidade de energia decai mais rapidamente na malha grossa, enquanto que nas malhas média e refinada o decaimento parece se dar de maneira menos acentuada. Na malha mais grossa, o decaimento é ainda mais acentuado. Isto amplia a região do gráfico que concorda melhor com a lei de escala segundo a potência de  $-5/3$ , e pode-se dizer que um refinamento maior ajuda a capturar com mais precisão os vórtices do começo da faixa inercial.

Figura 4.36 - Espectros da velocidade longitudinal de duas sondas nas simulações.

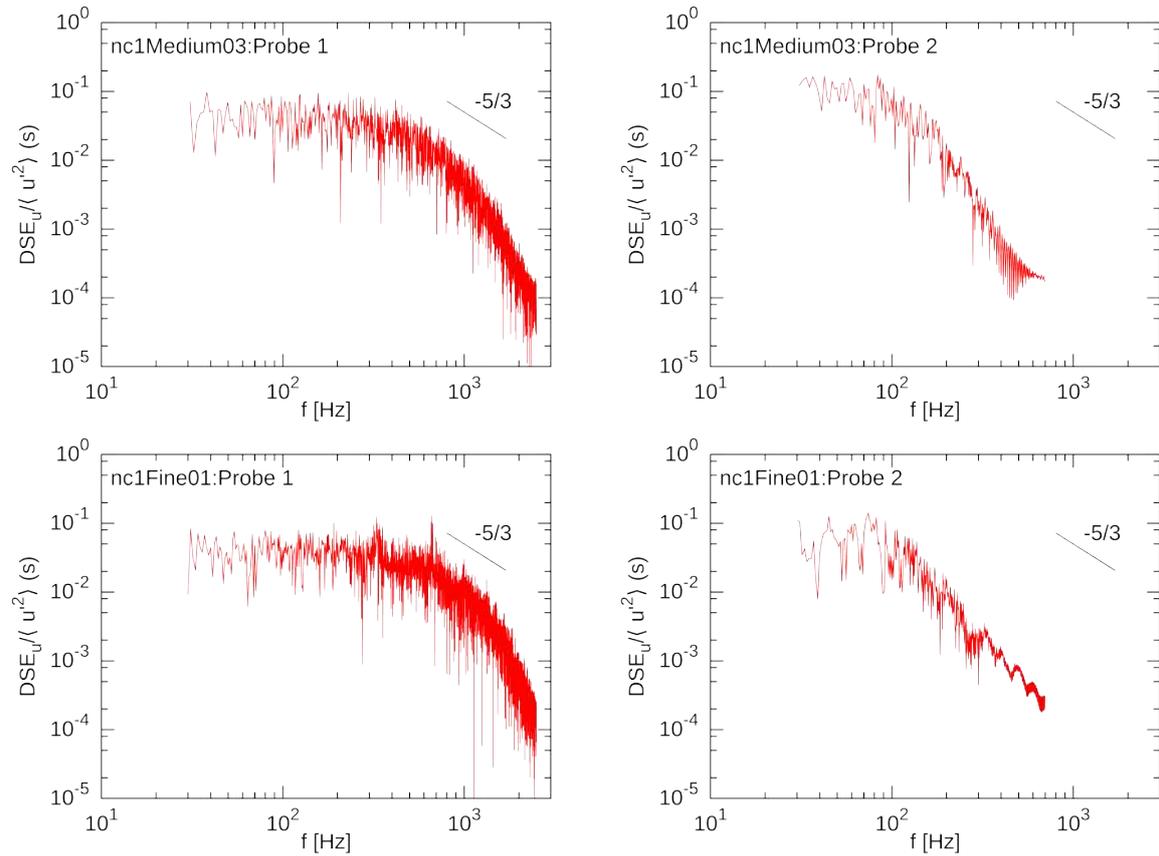


Fonte: Produção do autor.

O espectro da segunda sonda revela um cenário completamente diferente no comportamento das perturbações. Os vórtices aparecem até a frequência de 100Hz, de onde rapidamente começam a perder energia até que em 300Hz o conteúdo de energia passa a ser muito baixo. Isto se repete em todas as simulações estudadas nesta seção, e mostra que nenhuma é capaz de produzir turbulência resolvida com um comportamento natural nesta região. No entanto, este comportamento é consistente com a análise da frequência de corte local PANS em termos da dissipação e energia cinética turbulenta modelada como explicado na Seção (3.4). Com uma rápida estimativa baseada nos valores de  $k_u$  e  $\epsilon_u$  na região, a máxima escala temporal turbulenta modelada é de entorno de 0,012 s nesta região, o que implica em uma frequência de 83Hz. Portanto todas as escalas temporais abaixo da marca de 83Hz estão sendo ativamente amortecidas pelo modelo. A menor frequência resolvida é de aproximadamente 260Hz, consistente com o ponto onde os densidade de energia se torna insignificante nos espectros. Nesta frequência, o ramo inercial ainda não começou a aparecer, e portanto não existe nenhuma escala inercial sendo resolvida pelas

simulações. O fato de que a frequência modelada seja tão alta nesta região explica as baixas intensidades turbulentas observadas em todos os perfis de velocidade RMS atrás dos degraus.

Figura 4.37 - Espectros da velocidade longitudinal de duas sondas nas simulações.



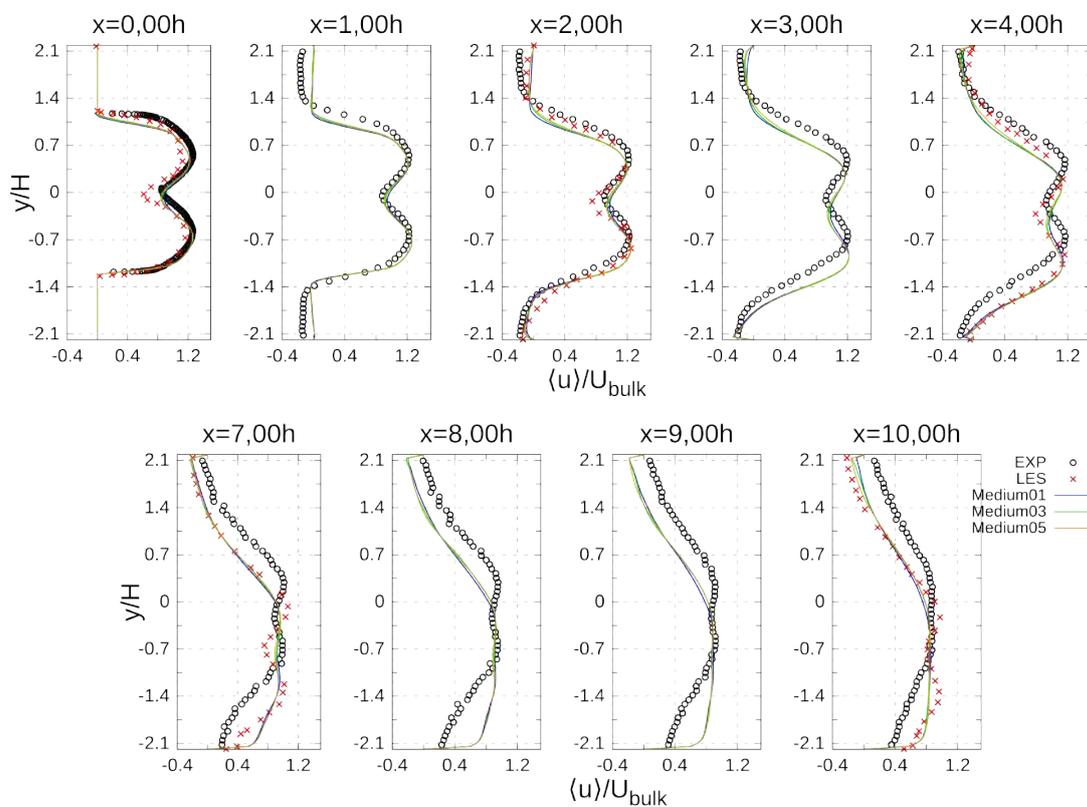
Fonte: Produção do autor.

### 4.4.3 Análise de independência respeito ao passo temporal

Para a análise de independência respeito ao passo temporal testamos na malha média três passos temporais de tamanhos  $1.10^{-5} s$ ,  $3.10^{-5} s$  e  $5.10^{-5} s$  nas corridas Medium01, Medium03 e Medium05, respectivamente.

Em teoria, todos os passos temporais são adequados para a execução da simulação na malha média. Os passos  $1.10^{-5} s$  e  $3.10^{-5} s$  asseguram um número de Courant máximo menor que 0,9, e um médio de abaixo de 0,12. O passo  $5.10^{-5} s$  garante um número de CFL máximo de 1,6 e um médio de 0,19. Os valores máximos estão no limite do aceitável, no entanto ocorrem somente no plano de despejo, onde o jato de entrada encontra a banda de elementos refinados que sai da região da parede dos degraus. Portanto, é improvável que afetem severamente os resultados gerais. Apesar desta garantia numérica de que o problema pode ser resolvido com qualquer destes passos temporais, nós exploramos a possibilidade destes terem algum impacto sobre a precisão final dos resultados.

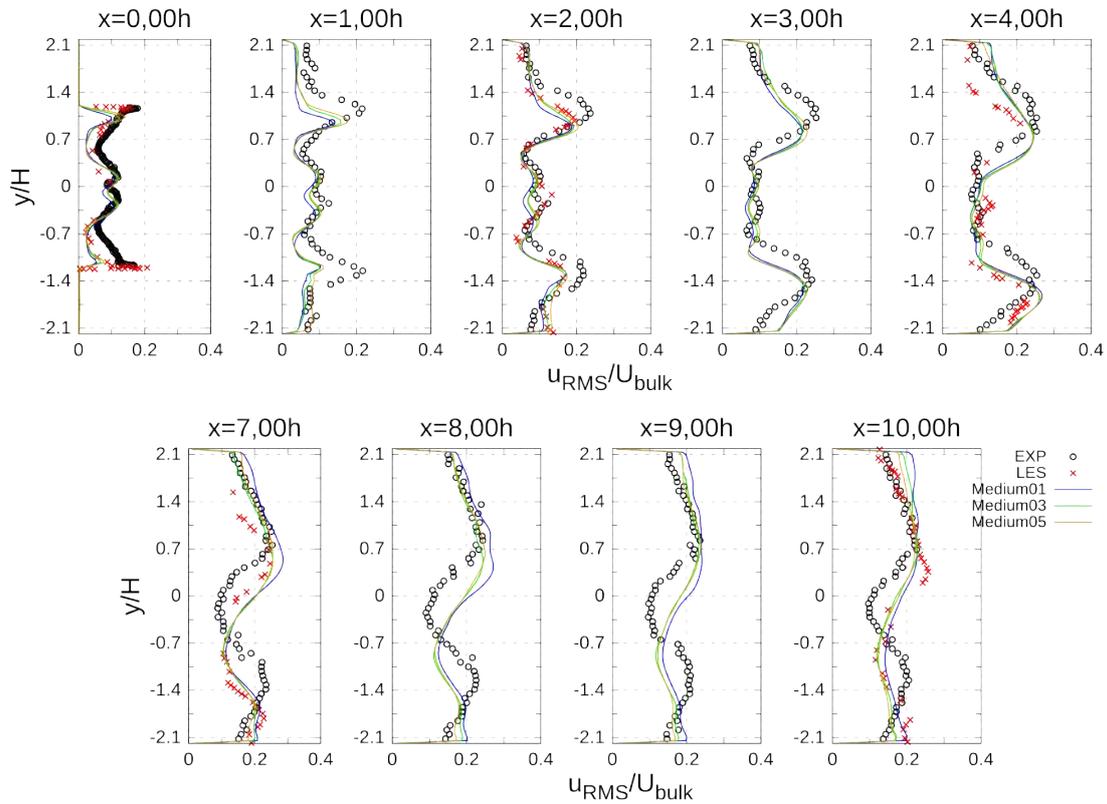
Figura 4.38 - Perfis da componente longitudinal da velocidade média resolvida  $\langle u \rangle$ .



Fonte: Produção do autor.

Os gráficos para as velocidades média e RMS na direção longitudinal são mostrados nas Figs. 4.38 e 4.39 e indicam que não há diferença nos resultados com os diferentes passos temporais. Todos os perfis estão notavelmente próximos uns aos outros. O mesmo é válido para os resultados das componentes transversais da velocidade RMS nas Figs. 4.40 e 4.41. Todas as simulações apresentam as mesmas grandezas médias que a configuração base de  $3.10^{-5} s$ .

Figura 4.39 - Perfis do RMS da componente longitudinal da velocidade média resolvida  $u_{RMS}$ .

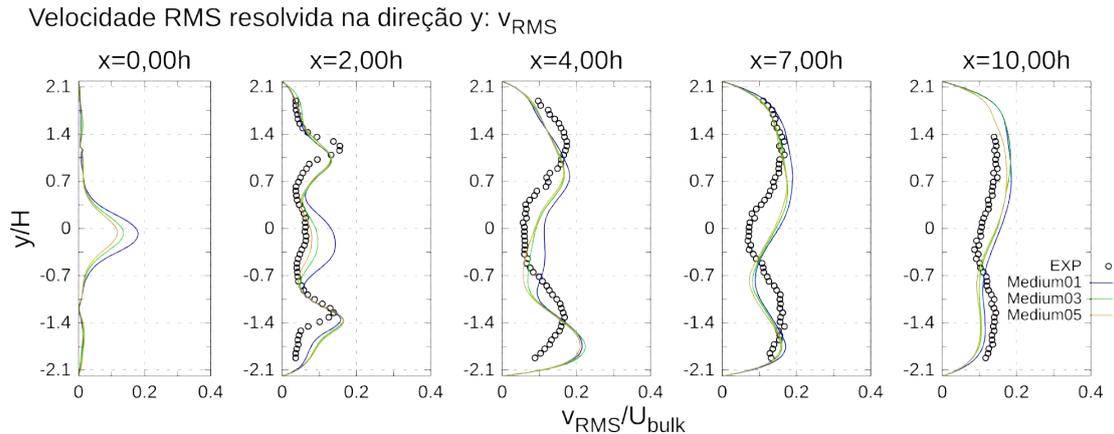


Fonte: Produção do autor.

A comparação das isosuperfícies de  $Q = 1 s^{-2}$  na Fig. 4.42 deixa em evidência que a simulação Medium01 retoma a emissão de vórtices muito bidimensionais atrás da placa separadora. Esta característica é compartilhada com a outra simulação que usa o mesmo passo temporal, a simulação Fine01, sugerindo que talvez haja uma relação entre o passo temporal pequeno e o escoamento se organizando em grandes estruturas cilíndricas.

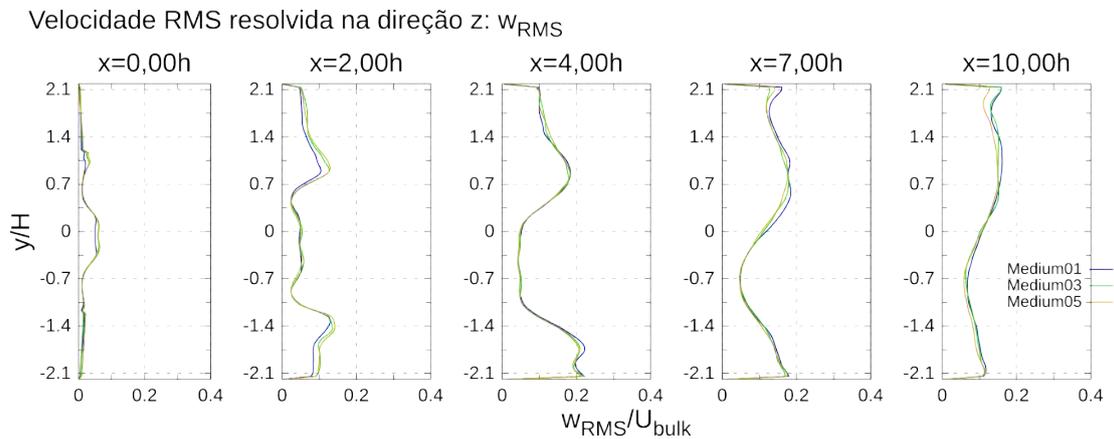
Os espectros de velocidade longitudinal da sonda 1, apresentados na Fig. 4.43, revelam a diferença mais clara entre as escolhas dos passos temporais. As simulações

Figura 4.40 - Gráficos do RMS da componente  $y$  da velocidade resolvida  $v_{RMS}$ .



Fonte: Produção do autor.

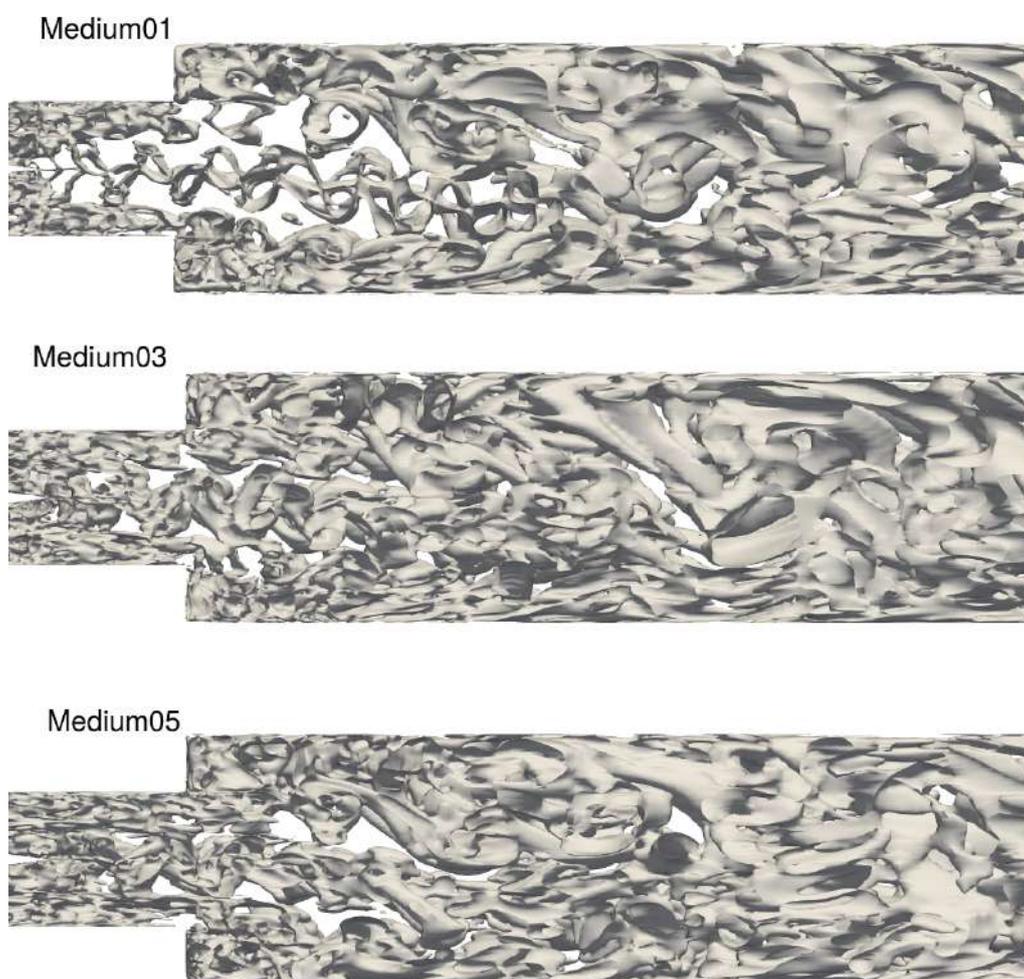
Figura 4.41 - Gráficos do RMS da componente  $z$  da velocidade resolvida  $w_{RMS}$ .



Fonte: Produção do autor.

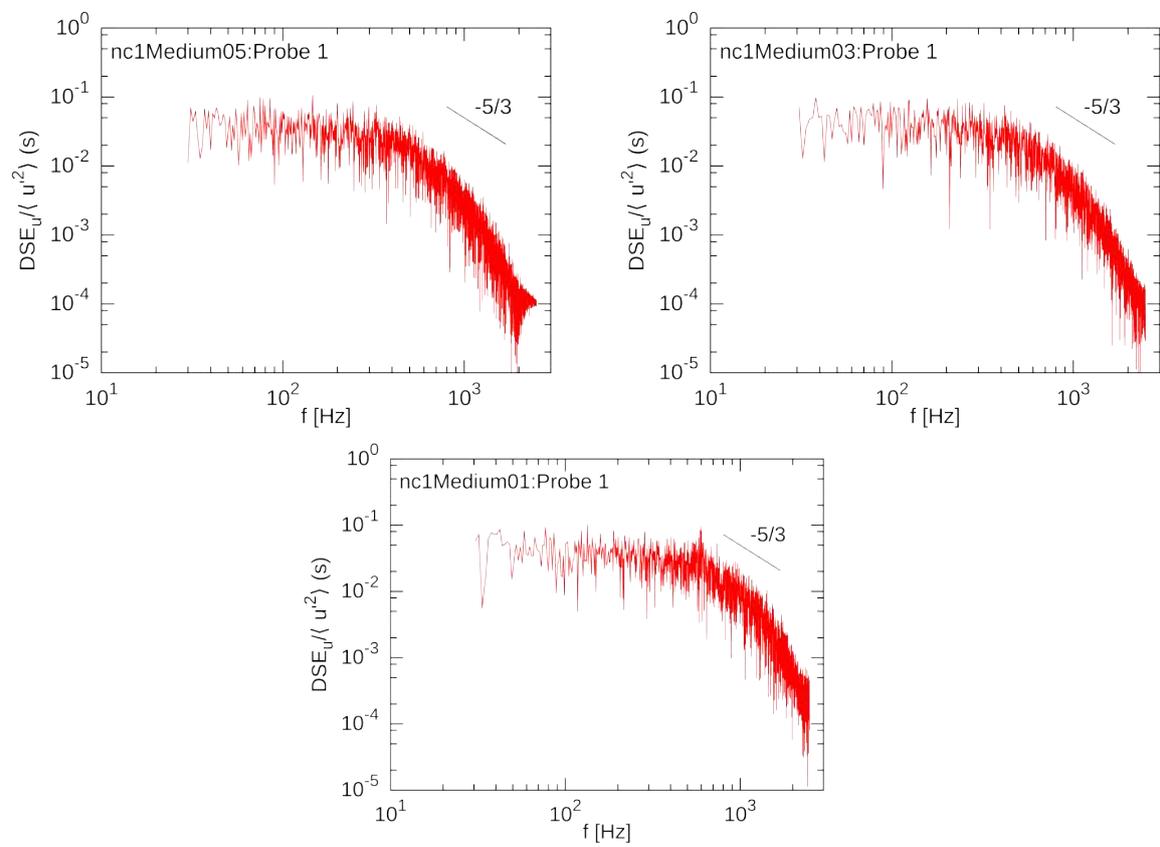
Medium01 e Medium03 são capazes de capturar melhor a porção do ramo inercial da turbulência, dado que entre as frequência de 250Hz até 900Hz o decaimento energético concorda razoavelmente bem com a regra da potência de  $-5/3$ . O espectro fornecido pela corrida Medium05 se afasta significativamente da tendência esperada neste ramo. Os resultados estatísticos médios podem ser equivalentes dentro das opções testadas porque as estruturas que dão forma ao escoamento médio são muito maiores que as desse ramo do espectro. Logo, são capturadas de maneira parecida por todas as configurações. Se, no entanto, a intenção da simulação for capturar uma dinâmica de vórtices precisa, menores passos temporais podem ser considerados, e a abordagem será capaz de reproduzir bem o comportamento de decaimento dos vórtices no início do ramo inercial.

Figura 4.42 - Isosuperfícies do critério Q nas simulações para a análise de independência respeito ao passo temporal.



Fonte: Produção do autor.

Figura 4.43 - Espectros da componente longitudinal da velocidade na sonda um de cada corrida.

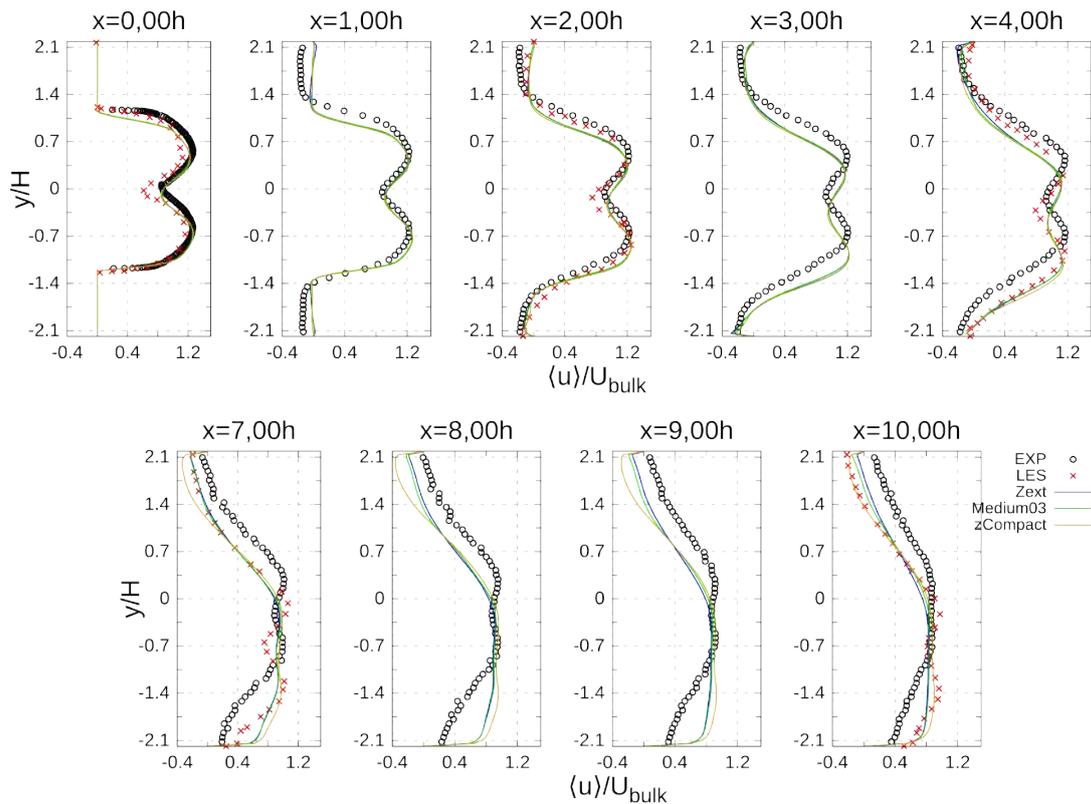


Fonte: Produção do autor.

#### 4.4.4 Análise de independência com relação a espessura do domínio

Nesta seção estudam-se os resultados da corrida com o comprimento completo do experimento (MediumExt03) e uma simulação com uma extensão de apenas  $1h = 29,9 \text{ mm}$  (MediumCmpt03) para testar a independência dos resultados com respeito a espessura do domínio. De acordo com Duwig e Fureby (2007), suficiente espaço na direção  $z$  é essencial para a descrição precisa da deflexão do jato.

Figura 4.44 - Perfis da componente longitudinal da velocidade média resolvida  $\langle u \rangle$ .

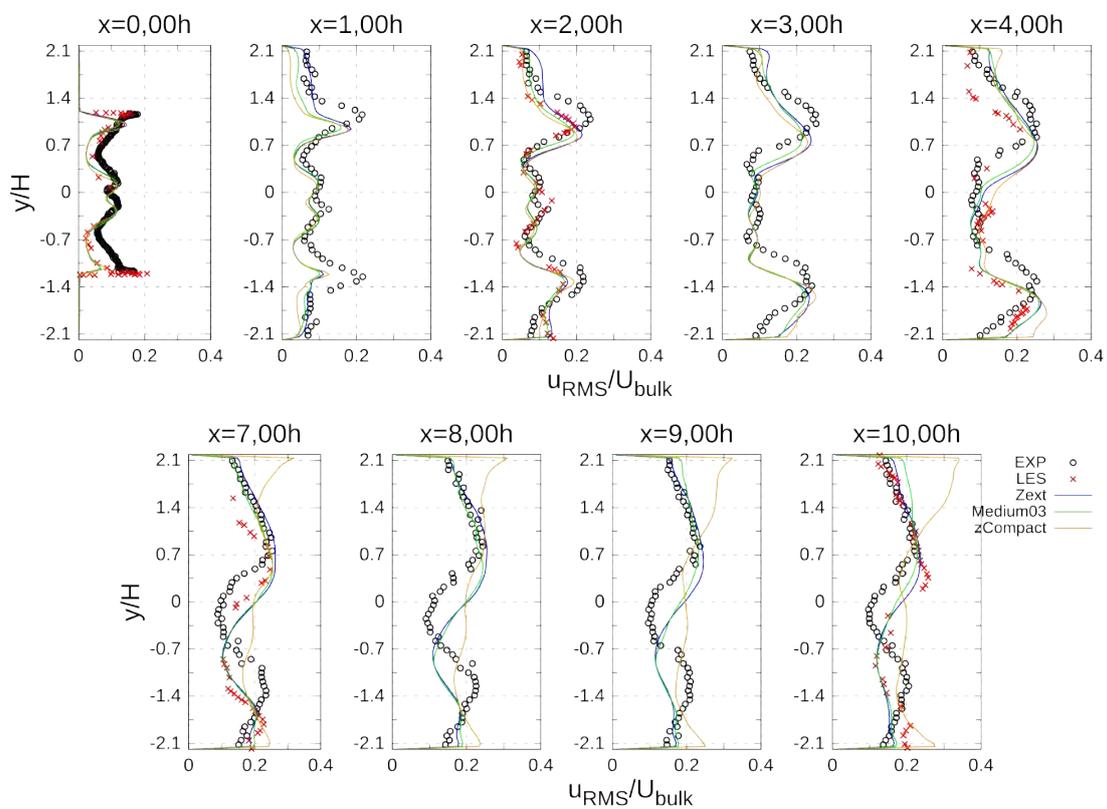


Fonte: Produção do autor.

A Fig. 4.44 contém os perfis da velocidade média das simulações. Podemos verificar imediatamente que a extensão adicional na corrida MediumExt03 não resolveu o problema do desvio do jato. Os perfis das malhas média e estendida estão praticamente sobrepostos ao longo de toda a trajetória do escoamento. Isto se repete nos perfis de todas as componentes da velocidade RMS nas Figs. 4.45, 4.46 e 4.47. A abordagem usada na referência leva em consideração a presença de paredes físicas na direção  $z$ , então é possível que esta interação com parede seja necessária para reproduzir os resultados. No entanto, resultados LES ainda melhores são obtidos por Han et al. (2015), onde a espessura completa da geometria é usada junto com

condições de contorno cíclicas assim como na presente corrida MediumExt03, mas com o diferencial de que nesta referência uma seção de 1 m de comprimento de câmara é contabilizada ao invés de 500 mm. O último caso que poderia ser avaliado portanto seria o de estender o comprimento longitudinal do domínio, de outra forma a conclusão final seria que a deficiência na previsão da deflexão do jato está unicamente relacionada com o método de modelagem e as características do escoamento que este produz próximo ao plano de despejo.

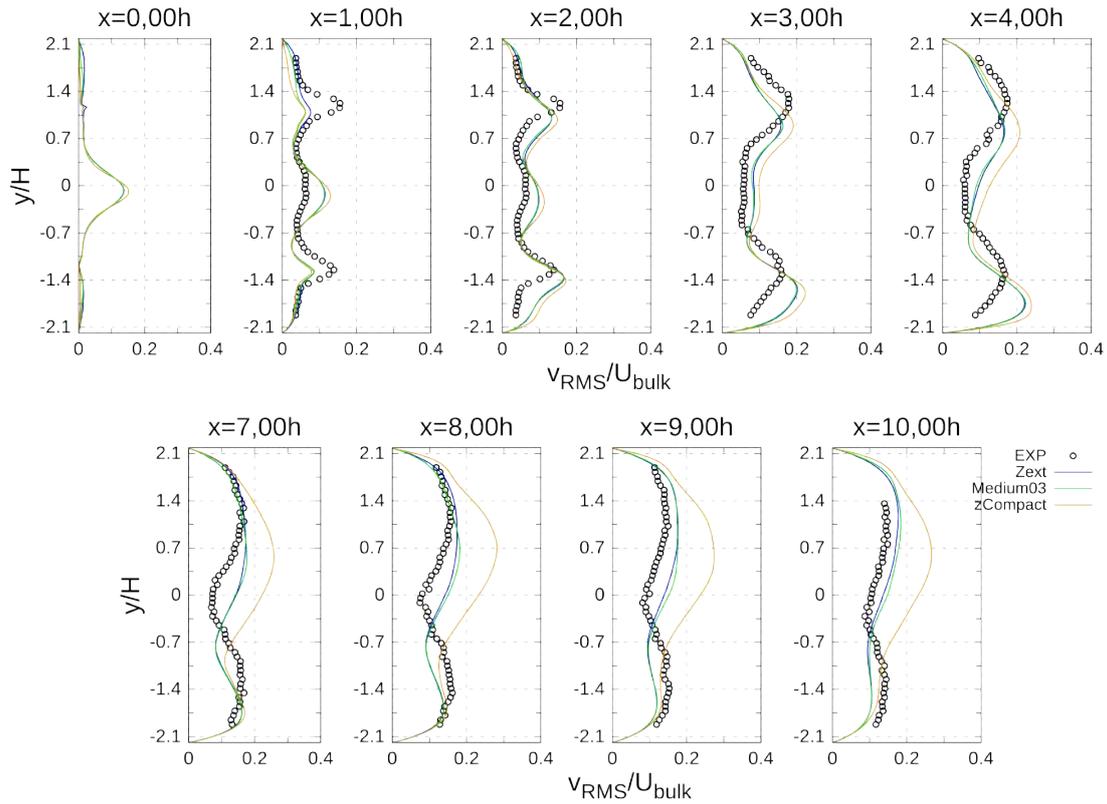
Figura 4.45 - Perfis do RMS da componente longitudinal da velocidade média resolvida  $u_{RMS}$ .



Fonte: Produção do autor.

As visualizações do critério  $Q$  na Fig. 4.48 revelam as diferenças entre o caso base e o estendido. No caso estendido, o escoamento ganha um aspecto mais natural: as grandes lacunas somem e as estruturas criadas em diferentes regiões de cisalhamento interagem umas com as outras. Portanto o acréscimo na extensão  $z$  do domínio tem um efeito positivo sobre o resultado. Ainda que isto não seja visível nas grandezas estatísticas médias analisadas anteriormente, a melhora na qualidade das estruturas turbulentas capturadas pode ser crucial para a previsão de certos fenômenos.

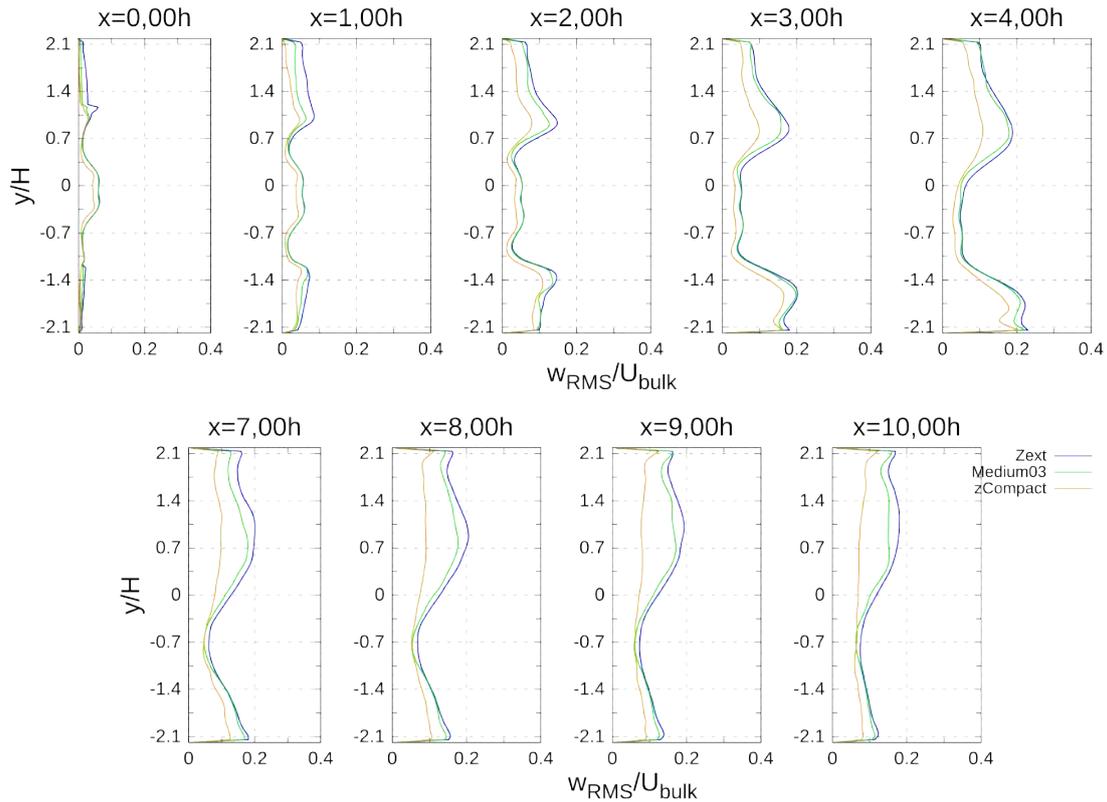
Figura 4.46 - Perfis do RMS da componente  $y$  da velocidade média resolvida  $v_{RMS}$ .



Fonte: Produção do autor.

Os efeitos sobre os resultados da falta de espaço na direção  $z$  podem ajudar a entender qual o requisito mínimo desta dimensão e os efeitos de não atendê-lo. Os perfis da componente longitudinal média resultantes desta simulação estão muito próximos aos da malha estendida nas primeiras estações. A partir da estação  $x = 7,00h$ , começam a se afastar, tanto dos perfis das outras simulações quanto dos experimentais, na região da zona de recirculação superior. Este mesmo processo acontece nos gráficos de  $u_{RMS}$ , sendo que pela estação  $x = 7,00h$  há um aumento significativo na velocidade RMS longitudinal em ambas zonas de recirculação, nas regiões próximas às paredes. Os perfis dali em diante se tornam planos, não apresentado praticamente a queda de intensidade ao longo da linha central presente em outras corridas. As paredes se tornam as regiões de intensidade máxima. Este processo é acompanhado por uma queda nos valores de velocidade RMS em direções transversais, portanto uma situação remanescente do que ocorre nas áreas próximas ao plano de despejo em simulações da primeira análise de sensibilidade. Nelas, a falta de instabilidades transversais indicavam que a maior parte da intensidade RMS observada era originada de movimentos coerentes ao invés de uma turbulência aproximadamente

Figura 4.47 - Perfis do RMS da componente  $z$  da velocidade média resolvida  $w_{RMS}$ .

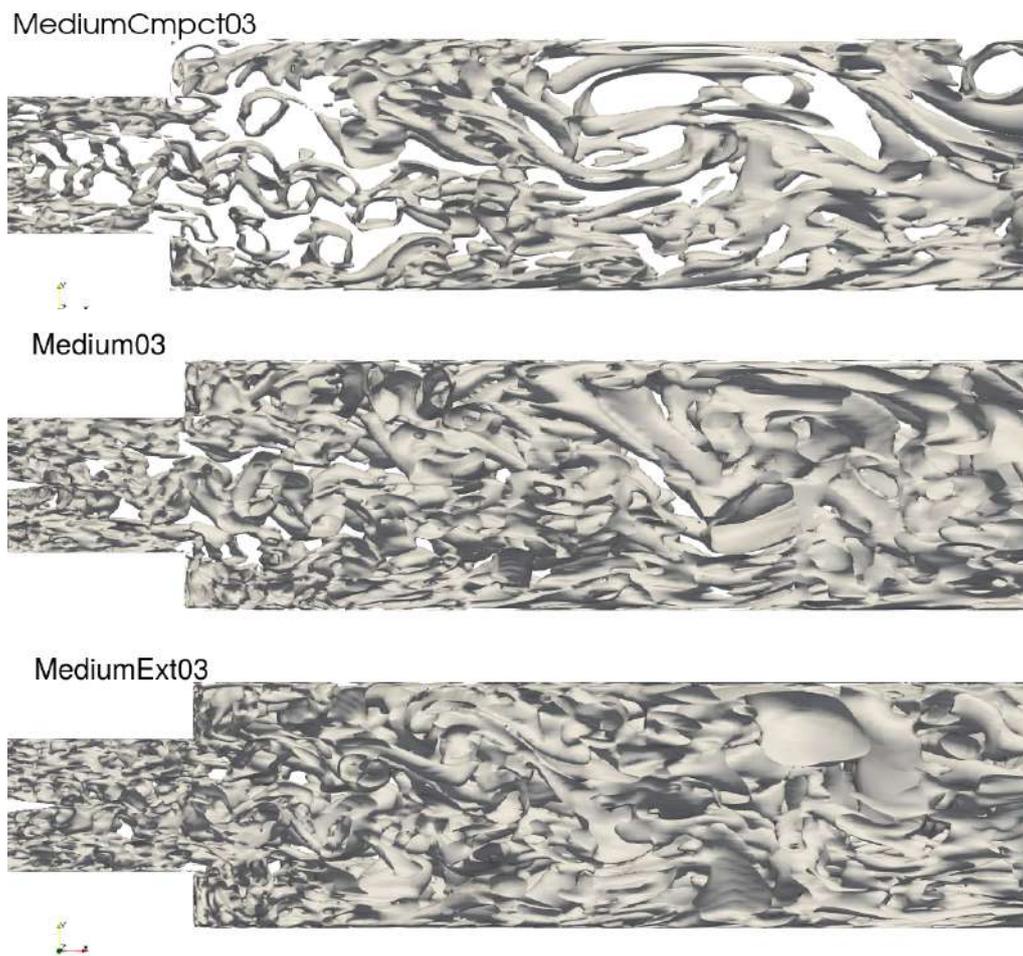


Fonte: Produção do autor.

isotrópica e homogênea. As isosuperfícies do critério  $Q$  na Fig. 4.48 confirmam esta hipótese. As deficiências nos resultados médios nas estações finais do domínio são acompanhadas pela laminarização do escoamento e a produção de estruturas cilíndricas grandes. A razão é a falta de espaço para a propagação de estruturas e para o desenvolvimento de instabilidades ao longo da direção  $z$ . A queda na qualidade dos resultados ressalta a importância da representação destas estruturas.

Em síntese, os valores médios das variáveis do escoamento são igualmente previstas por ambos os comprimentos da direção  $z$  testados de  $2,5h$  e  $5h$ . A extensão e o comportamento melhorado das estruturas ao longo da direção  $z$  não são suficientes para superar os principais problemas da abordagem relacionados à sobrestimação do desvio do jato. Portanto pode-se priorizar a economia computacional obtida pela malha média com extensão de  $2,5h$ , uma vez que seus resultados concordam bem com os de LES prévios realizados em uma malha muito mais fina. Comprimentos maiores na direção  $z$  podem ser considerados se a aplicação desejada depende fortemente do comportamento das estruturas, dado que domínios mais estreitos podem ter resultados insatisfatórios em sua previsão.

Figura 4.48 - Isosuperfícies do critério Q com  $Q = 1 \text{ s}^{-2}$  nas malhas compacta, base e estendida.

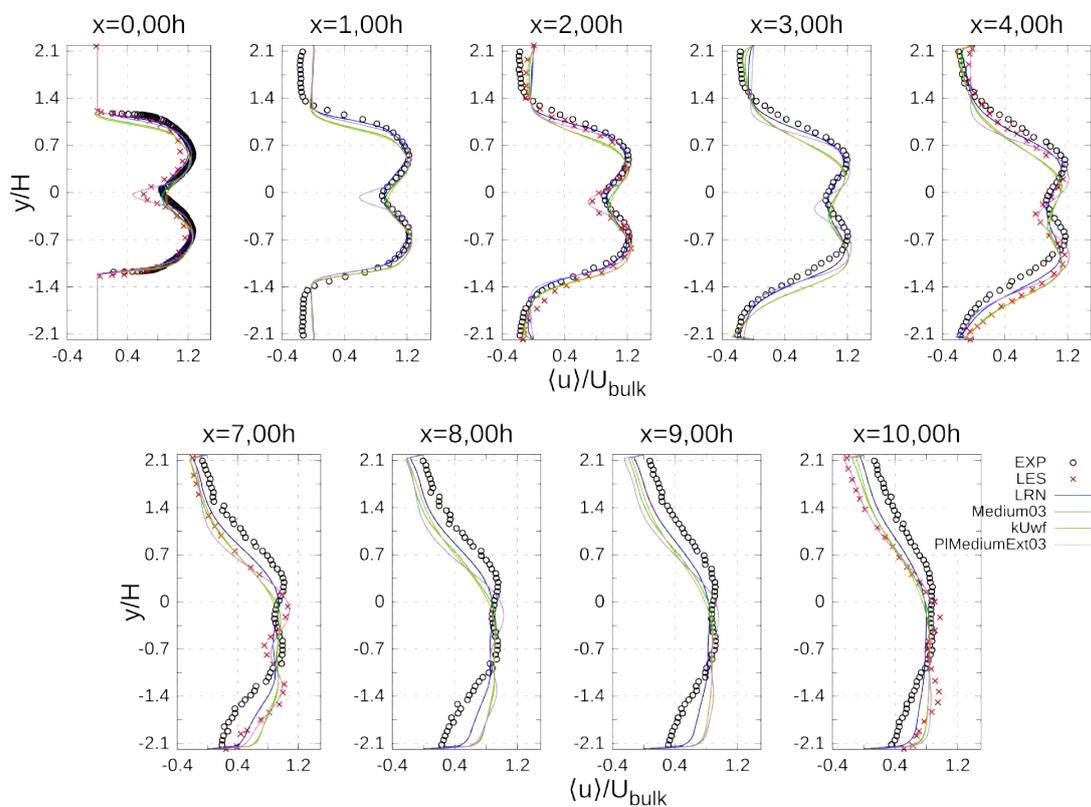


Fonte: Produção do autor.

#### 4.4.5 Discussões adicionais

Foram realizadas simulações que não pertencem exatamente no escopo das análises de independência das seções anteriores. Nesta seção, apresentam-se os resultados de uma simulação com o modelo LRN na malha final (Medium03LRN) e uma simulação com as funções de parede corrigidas (Medium03WF). O caso base Medium03 e a simulação da primeira análise de sensibilidade com melhor resultado PIMediumExt03 são acrescentados para comparação.

Figura 4.49 - Perfis da componente longitudinal da velocidade resolvida média  $\langle u \rangle$ .

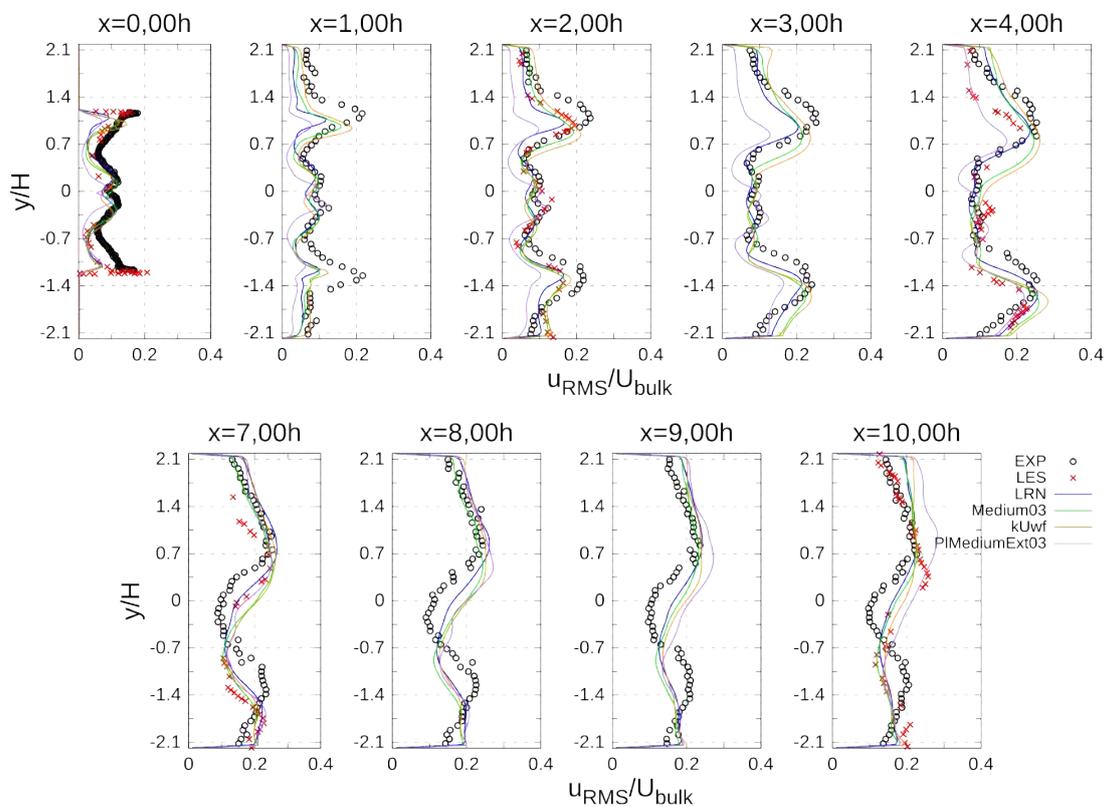


Fonte: Produção do autor.

A Fig. 4.49 contém os perfis da componente longitudinal da velocidade média das simulações citadas. A simulação da primeira análise incluída ajuda a comparar diretamente os progressos obtidos com as mudanças na malha e nas condições de entrada. A deflexão do jato e a mistura entre suas metades são melhor representadas nas três simulações realizadas com a configuração final. Surpreendentemente, o modelo LRN supera a formulação  $k-\epsilon$  original, contrário ao observado nas simulações da primeira análise: o desvio do jato é bem reproduzido em todas as estações até  $x = 4,00h$ , e os

perfis de velocidade longitudinal concordam bem com os resultados experimentais. No entanto, no final do domínio, o escoamento acelera rumo à parede inferior e os resultados se igualam aos das demais simulações. Seus perfis concordam melhor com os dados experimentais do que os obtidos com LES na literatura. Deve-se notar que a simulação LRN foi a única dentre as realizadas na nova malha que teve de ser reorientada segundo o desvio do jato. A nova formulação da função de parede não trouxe nenhuma melhora nos resultados respeito a sua formulação original, portanto sua adoção foi descartada para as demais simulações.

Figura 4.50 - Perfis da componente longitudinal da velocidade RMS resolvida média  $u_{RMS}$ .



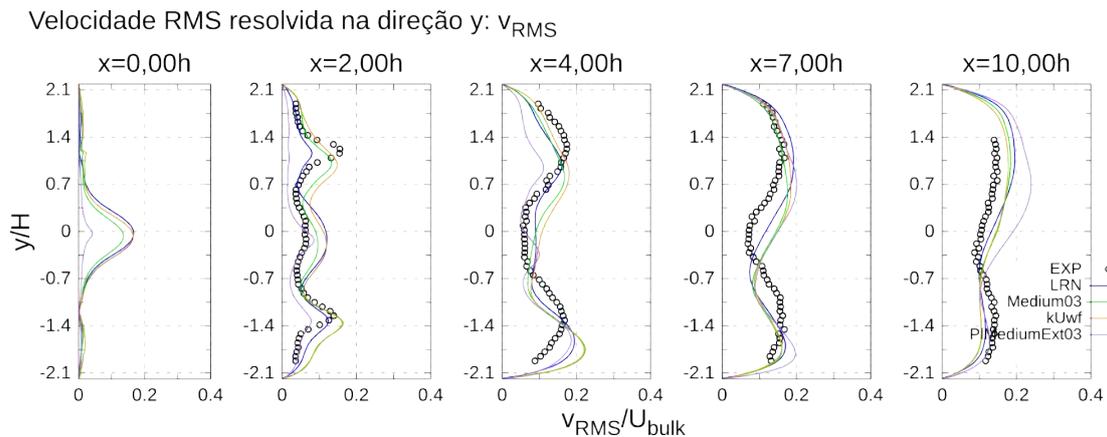
Fonte: Produção do autor.

As mesmas observações podem ser feitas analisando-se a componente longitudinal da velocidade RMS resolvida, mostrado na Fig. 4.50. A simulação da primeira análise tem desempenho claramente inferior à das simulações na malha final com relação à previsão da intensidade turbulenta próxima ao plano de despejo. Esta deficiência provoca a falta de mistura turbulenta observada nos gráficos de velocidade média.

O modelo LRN apresenta uma trajetória do jato melhor alinhada respeito à experimental. Similar ao observado nas seções da primeira análise de sensibilidade, este modelo produz uma velocidade RMS discretamente inferior ao longo de todo o domínio. Isto pode ser claramente observado nas estações  $x = 2,00h$  e anteriores. No entanto, a diminuição relativa na intensidade LRN não representa uma inferioridade com relação aos resultados do modelo  $k - \epsilon$ , uma vez que nas estações  $x = 3,00h$  e  $x = 4,00h$  seus perfis parecem corresponder melhor aos experimentais. Novamente, os resultados com a função de parede alterada não apresentam nenhuma diferença qualitativa com relação aos do caso base.

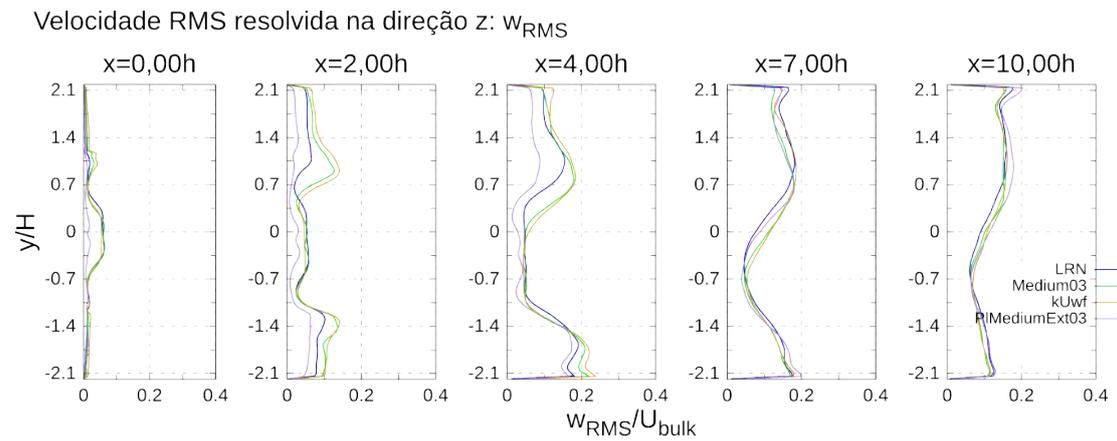
As Figs. 4.51 e 4.52 apresentam os perfis das demais componentes da velocidade RMS. De novo podemos verificar os benefícios aportados pelo aumento da intensidade da turbulência artificial nos canais de entrada da configuração final. O RMS das velocidades em direções transversais são muito maiores próximo ao plano de despejo que na simulação da primeira análise. No gráfico de  $v_{RMS}$  podemos ver que sua intensidade máxima está em melhor concordância com a do experimento. Todas as simulações na malha final apresentam o pico na componente  $y$  da velocidade próximo ao plano de despejo. Este está relacionado com a oscilação da camada de cisalhamento entre os dois jatos de entrada. Este fenômeno não é tão acentuado no experimento, como pode ser visto por seu perfil na estação  $x = 1,00h$ . Apesar de as simulações finais ainda subestimarem o  $v_{RMS}$  e o  $w_{RMS}$  atrás dos degraus, pelo menos são capazes de reproduzir a tendência que a sua intensidade tem de aumentar nessa região - ao contrário das simulações da primeira análise.

Figura 4.51 - Gráficos das componente  $y$  do RMS da velocidade média resolvida  $v_{RMS}$ .



Fonte: Produção do autor.

Figura 4.52 - Gráficos da componente  $z$  do RMS da velocidade média resolvida  $w_{RMS}$ .



Fonte: Produção do autor.



## 5 CONCLUSÃO

Foi realizada a análise de sensibilidade da bordagem de Navier Stokes por Médias Parciais, (em inglês, "*Partially Averaged Navier-Stokes*", *PANS*) aplicada ao escoamento inerte e incompressível através do combustor plano ORACLES. A investigação foi bem sucedida em obter uma configuração ótima para uma simulação PANS neste caso. O teste de independência respeito ao refinamento da malha mostra que mesmo as malhas mais grosseiras testadas, com aproximadamente 400 mil elementos, são capazes de fornecer resultados muito parecidos aos de malhas mais refinadas. Entretanto, as simulações nesta malhas tão grossas apresentam uma descrição mais pobre da mistura dos jatos de entrada quando comparadas às malhas média e fina, o que as torna insatisfatórias. Não há diferença significativa entre os resultados da malha média, com aproximadamente 800 mil elementos, e a malha fina, com 1,6 milhões, tornando a resolução extra desnecessária. Por causa das grandes semelhanças entre os resultados das malhas grossa e média na maior parte do domínio, é possível que um refinamento da malha grossa próximo ao plano de despejo resulte em uma malha com menos elementos que a média mas com desempenho equivalente.

O teste de independência com relação ao passo temporal revela que não há grande deterioração das grandezas estatísticas médias quando o passo temporal é aumentado, dentro das possibilidades testadas. No entanto, a análise espectral indica que há um afastamento gradual do comportamento esperado das escalas inerciais na medida em que se aumenta o passo temporal. Observa-se que aumentar o passo acima de  $1.10^{-5}$  s causa um amortecimento nas menores escalas turbulentas resolvidas na simulação. O passo de  $3.10^{-5}$  s ainda é capaz de fornecer uma representação aceitável do espectro de decaimento, e, portanto, foi escolhido como o compromisso ótimo entre economia e precisão.

Não houveram mudanças significativas nos resultados das simulações dentro das variantes testadas com diferentes espessuras de domínio. Os resultados para as grandezas médias são os mesmos tanto se utilizando uma geometria com espessura  $2,5h$  ou  $5h$ . No entanto, correspondente ao reportado em [Duwig e Fureby \(2007\)](#) para LES, as maiores estruturas do escoamento liberadas das regiões de cisalhamento adquirem melhor aspecto físico com o incremento do comprimento  $z$  do domínio. Além do mais, reduzir o domínio a níveis muito pequenos revela a importância da presença do espaço para o desenvolvimento das estruturas turbulentas. Quando o comprimento transversal é insuficiente, instabilidades na direção  $z$  não se desenvolvem, e as estruturas turbulentas da simulação se tornaram altamente bidimensionais.

Em um desktop com um processador i7-6700k@4.0ghz com 4 núcleos e 8GB of RAM, o caso base demandou aproximadamente 45 horas para ser completado, ao passo que no cluster Zeldovitch, que consiste de 12 nós computacionais, cada um equipado com dois processadores Intel Xeon E5-2640v2 8-Core@2.6GHz, com 20MB de memória cache, totalizando 16 núcleos por nodo e 64GB de memória RAM DDR4 a 2133MHz distribuídos em 3 servidores SGI C2112-4GP3, demandou 3 horas. Não estão reportados neste artigo os tempos de processamento nem a máquina utilizada por [Duwig e Fureby \(2007\)](#), mas podemos estimar aproximadamente o quão exigente é essa simulação por meio da simulação PANS feita no arranjo equivalente ao desta referência, ou seja, na malha fina e com passo temporal de  $1.10^{-5}$  s. Esta demorou aproximadamente 15 horas para ser completada no cluster Zeldovitch. Segundo [Ma et al. \(2011\)](#), as operações realizadas em uma simulação PANS são menos exigentes que em LES e portanto quando realizadas em uma mesma configuração a simulação PANS é ligeiramente mais rápida. Isto nos permite concluir que a simulação de [Duwig e Fureby \(2007\)](#) demoraria mais de 15 horas em ser finalizada no mesmo computador, o que indica que o caso base PANS é aproximadamente 5 vezes mais rápido do que a simulação LES usada para comparação.

A validação da simulação na configuração ótima revela que os resultados da componente longitudinal da velocidade média concordam bem com os resultados LES. As componentes  $x$  e  $y$  do RMS da velocidade resolvida concordam com os resultados experimentais em forma, no entanto subestimam sua intensidade máxima nas regiões de cisalhamento na entrada da câmara. A mais notável deficiência da abordagem foi a previsão insatisfatória da deflexão do jato, que é evidente nos resultados do comprimento de reconexão e nos perfis das componentes  $x$  e  $y$  da velocidade média resolvida. Trabalhos anteriores indicam que este desalinhamento pode estar relacionado à falta de espessura do domínio, que causa a constrição do surgimento de estruturas grandes na direção  $z$ . Os testes feitos neste trabalho aumentando-se a espessura do domínio, no entanto, não melhoraram os resultados médios.

Visualizações do critério  $Q$  em vários casos revelam que as estruturas liberadas da entrada do combustor se mantêm fortemente bidimensionais independente de qualquer configuração testada neste trabalho. Isto indica que este é um problema mais intrinsecamente relacionado à hipótese central do modelo aplicado às regiões próximas à parede do que um problema que a configuração da simulação apenas possa resolver. Estas estruturas dão forma à maior parte do escoamento ([LENCI; BAGLIETTO,](#) ), e é provável que a maioria dos problemas observados nos resultados das simulações PANS tenham sua origem em seu comportamento errôneo. Dado que seu

surgimento está relacionado às zonas de alta viscosidade turbulenta que aparecem durante as simulações, a continuidade desta pesquisa exige uma investigação própria de métodos para isolar e resolver separadamente as regiões próximas às paredes do restante do domínio. Esta possibilidade vêm sendo pesquisada por [Arvidson e Davidson \(2016\)](#). Entretanto, nenhum dos métodos testados pelo mencionado autor obteve sucesso em escoamentos de número de Reynolds tão baixo como o do caso ORACLES, o que torna esta proposta em um desafio maior ainda. Algumas técnicas muito novas, como o método anisotrópico linear de [Meux et al. \(2015\)](#), vem sendo desenvolvidos para modelos híbridos e poderiam ser adaptados para PANS.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABE, K.; KONDOH, T.; NAGANO, Y. A new turbulence model for predicting fluid flow and heat transfer in separating and reattaching flows. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 37, p. 139–151, 1994. 14, 31
- ARDVIDSON, S.; DAVIDSON, L. Hybrid Reynolds-Averaged Navier-Stokes/Large-Eddy Simulation modelling based on a low-Reynolds number k-w model. **AIAA Journal**, 2016. 16, 20, 31, 36, 39, 40, 41, 44, 107
- BASARA, B.; KRAJNOVIĆ, S.; GIRIMAJI, S.; PAVLOVIC, Z. Near-wall formulation of the Partially Averaged Navier-Stokes turbulence model. **AIAA**, v. 49, n. 12, p. 2627–2636, 2011. 10, 14
- BESSON, M. **Étude expérimentale d'une zone de combustion en écoulement turbulent brusque symétrique**. 269 p. Tese (Doutorado em Engenharia Espacial) — Université de Poitiers, Poitiers, França, 2001. 5, 18, 19, 20, 21, 48, 53, 55, 73
- CHAOUAT, B. The state of the art of hybrid RANS/LES modeling for the simulation of turbulent flows. **Flow Turbulence Combust**, v. 99, n. 2, p. 279–327, 2017. 17
- DAVIDSON, L. Using isotropic synthetic fluctuations as inlet boundary conditions for unsteady simulations. **Advances and Applications in Fluid Mechanics**, v. 1, p. 1–35, 2007. 15, 36
- \_\_\_\_\_. Embedded Large-Eddy simulation using the Partially Averaged Navier Stokes model. **AAIA**, v. 51, n. 5, p. 1066–1079, 2013. 15, 31, 36, 40
- \_\_\_\_\_. The PANS k-e model in a hybrid RANS-LES formulation. **International Journal of Heat and Fluid Flow**, v. 46, p. 112–126, 2014. 5, 16, 33, 36, 44, 59
- \_\_\_\_\_. **Fluid mechanics, turbulent flow and turbulence modeling**. [S.l.: s.n.], 2017. 36
- DUWIG, C.; FUREBY, C. Large Eddy Simulation of unsteady lean stratified premixed combustion. **Combustion and Flame**, v. 151, p. 85–103, 2007. 20, 43, 53, 54, 68, 70, 73, 74, 80, 95, 105, 106
- DUWIG, C.; SALEWSKI, M.; FUCHS, L. Simulations of a turbulent flow past a sudden expansion: a sensitivity analysis. **AIAA Journal**, v. 46, n. 2, p. 408–419, 2007. 20, 43, 44, 53, 71, 73, 74

- ELMILIGUI, A.; ABDOL-HAMID, K.; MASSEY, S.; PAO, S. Numerical study of flow past a circular cylinder using RANS, hybrid RANS/LES and DNS formulations. **AIAA Paper**, 2004. 11
- FOROUTAN, H.; YAVUZKURT, S. A Partially Averaged Navier-Stokes model for the simulation of turbulent swirling flow with vortex breakdown. **International Journal of Heat and Fluid Flow**, v. 50, p. 402–416, 2014. xvii, 5, 11, 14, 16, 32, 33, 34, 35
- GERMANO, M. Turbulence: the filtering approach. **ASME Journal of Fluids Engineering**, v. 238, p. 325–336, 1992. 7, 12, 23, 25
- GIRIMAJI, S.; ABDOL-HAMID, K. Partially-Averaged Navier Stokes model for turbulence: implementation and validation. In: AIAA AEROSPACE SCIENCES MEETING AND EXHIBIT, 43., 2005, Reno, Nevada. **Proceedings...** [S.l.]: AIAA. 7, 8, 10, 11, 14, 16, 23, 26, 30, 45, 51
- GIRIMAJI, S.; SRNIVASAN, R. Partially-Averaged Navier-Stokes (PANS) simulations of ramjet/scramjet mixing environment. In: AIAA AEROSPACE SCIENCES MEETING INCLUDING THE NEW HORIZONS FORUM AND AEROSPACE EXPOSITION, 47., 2009, Orlando FL. **Proceedings...** [S.l.]. 12, 14
- GIRIMAJI, S. S.; JONG, E.; SRNIVASAN, R. Partially Averaged Navier-Stokes method for turbulence: a fixed point analysis and comparison with unsteady Partially Averaged Navier-Stokes. **ASME Journal of Applied Mechanics**, v. 73, p. 422–429, 2006b. 8, 32, 35
- GIRIMAJI, S. S.; WALLIN, S. Closure modeling in bridging regions of variable-resolution (VR) turbulence computations. **Journal of Turbulence**, v. 14, n. 1, p. 72–98, 2013. 7, 13, 14, 16
- HAN, X.; LI, J.; AIMEE, S. M. Prediction of combustion instability limit cycle oscillations by combining flame describing function simulations with a thermoacoustic network model. **Combustion and Flame**, v. 162, p. 3632–3647, 2015. 21, 43, 53, 73, 75, 95
- HUANG, R.; LUO, X.; JI, B.; JI, Q. Turbulent flows over a backward facing step simulated using a modified partially averaged navier-stokes model. **Journal of Fluids Engineering**, v. 139, 2017. 11
- LAKSHMIPATHY, S. **PANS method for turbulence: simulations of high and low Reynolds number flows past a circular cylinder**. 137 p.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Espacial) — Texas A&M University, College Station, 2004. 8

LAKSHMIPATHY, S. **Partially Averaged Navier-Stokes method for turbulence closures: characterizations of fluctuations and extension to wall bounded flows**. 133 p. Tese (Doutorado em Engenharia Espacial) — Texas A&M University, College Station, 2009. 9, 23

LENCI, G.; BAGLIETTO, E. A structure-based approach for topological resolution of coherent turbulence: overview and demonstration. In: NURETH-2016, 2016. **Proceedings...** Chicago, United States of America. 17, 106

LUO, D.; YAN, C.; LIU, H.; ZHAO, R. Comparative assessment of PANS and DES for simulation of flow past a circular cylinder. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 134, p. 65–77, 2014. 11

MA, J.; PENG, S.-H.; DAVIDSON, L.; WANG, F. A low reynolds number variant of Partially-Averaged Navier-Stokes Model for Turbulence. **Journal of Heat Fluid Flow**, v. 32, p. 652–669, 2011. 14, 16, 20, 31, 44, 45, 71, 106

MENTER, F. Two equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. **AAIA Journal**, v. 32, n. 8, p. 1598–1605, 1994. 11

MEUX, B. de Laage de; AUDEBERT, B.; MANCEAU, R.; PERRIN, R. Anisotropic linear forcing for synthetic turbulence generation in LES and hybrid RANS/LES modeling. **Physics of Fluids**, v. 27, 2015. 107

MOSER, R.; KIM, J.; MANSOUR, N. Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to  $re=590$ . **Physics of Fluids**, v. 11, n. 84, p. 943–945, 1999. 39

NGUYEN, D. **Contribution expérimentale à l'étude des caractéristiques instationnaires des écoulements turbulents réactifs prémélangés stabilisés en aval d'un élargissement brusque symétrique**. 186 p. Tese (Doutorado em Engenharia) — Université de Poitiers, Poitiers, França, 2007. 5, 18, 19, 20, 21, 40, 48, 53, 73, 74, 75

NIKITIN, N.; NICLOUD, F.; WASISTO, B. An approach to wall modelling Large Eddy Simulations. **Physics of Fluids**, v. 12, p. 1629–1632, 2000. 17

POPE, S. B. **Turbulent flows**. Trumpington Street, Cambridge: United Kingdom: Cambridge University Press, 2000. 1

REYES, A. **Partially Averaged Navier-Stokes turbulence modelling: investigation of computational and physical closure issues in flow past a circular cylinder**. 71 p. Dissertação (Mestrado em engenharia espacial) — Texas A&M University, College Station, 2008. 9

REYES, D. A.; COOPER, J. M.; GIRIMAJI, S. S. Characterizing velocity fluctuations in partially resolved turbulence simulations. **Physics of Fluids**, v. 26, 2014. 12, 14, 35, 86

SAWAN, S.; GIRIMAJI, S. S. On the invariance of compressible navier-stokes and energy equations subject to density weighted filtering. **Flow Turbulence Combust**, v. 85, p. 383–396, 2010. 14

SCHIESTEL, R.; DEJOAN, A. Towards a new partially integrated transport model for coarse grid and unsteady turbulent flow simulations. **Theoretical Computational Fluid Dynamics**, 2005. 23

SONG, C.; PARK, S. Partially averaged navier-stokes simulations of high speed mixing environment. **ASME Journal of Applied Mechanics**, 2009. 10

SPALART, P.; JOU, W.-H.; STRELETS, M.; ALLMARAS, S. Comments on the feasibility of LES for wings, and on hybrid RANS/LES approach. In: ADVANCES IN DNS/LES:PROCEEDINGS OF THE FIRST FOSR INTERNATIONAL CONFERENCE ON DNS/LES, 1997. **Proceedings...** [S.l.]. 11

SPEZIALE, C. Computing non-equilibrium with time dependent RANS and VLES. In: **Proceeings...** [S.l.: s.n.]. 8

SUMAN, S.; GIRIMAJI, S. On the invariance of compressible Navier-Stokes and energy equations subject to density-weighted filtering. **Flow Turbulence Combustion**, v. 85, p. 383–396, 2013. 12

TERZI, D. von; FROHLICH, J. **Hybrid LES/RANS methods for the simulation of turbulent flows**. [S.l.: s.n.], 2008. 17