



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**



Conselho Nacional de Desenvolvimento  
Científico e Tecnológico

# **MAPEAMENTO DE DETRITOS ESPACIAIS E SUAS CONSEQUÊNCIAS AO MEIO AMBIENTE E AO PROGRAMA ESPACIAL**

**RELATÓRIO FINAL DE PROJETO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA  
(PIBIC/INPE/CNPq)**

Letícia Camargo de Moraes (UNESP/ICT, bolsista PIBIC/CNPq)  
E-mail: leticia-cmoraes@hotmail.com

Jorge Kennety Silva Formiga (UNESP/ICT, INPE/DMC, orientador)  
E-mail: Jorge.formiga@unesp.br

## **COLABORADORES**

Fabiana Alves Fiore Pinto (UNESP/ICT)  
Antônio Fernando Bertachini de Almeida Prado (INPE/DMC)

Julho de 2018



## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço ao meu orientador Dr. Jorge Kennety S. Formiga pela confiança no meu trabalho, por contribuir com o meu aprendizado, pela paciência e pelo apoio necessário ao longo do estudo, disponibilizando seu tempo sempre quando necessário.

Agradeço a professora Dra. Fabiana Alves Fiore Pinto por todo o auxílio na área de resíduos, se mostrando sempre aberta para passagem de conhecimento.

Agradeço ao INPE por me permitir seguir na área de pesquisa, me fornecendo toda a base necessária para o estudo, e permitindo assim chegar em um resultado satisfatório no final da pesquisa.

## SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	12
2 OBJETIVO .....	13
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....	13
4 MATERIAIS E MÉTODOS.....	14
5 RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	15
6 CONCLUSÃO.....	29
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	30

## **Lista de figuras**

Figura 1: Mapa de resíduos espaciais entre os anos de 1965 e 2018.....	15
Figura 2: Janela de comando do Matlab, com resultados para condição inicial estabelecida.....	16

**Lista de tabelas**

Tabela 1: Condições iniciais para montagem do programa..... 16

## Lista de Gráficos

Gráfico 1: Trajetória nas condições iniciais.	
Gráfico 2: Energia nas condições iniciais.....	16
Gráfico 3: Raio nas condições iniciais.	
Gráfico 4: Semieixo nas condições iniciais. ....	17
Gráfico 5: Distância da Terra para condições de partida: ângulo 10° e velocidade 10,89 km/s. ....	18
Gráfico 6: Semieixo para as condições de partida: ângulo 10° e velocidade 10,89 km/s. ....	18
Gráfico 7: Trajetória do detrito para as condições de partida: ângulo 10° e velocidade 10,89 km/s. ....	18
Gráfico 8: Energia para as condições de partida: ângulo 10° e velocidade 10,89 km/s. 18	
Gráfico 9: Distância da Terra para condições de partida: ângulo 20° e velocidade 10,89 km/s. ....	19
Gráfico 10: Semieixo para as condições de partida: ângulo 20° e velocidade 10,89 km/s. ....	19
Gráfico 11: Trajetória do detrito para as condições de partida: ângulo 20° e velocidade 10,89 km/s. ....	19
Gráfico 12: Energia para as condições de partida: ângulo 20° e velocidade 10,89 km/s. ....	19
Gráfico 13: Distância da Terra para condições de partida: ângulo 50° e velocidade 10,89 km/s. ....	20
Gráfico 14: Semieixo para as condições de partida: ângulo 50° e velocidade 10,89 km/s. ....	20
Gráfico 15: Trajetória do detrito para as condições de partida: ângulo 50° e velocidade 10,89 km/s. ....	20
Gráfico 16: Energia para as condições de partida: ângulo 50° e velocidade 10,89 km/s. ....	20
Gráfico 17: Distância da Terra para condições de partida: ângulo 270° e velocidade 10,89 km/s. ....	21
Gráfico 18: Semieixo para as condições de partida: ângulo 270° e velocidade 10,89 km/s. ....	21
Gráfico 19: Trajetória do detrito para as condições de partida: ângulo 270° e velocidade 10,89 km/s. ....	21
Gráfico 20: Energia para as condições de partida: ângulo 270° e velocidade 10,89 km/s. ....	21
Gráfico 21: Distância da Terra para condições de partida: ângulo 10° e velocidade 10,91 km/s. ....	22
Gráfico 22: Semieixo para as condições de partida: ângulo 10° e velocidade 10,91 km/s. ....	22
Gráfico 23: Trajetória do detrito para as condições de partida: ângulo 10° e velocidade 10,91 km/s. ....	22
Gráfico 24: Energia para as condições de partida: ângulo 10° e velocidade 10,91 km/s. ....	22

Gráfico 25: Distância da Terra para condições de partida: ângulo 20° e velocidade 10,91 km/s. ....	23
Gráfico 26: Semieixo para as condições de partida: ângulo 20° e velocidade 10,91 km/s. ....	23
Gráfico 27 Trajetória do detrito para as condições de partida: ângulo 20° e velocidade 10,91 km/s. ....	23
Gráfico 28: Energia para as condições de partida: ângulo 20° e velocidade 10,91 km/s. ....	23
Gráfico 29: Distância da Terra para condições de partida: ângulo 50° e velocidade 10,91 km/s. ....	24
Gráfico 30: Semieixo para as condições de partida: ângulo 50° e velocidade 10,91 km/s. ....	24
Gráfico 31 Trajetória do detrito para as condições de partida: ângulo 50° e velocidade 10,91 km/s. ....	24
Gráfico 32: Energia para as condições de partida: ângulo 50° e velocidade 10,91 km/s. ....	24
Gráfico 33: Distância da Terra para condições de partida: ângulo 270° e velocidade 10,91 km/s. ....	25
Gráfico 34: Semieixo para as condições de partida: ângulo 270° e velocidade 10,91 km/s. ....	25
Gráfico 35: Trajetória do detrito para as condições de partida: ângulo 270° e velocidade 10,91 km/s. ....	25
Gráfico 36: Energia para as condições de partida: ângulo 270° e velocidade 10,91 km/s. ....	25
Gráfico 37: Distância da Terra para condições de partida: ângulo 10° e velocidade 11 km/s. ....	26
Gráfico 38: Semieixo para as condições de partida: ângulo 10° e velocidade 11 km/s. ....	26
Gráfico 39: Trajetória do detrito para as condições de partida: ângulo 10° e velocidade 11 km/s. ....	26
Gráfico 40: Energia para as condições de partida: ângulo 10° e velocidade 11 km/s....	26
Gráfico 41: Distância da Terra para condições de partida: ângulo 20° e velocidade 11 km/s. ....	27
Gráfico 42: Semieixo para as condições de partida: ângulo 20° e velocidade 11 km/s. ....	27
Gráfico 43: Trajetória do detrito para as condições de partida: ângulo 20° e velocidade 11 km/s. ....	27
Gráfico 44: Energia para as condições de partida: ângulo 20° e velocidade 11 km/s....	27
Gráfico 45: Distância da Terra para condições de partida: ângulo 50° e velocidade 11 km/s. ....	28
Gráfico 46: Semieixo para as condições de partida: ângulo 50° e velocidade 11 km/s. ....	28
Gráfico 47: Trajetória do detrito para as condições de partida: ângulo 50° e velocidade 11 km/s. ....	28
Gráfico 48: Energia para as condições de partida: ângulo 50° e velocidade 11 km/s....	28
Gráfico 49: Distância da Terra para condições de partida: ângulo 270° e velocidade 11 km/s. ....	29

Gráfico 50: Semieixo para as condições de partida: ângulo $270^\circ$ e velocidade 11 km/s. .....	29
Gráfico 51: Trajetória do detrito para as condições de partida: ângulo $270^\circ$ e velocidade 11 km/s. ....	29
Gráfico 52: Energia para as condições de partida: ângulo $270^\circ$ e velocidade 11 km/s..	29

## RESUMO

A questão do resíduo espacial é um dos fatores mais preocupantes da atualidade, pois está ocorrendo uma saturação no espaço, devido à grande quantidade de equipamentos no mesmo. Este trabalho tem como objetivo o estudo do efeito da gravidade sobre os fragmentos espaciais em órbita ao redor da Terra considerando o efeito da lua. Primeiramente foi mapeado algumas regiões e os tipos de detritos espaciais que caíram na Terra após uma reentrada. Em seguida, foi construído um modelo computacional com o auxílio de um integrador baseado no método de Runge-Kutta-Fehlberg. Este modelo permite, através do problema circular restrito dos três corpos, estudar o comportamento do detrito ao longo do tempo quando colocado em determinada órbita hipotética. Então a partir dos resultados obtidos, foi possível avaliar os tipos de detritos que surgiram após o fim da missão espacial e onde possivelmente eles se encontram após reentrada. Também foi possível avaliar o tempo de queda ou a permanência de alguns detritos espaciais capturado ao redor da Terra considerando diferentes condições iniciais, tais como: distância da Terra, ângulo de deflexão e velocidade inicial.

**Palavras-chave:** saturação, efeito da gravidade, órbita e comportamento do detrito.

## **ABSTRACT**

The issue of space residue is one of the most worrisome factors of the present, as there is a saturation in space, due to the large amount of equipment in it. This work aims to study the effect of gravity on the space fragments in orbit around the earth considering the effect of the moon. First was mapped some regions and types of space debris that fell on the Earth after a re-entry. Then, a computational model was constructed with the aid of an integrator based on the Runge-Kutta-Fehlberg method. This model allows, through the restricted circular problem of the three bodies, to study the behavior of the detritus over time when placed in a determinate hypothetical orbit. Then from the results obtained, it was possible to evaluate the types of debris that appeared after the end of the space mission and where they possibly find themselves after reentry. It was also possible to evaluate the time of fall or the permanence of some space debris captured around the Earth considering different initial conditions, such as: Earth distance, deflection angle and initial velocity.

**Keywords:** saturation, gravity effect, orbit and behavior of the detritus.

## 1 INTRODUÇÃO

Um dos fatores mais preocupantes no âmbito espacial consiste no acúmulo de equipamentos inativos em órbita ao redor da Terra. De acordo de Durrieu; Ross (2013), as missões espaciais nacionais superam as missões espaciais internacionais, o que proporciona uma maior acumulação de equipamentos no espaço, o estudo relata que com a promoção de cooperação internacional e compartilhamento dos dados obtidos é possível reduzir tanto o custo dos equipamentos quanto garantir o manejo sustentável desses equipamentos em órbita.

Entretanto de acordo com Blockley; Shyy (2010), o acúmulo dos equipamentos em órbita já consiste em um problema atual, pois as falhas em missões espaciais e equipamentos inativos geram detritos que estão afetando tanto os equipamentos que estão em órbita, quanto a superfície terrestre, devido à queda dos mesmos.

Um das formas minimizar os impactos ambientais decorrentes da missão espacial, consiste na modelagem do comportamento dos detritos que orbitam a Terra e verificar como funciona o comportamento dos mesmos ao longo do tempo, para garantir uma maior eficácia na solução dos problemas ambientais, espaciais e econômicos relacionados.

Com o intuito de entender a trajetória dos detritos ao redor da Terra, este trabalho estuda diversas teorias. Uma das teorias foi desenvolvida por Kepler, chamada de problema de dois corpos. Este problema descreve a trajetória de um ponto material sujeito a uma ação do corpo devido a força central da Terra (Kuga, 2008). Outra teoria consiste no problema de três corpos, que considera dois corpos movendo sob uma gravitação mútua e inclui um terceiro corpo para analisar o comportamento do mesmo, a mesma foi fundamentada por Leonhard Euler. Para verificar a variação dos componentes orbitais ao longo do tempo, utiliza-se de métodos numéricos com cálculo de integrais elípticas, um dos métodos mais utilizados se dá no método de Runge-kutta-Fehlberg (Curtis, 2010).

As teorias estudadas apresentam diversos conceitos que estabelecem o comportamento do detrito variando ao longo do tempo, como: o ângulo de escape, velocidade inicial e distância em relação a terra. Essas variáveis são obtidas teoricamente através de fórmulas específicas. Para a energia do detrito existe diversas fórmulas possíveis, entretanto as mesmas dependem do tipo de coordenadas que é utilizado, como coordenadas polares, cartesianas, geodésicas, planas e polares. Utilizando do sistema de coordenadas planas a energia do detrito, ou constante de Jacobi, é descrita através da

velocidade, da posição e de parâmetros gravitacionais. A velocidade e a posição do detrito variam de acordo com o método de iteração, neste caso um dos métodos mais utilizados para descrição da trajetória consiste no método Runge-Kutta-Fehlberg. Para a aplicação deste método se faz necessário cálculos com as informações iniciais de posição em x e y, e velocidade em x e y. Deste modo, é possível fazer quantas interações forem necessárias em um tempo adotado.

O presente trabalho consiste no estudo do fenômeno da captura de detritos espaciais considerando o efeito da lua na trajetória, utilizando o software Matlab para apresentar dados visuais. O evento da captura ocorre quando a energia do mesmo é negativa e o mesmo continua em órbita ao longo do tempo.

## 2 OBJETIVO

O objetivo consiste em mapear regiões de queda de detritos após sua reentrada na Terra e estudar do efeito da gravidade sobre tais fragmentos em órbita ao redor da Terra considerando o efeito da lua. Tal estudo visa minimizar as consequências econômicas e ambientais, devido aos danos causados pelo acúmulo de lixo espacial em órbita, e pelo risco aos ao ecossistema terrestre devido à queda dos detritos na Terra.

## 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O problema de dois corpos, segundo Kuga (2008), se dá através do movimento de duas partículas de massa  $M_1$  e  $M_2$ , em um sistema inercial. Tem-se por  $r_1$  e  $r_2$ , seus respectivos vetores de posição, e  $r$  a distância entre as duas partículas.

A equação do movimento é dada por:

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\mu \frac{\mathbf{r}}{r^3}$$

Para o cálculo da velocidade orbital, tem-se dentro da Mecânica Celeste a equação da energia viva ou “vis-viva”:

$$v^2 = \mu \frac{2}{r} - \frac{1}{a}$$

Onde  $a$  é o semi-eixo maior.

Assumindo uma órbita circular, a velocidade resulta em:

$$v^2 = \frac{\mu}{a}$$

O modelo do problema restrito de três corpos, segundo Curtis (2010), consiste em dois corpos principais ( $m_1$  e  $m_2$ ) que estão orbitando em centro comum de massa com uma órbita circular de Kepler e um terceiro corpo ( $m_3$ ) é adicionado, no qual sua massa atende-se por desprezível, e está em órbita com as primárias. O terceiro corpo fica em um plano de movimento em relação à  $m_1$  e  $m_2$ .

Tem-se as equações de movimento que são dadas:

$$\ddot{x} - 2\dot{y} = x - \frac{\delta U}{\delta x} = -\frac{\delta \Omega}{\delta x} \ddot{y} - 2\dot{x} = y - \frac{\delta U}{\delta y} = -\frac{\delta \Omega}{\delta y}$$

$$\text{No qual, } \Omega = \frac{1}{2}(x^2 + y^2) + \frac{1-\mu}{r_1} + \frac{\mu}{r_2}$$

De acordo com Curtis (2010), a equação que define a energia de um corpo com massa relativamente pequena comparada a massa do Sol e da Lua é dada pela constante de Jacobi:

$$e = \frac{1}{2} * v^2 - \frac{1}{2} * \Omega^2 * (x^2 + y^2) - \frac{\mu_1}{r_1} - \frac{\mu_2}{r_2}$$

A equação pode ser decomposta em partes. Sendo que,  $\frac{1}{2} * v^2$  é a energia cinética do corpo,  $\frac{\mu_1}{r_1}$  e  $\frac{\mu_2}{r_2}$  são as energias potenciais que interferem no corpo (referentes a Terra e a Lua, respectivamente), e por fim  $-\frac{1}{2} * \Omega^2 * (x^2 + y^2)$  se refere à energia potencial, introduzida pelo sistema de rotação, devido a força centrífuga.

#### 4 MATERIAIS E MÉTODOS

De início para entender a importância do estudo dos resíduos espaciais foi criada uma base de dados de resíduos que já caíram na superfície terrestre no Google com a utilização de palavras-chave. Com os dados obtidos foi criada uma tabela de dados no Excel, para organização dos dados e melhor administração dos mesmos. Após a base de dados estruturada, foi realizado um mapa no software ArcGis para uma melhor visualização dos dados e possível entendimento das regiões que o detrito cai com mais frequência.

Para o entendimento completo do comportamento do detrito, ou seja, desde o seu lançamento até sua queda, considerando o efeito da gravidade da lua na trajetória dos detritos, foi estruturado um programa no Matlab, com equações já descritas na fundamentação teórica deste trabalho. Com o programa estruturado foram montados

gráficos relacionando variáveis para possibilitar a visualização dos fenômenos que ocorriam ao longo da trajetória. Após isso, foram realizados testes variando o ângulo de escape de 10° a 360° e as velocidades de 10,89, 10,91 e 11 km/s. A partir dos resultados obtidos, foram escolhidos 12 casos mais relevantes para o estudo, e discutidos no relatório.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para possuir um maior conhecimento da quantidade de resíduos que caíram na superfície terrestre e como é a distribuição geográfica dos resíduos, foi criada uma base de dados através de pesquisas de palavras chaves no Google, como “lixo espacial queda na superfície” em inglês, português e espanhol, obtendo os dados de data de queda, local de queda e no que consiste o equipamento. Nessa base de dados foram levantados dados de 1965 a 2018, com esses dados estruturados foi construído um mapa para visualização dos locais com maior ocorrência de queda de detritos. Ao total, foram mapeados 139 resíduos, os mesmos estão dispostos na Figura 1. Tais detritos foram classificados em: tanque, estrutura, propulsor, detritos, satélites e outros, quando havia poucos representantes.

O resíduo com maior recorrência de queda foi o tanque, cerca de 40% do total. Considerando todos os resíduos da base, é possível observar que existe uma predominância de queda na região da América do Sul, Ásia e na região do Texas nos Estados Unidos.

### Mapeamento de detritos espaciais que caíram na superfície terrestre entre 1965 e 2018

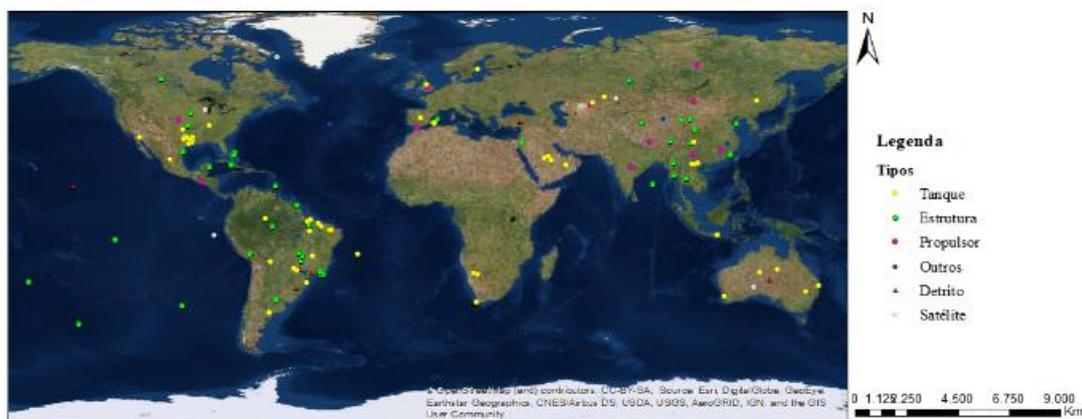


Figura 1: Mapa de resíduos espaciais entre os anos de 1965 e 2018.

Com um maior conhecimento dos resíduos de maior recorrência e observando a importância devido à grande quantidade de resíduos que já caíram na superfície terrestre foi estruturado o programa de acordo com as equações de acordo com Curtis (2010), no qual são consideradas condições iniciais para o veículo, dispostos na Tabela 1, com o intuito de entender como se comporta o detrito ao longo da sua trajetória antes de cair na superfície terrestre.

Tabela 1: Condições iniciais para montagem do programa.

Altitude inicial	200 km
Coordenada azimutal	-90°
Velocidade inicial	10,9148 km/s
Ângulo inicial da trajetória	20°
Tempo inicial	0 dias
Tempo de voo	3,16689 dias

Com as condições iniciais da Tabela 1, o programa resultará em um caso de captura, de acordo com Curtis (2010). O programa final gerou como resultados, a Figura 2 e os Gráficos 1, 2, 3 e 4.

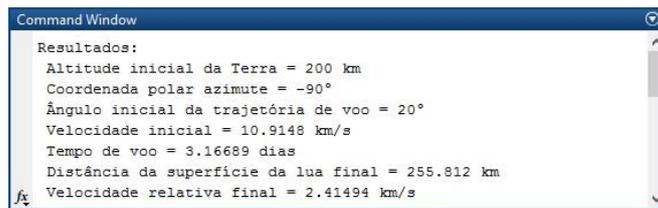


Figura 2: Janela de comando do Matlab, com resultados para condição inicial estabelecida.

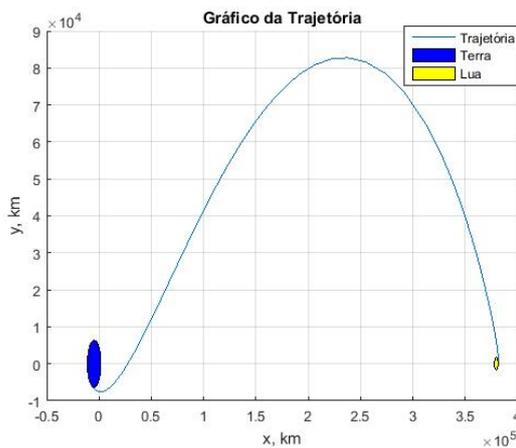


Gráfico 1: Trajetória nas condições iniciais.

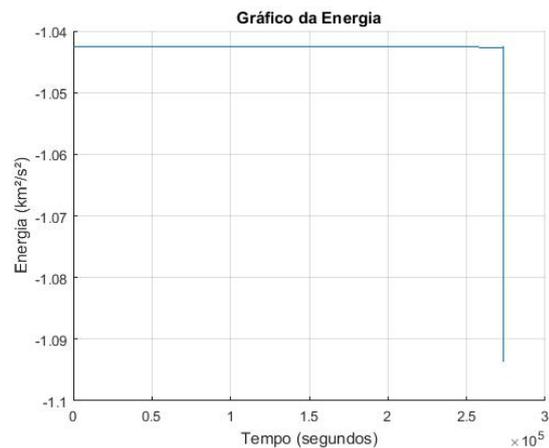


Gráfico 2: Energia nas condições iniciais.

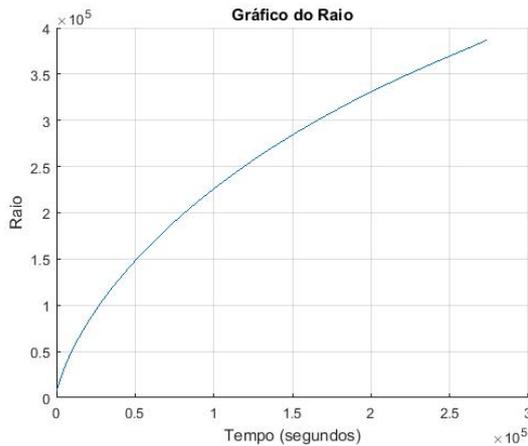


Gráfico 3: Raio nas condições iniciais.

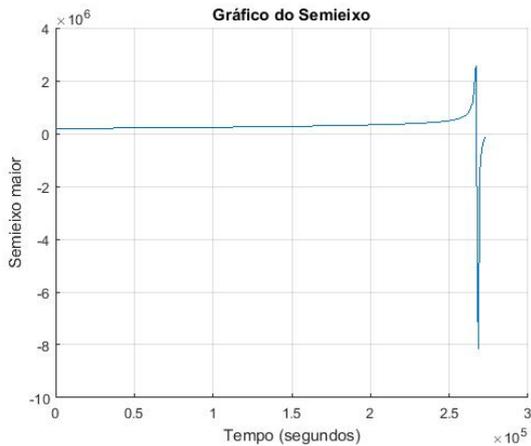


Gráfico 4: Semieixo nas condições iniciais.

Nas condições iniciais estabelecidas, o detrito apresenta uma velocidade final reduzida se comparada à inicial, isso implica que o equipamento perdeu velocidade até chegar próximo da lua, pelo Gráfico 2 é notório que sua energia ao longo de todo trajeto é negativa, isso implica que o detrito permaneceu capturado ao longo de todo o percurso. O gráfico 4 representa que houve uma queda no valor do semieixo que é evidenciada pela alteração da órbita do detrito ao longo da trajetória quando o mesmo se aproxima da lua, e o Gráfico 3 mostra um acréscimo no valor do raio, devido ao afastamento detrito-terra. O gráfico 1, mostra como é a trajetória do equipamento ao longo do tempo estabelecido, em que a trajetória é iniciada próximo da Terra.

Todos os resultados apresentados condizem com os resultados pré-estabelecidos por outros referenciais teóricos como Curtis (2010), deste modo, foram realizadas outras simulações variando condições iniciais como altitude, ângulo de partida, velocidade.

Neste presente relatório, serão abordados os resultados obtidos que possuem maior relevância para a situação de captura. A maioria dos parâmetros iniciais foram mantidos, sendo alterados somente a velocidade de escape e o ângulo de partida. A alteração da velocidade foi de 10,89 10,91 e 11 km/s, e os ângulos de partida foram de 10°, 20°, 50° e 270°.

Os gráficos 5, 6, 7 e 8 retratam o comportamento do detrito com velocidade de escape de 10,89 km/s e ângulo de 10°. No tempo estabelecido,  $18 \cdot 10^5$  s, o detrito se aproximou da Terra duas vezes, porém a cada aproximação foi notório que a distância entre o detrito e a Terra foram reduzidas (Gráfico 5). Na primeira volta o detrito aproximou da Lua (Gráfico 7), porém não o suficiente para garantir que a atração detrito-

lua fosse maior que a detrito-Terra. A energia ao longo de todo trajeto se manteve negativa indicando estado de captura (Gráfico 8).

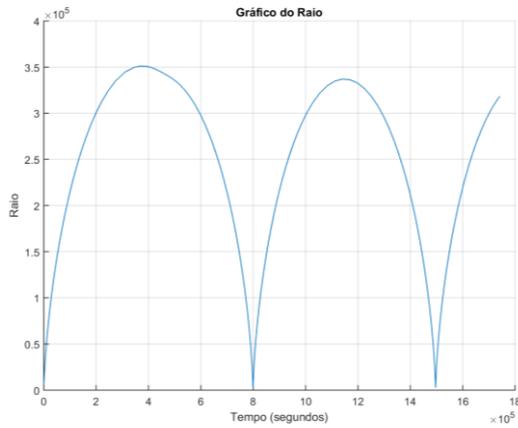


Gráfico 5: Distância da Terra para condições de partida: ângulo  $10^\circ$  e velocidade 10,89 km/s.

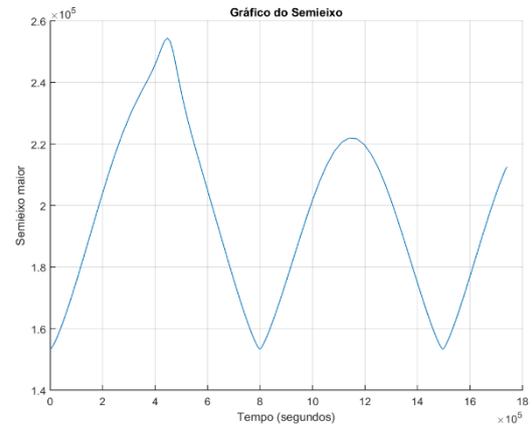


Gráfico 6: Semieixo para as condições de partida: ângulo  $10^\circ$  e velocidade 10,89 km/s.

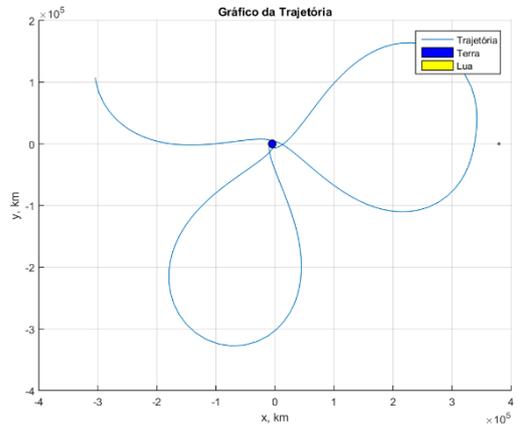


Gráfico 7: Trajetória do detrito para as condições de partida: ângulo  $10^\circ$  e velocidade 10,89 km/s.

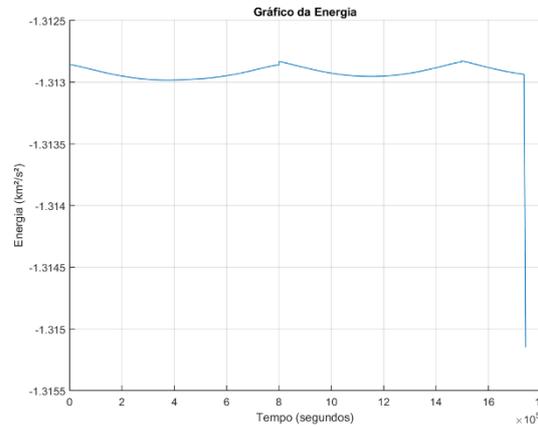


Gráfico 8: Energia para as condições de partida: ângulo  $10^\circ$  e velocidade 10,89 km/s.

Com a alteração do ângulo de partida de  $10^\circ$  para  $20^\circ$  ocorre um aumento no valor do pico de distância entre a Terra a o detrito, e ao longo do trajeto com o mesmo intervalo de tempo o detrito não consegue se aproximar duas vezes como no caso anterior (Gráfico 7). A energia apresentou maior variação ao longo da trajetória indicada pelo gráfico 12, mas não indicou muita alteração no comportamento do sistema. O gráfico 11 indica mostra a semelhança entre o formato da primeira volta com relação à segunda volta. Isso indica que ao longo dos  $18 \cdot 10^5$  s o sistema se apresentou como equilibrado.

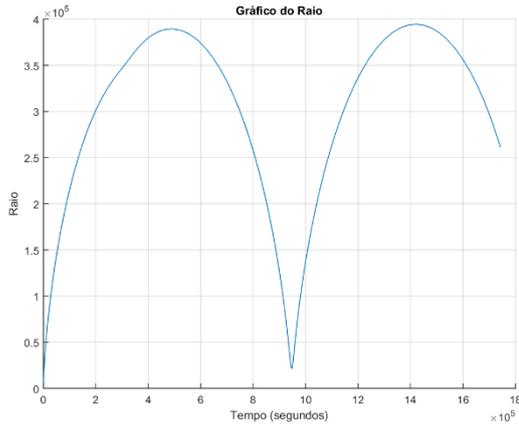


Gráfico 9: Distância da Terra para condições de partida: ângulo  $20^\circ$  e velocidade 10,89 km/s.

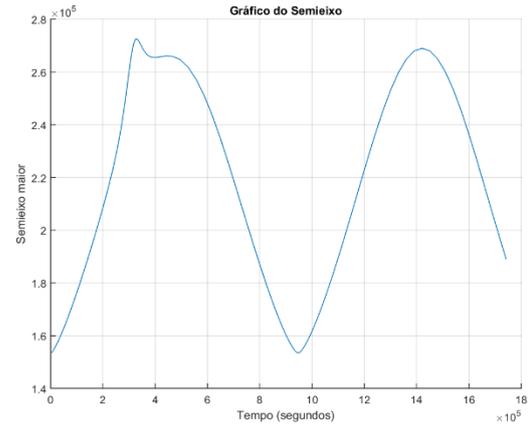


Gráfico 10: Semieixo para as condições de partida: ângulo  $20^\circ$  e velocidade 10,89 km/s.

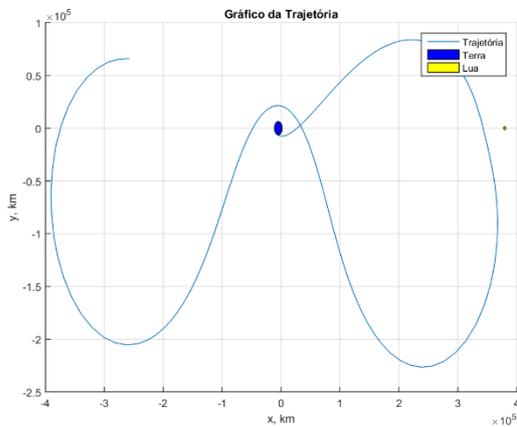


Gráfico 11: Trajetória do detrito para as condições de partida: ângulo  $20^\circ$  e velocidade 10,89 km/s.

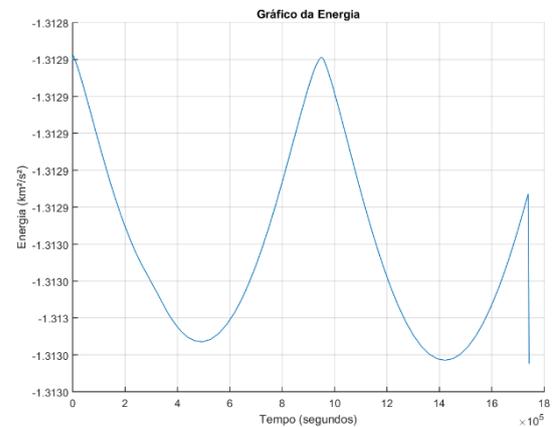


Gráfico 12: Energia para as condições de partida: ângulo  $20^\circ$  e velocidade 10,89 km/s.

Outro ângulo analisado foi de  $50^\circ$ , para este ângulo de partida, o detrito parece não sofrer grandes interferências na sua trajetória devido a força gravitacional da lua, entretanto o sistema sofre grande interferência da gravidade da Terra. No período analisado, o detrito se aproxima da Terra duas vezes (Gráfico13), igualmente para o ângulo de partida de  $10^\circ$ , porém com o ângulo de  $50^\circ$  o detrito não chega próximo da lua (Gráfico 15), a energia do sistema varia muito pouco ao longo da trajetória, e o semieixo aparenta variar uniformemente (Gráfico 14).

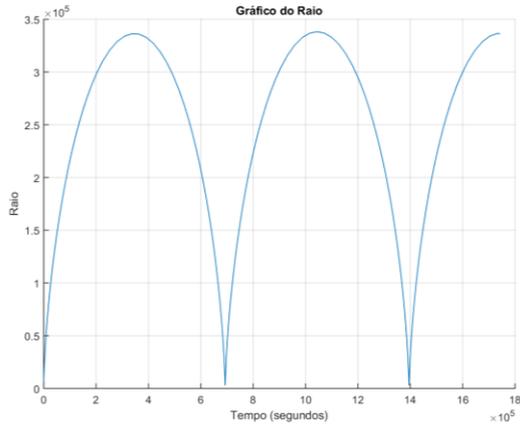


Gráfico 13: Distância da Terra para condições de partida: ângulo  $50^\circ$  e velocidade 10,89 km/s.

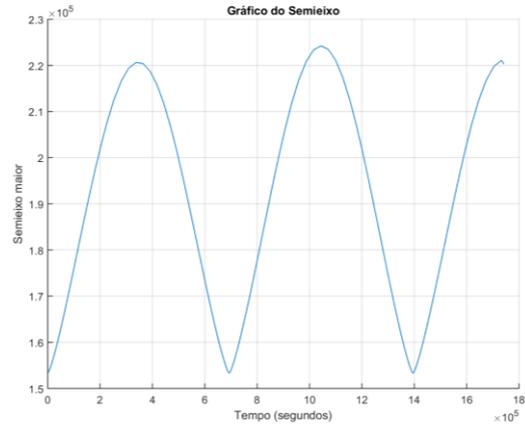


Gráfico 14: Semieixo para as condições de partida: ângulo  $50^\circ$  e velocidade 10,89 km/s.

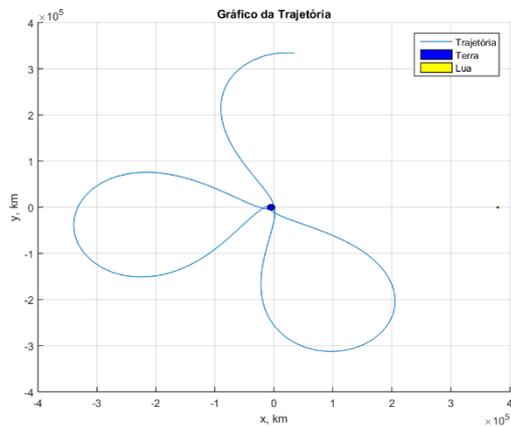


Gráfico 15: Trajetória do detrito para as condições de partida: ângulo  $50^\circ$  e velocidade 10,89 km/s.

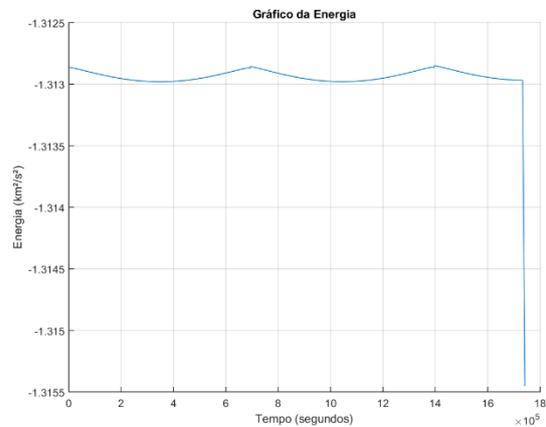


Gráfico 16: Energia para as condições de partida: ângulo  $50^\circ$  e velocidade 10,89 km/s.

Um ângulo de destaque, já que seu comportamento foi diferenciado em relação aos outros ângulos analisados, foi o ângulo de  $270^\circ$ . Mantendo todas as outras variáveis igualmente dos testes anteriores, o resultado apresentou uma queda brusca da distância do detrito em relação a terra (Gráfico 17), e uma elevação da energia em módulo (Gráfico 20), indicando que o detrito está sendo atraído pela força gravitacional da Terra. É notório que com o ângulo de partida de  $270^\circ$  o detrito sai em uma direção que não sofre ação significativa da força gravitacional da Lua, o Gráfico 19 mostra a trajetória do detrito, a mesma mostra que o detrito está se aproximando muito rapidamente da Terra. Com a alteração para tempos maiores é possível observar que o detrito aproxima ainda mais da Terra indicando que o detrito provavelmente cairá na superfície terrestre.

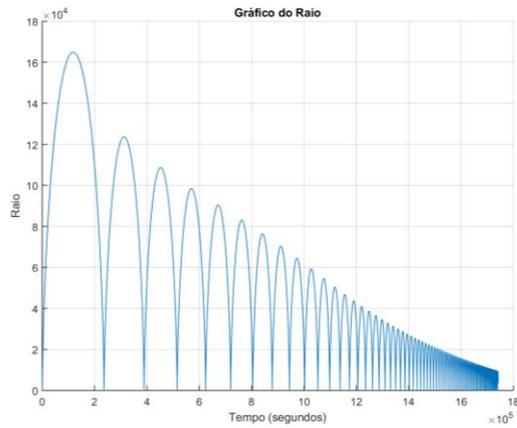


Gráfico 17: Distância da Terra para condições de partida: ângulo  $270^\circ$  e velocidade 10,89 km/s.

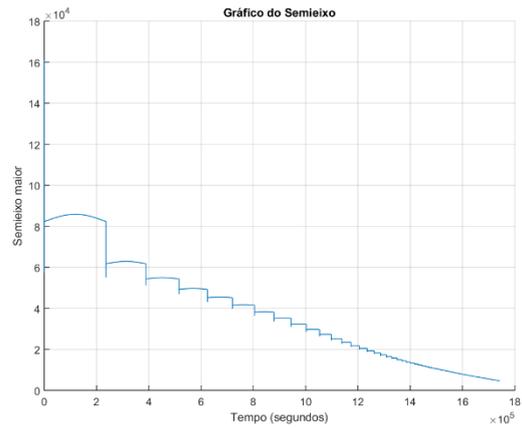


Gráfico 18: Semieixo maior para as condições de partida: ângulo  $270^\circ$  e velocidade 10,89 km/s.

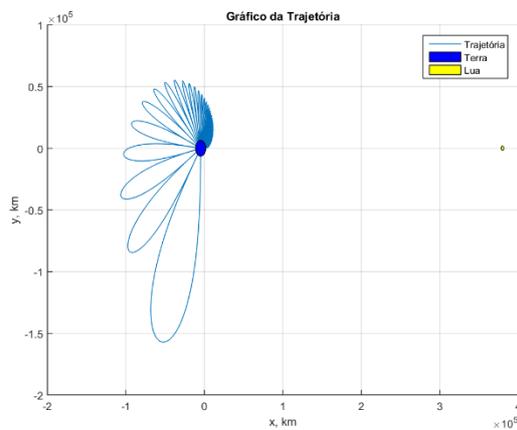


Gráfico 19: Trajetória do detrito para as condições de partida: ângulo  $270^\circ$  e velocidade 10,89 km/s.

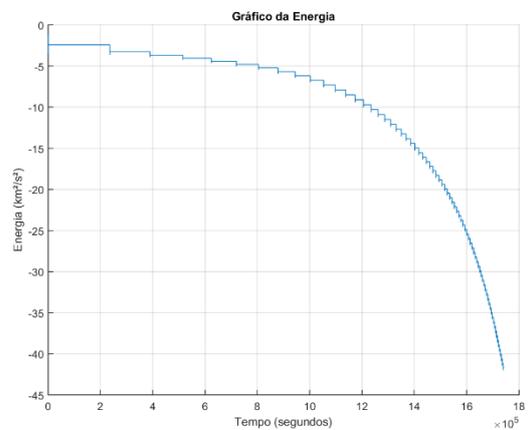


Gráfico 20: Energia para as condições de partida: ângulo  $270^\circ$  e velocidade 10,89 km/s.

Para o caso com o ângulo de partida de  $10^\circ$  e velocidade de 10,91 km/s em relação ao outro caso: com mesmo ângulo de partida e velocidade de 10,89 km/s, foi possível observar que um acréscimo na velocidade do detrito faz com que ele apresente um acréscimo na distância Terra-detrito em relação no caso anterior (diferença observada entre os Gráficos 5 e 17), o que pode ser explicado também pela diminuição da energia se comparada ao caso anterior (Gráficos 8 e 20), isso se dá pois com o aumento da velocidade do detrito, a atração Terra-detrito é desfavorecida influenciando em um maior afastamento do detrito.

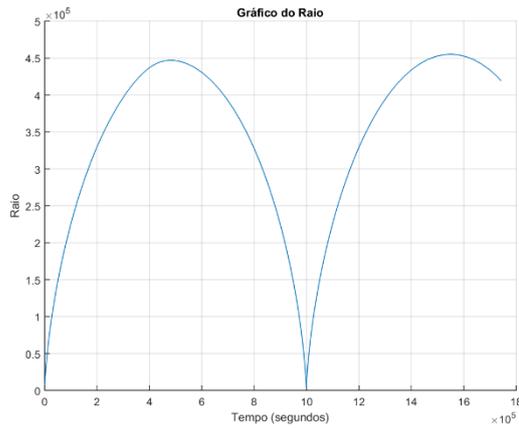


Gráfico 21: Distância da Terra para condições de partida: ângulo  $10^\circ$  e velocidade 10,91 km/s.

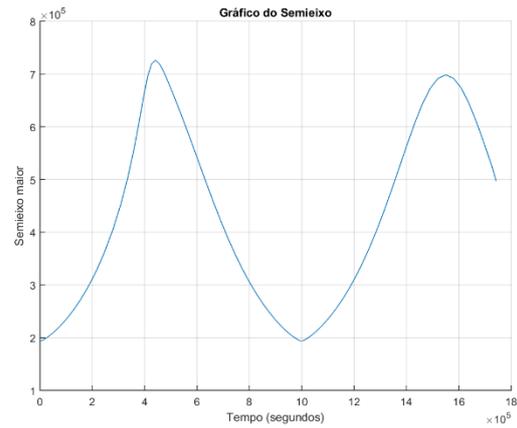


Gráfico 22: Semieixo para as condições de partida: ângulo  $10^\circ$  e velocidade 10,91 km/s.

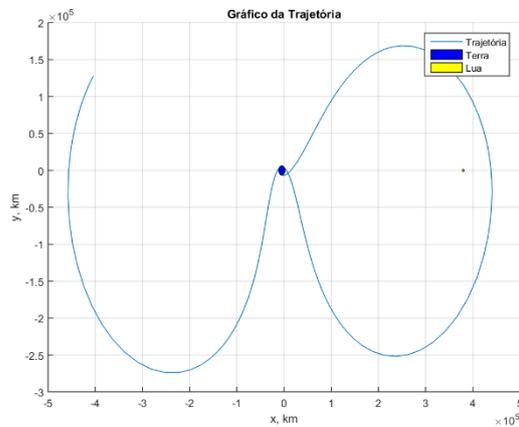


Gráfico 23: Trajetória do detrito para as condições de partida: ângulo  $10^\circ$  e velocidade 10,91 km/s.

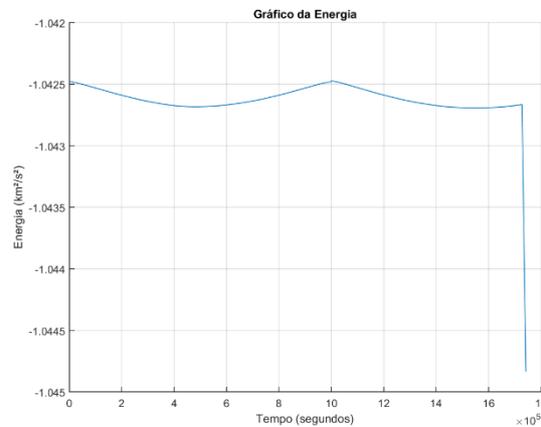


Gráfico 24: Energia para as condições de partida: ângulo  $10^\circ$  e velocidade 10,91 km/s.

Mantendo a velocidade de partida de 10,91 km/s e modificando o ângulo para  $20^\circ$  ocorre o fenômeno de captura pela Lua, que proporciona uma mudança no sentido do detrito identificado no Gráfico 23, proporcionando a segunda volta um distanciamento maior da Terra, o que resulta na queda no valor da energia (Gráfico 24). Se comparada ao caso que o ângulo é o mesmo e a velocidade é de 10,89 km/s, o teste para a velocidade de 10,91 km/s apresentou-se bem diferente, pois com a ocorrência da captura ocasionou numa mudança drástica, sendo que no caso com o ângulo de 10,89 km/s (Gráfico 11) somente ocorre a aproximação da Lua, não afetando o movimento do detrito.

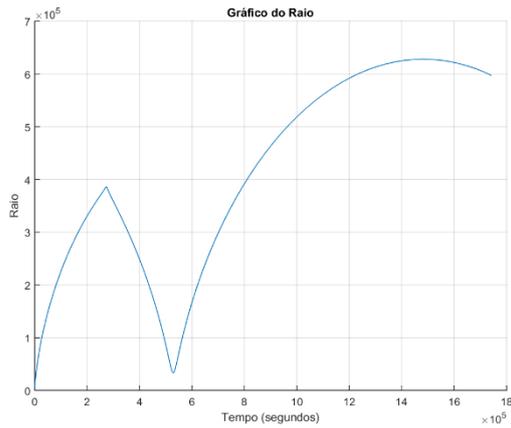


Gráfico 25: Distância da Terra para condições de partida: ângulo  $20^\circ$  e velocidade 10,91 km/s.

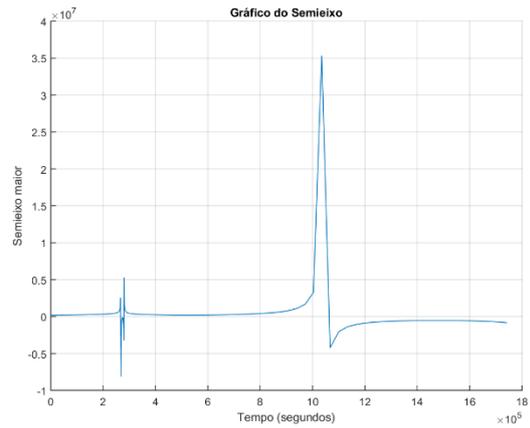


Gráfico 26: Semieixo para as condições de partida: ângulo  $20^\circ$  e velocidade 10,91 km/s.

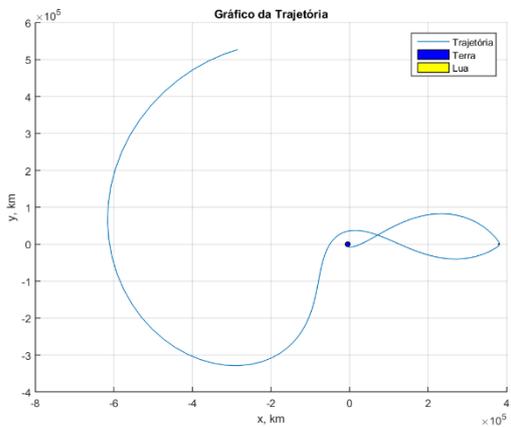


Gráfico 27 Trajetória do detrito para as condições de partida: ângulo  $20^\circ$  e velocidade 10,91 km/s.

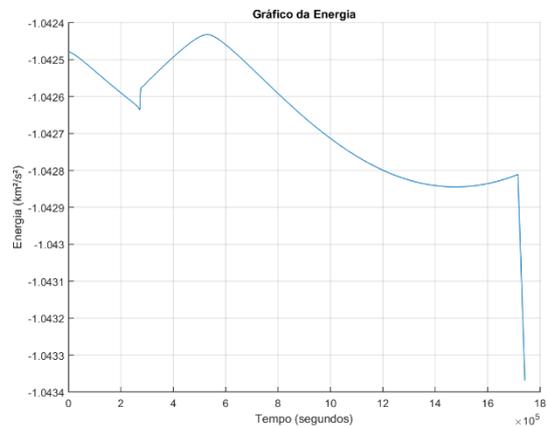


Gráfico 28: Energia para as condições de partida: ângulo  $20^\circ$  e velocidade 10,91 km/s.

Com a mudança para o Ângulo  $50^\circ$  e Velocidade 10,91, notou-se que o aumento do ângulo de  $20^\circ$  para  $50^\circ$  impossibilita a ocorrência da captura na primeira volta, pois com um ângulo de partida de  $50^\circ$  o detrito não sai em direção de encontro com a Lua (Gráfico 27), isso faz com que o mesmo no tempo analisado não sofra grandes alterações na sua energia (Gráfico 28). Em comparação com a condição de mesmo ângulo e velocidade de 10,89 km/s, a diferença consiste na aproximação Detrito-terra, que para o caso com velocidade maior ocorre duas vezes e para velocidade menor ocorre três vezes, colaborando para a ideia de que quanto menor a velocidade do detrito maior atração ele terá pela Terra, e um menor energia associada.

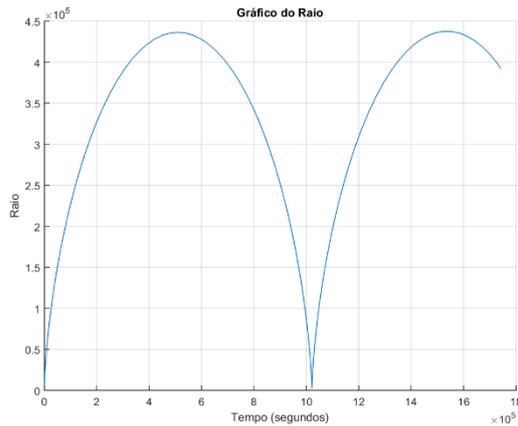


Gráfico 29: Distância da Terra para condições de partida: ângulo  $50^\circ$  e velocidade 10,91 km/s.

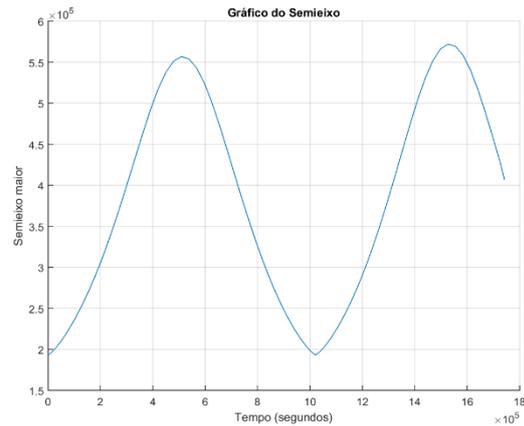


Gráfico 30: Semieixo para as condições de partida: ângulo  $50^\circ$  e velocidade 10,91 km/s.

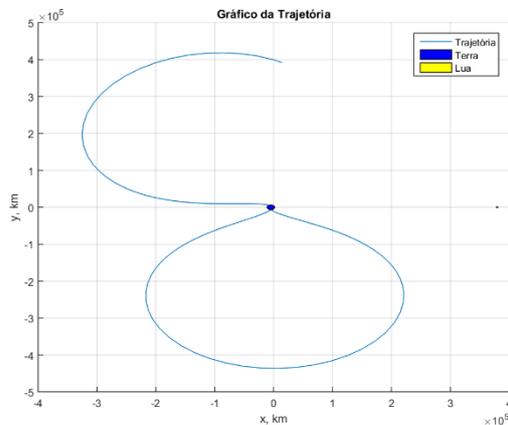


Gráfico 31 Trajetória do detrito para as condições de partida: ângulo  $50^\circ$  e velocidade 10,91 km/s.

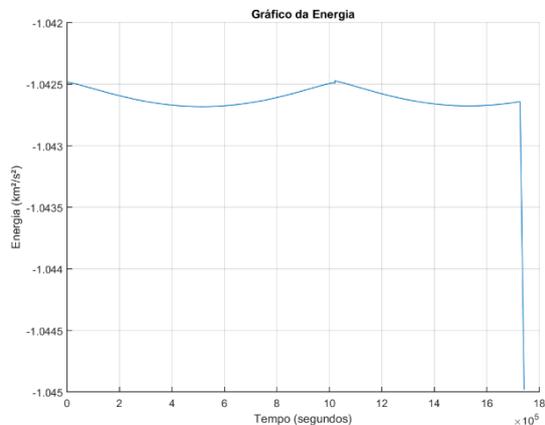


Gráfico 32: Energia para as condições de partida: ângulo  $50^\circ$  e velocidade 10,91 km/s.

Com a alteração do valor do ângulo para  $270^\circ$ , a interferência da gravidade da lua é muito reduzida se comparada com a Terra, igualmente no outro caso, com o mesmo valor de ângulo e velocidade de 10,89 km/s. A medida que o tempo passa, ocorre uma aproximação Terra-detrito, que provoca um salto na energia (Gráfico 36) a cada vez que o semieixo sofre alterações significativas (Gráfico 34). O que diferencia desse caso para o outro caso já supracitado, é que com a velocidade um pouco mais elevada, o detrito apresentou uma redução da distância Terra-detrito mais lenta se comparada com o outro caso e uma energia final menor, em módulo, que no outro caso, ou seja, maior chance de escape, já que ele apresenta menor interferência da gravidade da Terra no último caso.

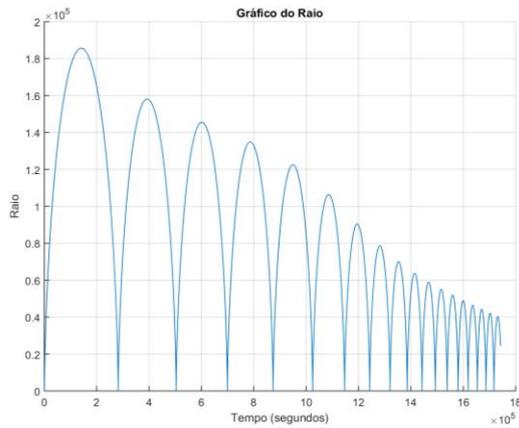


Gráfico 33: Distância da Terra para condições de partida: ângulo 270° e velocidade 10,91 km/s.

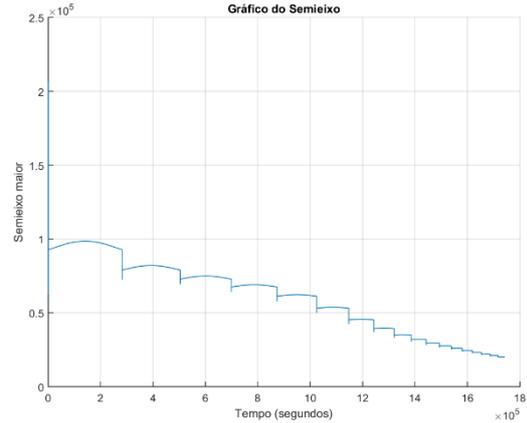


Gráfico 34: Semieixo para as condições de partida: ângulo 270° e velocidade 10,91 km/s.

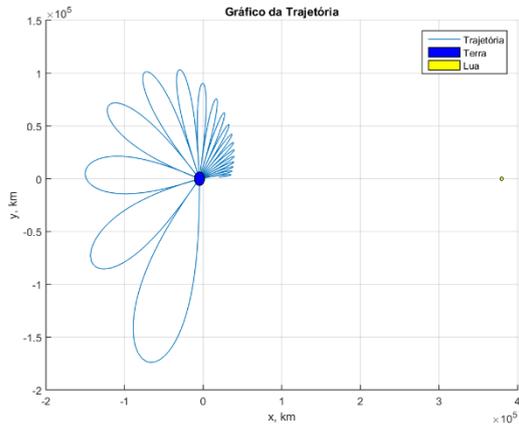


Gráfico 35: Trajetória do detrito para as condições de partida: ângulo 270° e velocidade 10,91 km/s.

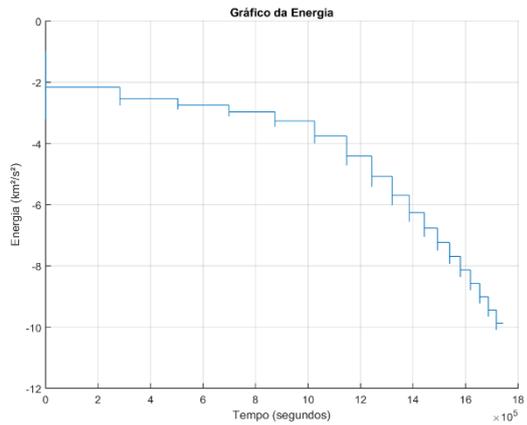


Gráfico 36: Energia para as condições de partida: ângulo 270° e velocidade 10,91 km/s.

Para as condições de ângulo de 10° e velocidade de 11 km/s o resultado comparado com os outros dois casos que apresentam velocidade menor, apresentou um certo afastamento da Terra muito elevado em comparação com os outros (Gráficos 5, 21 e 37, velocidade 10,89, 10,91 e 11 km/s, respectivamente), não havendo aproximação Detrito-terra no período analisado. Devido a este afastamento ao longo de todo o período analisado, o gráfico de energia apresenta um declínio ao longo de toda trajetória (Gráfico 40). Além disso o detrito se aproximou da lua, porém não afetou na trajetória do mesmo em relação a órbita ao redor da Terra, no Gráfico 39 é possível observar que o detrito após passar próximo da lua não tende a se atrair pela mesma, mas segue atraído pela Terra, pois muda seu ângulo ao longo do tempo.

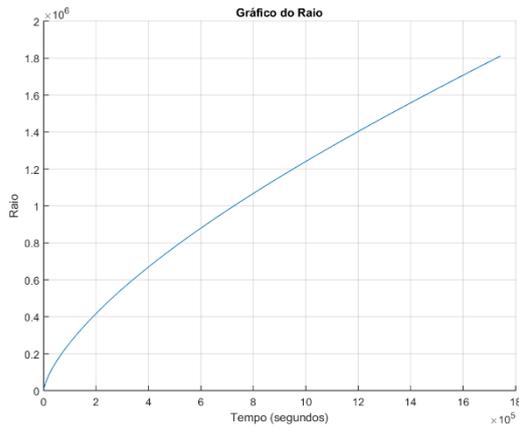


Gráfico 37: Distância da Terra para condições de partida: ângulo  $10^\circ$  e velocidade 11 km/s.

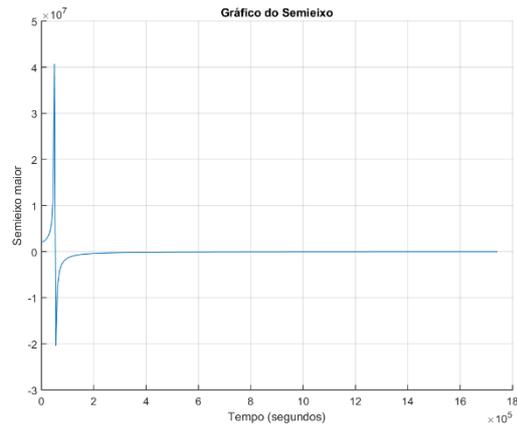


Gráfico 38: Semieixo para as condições de partida: ângulo  $10^\circ$  e velocidade 11 km/s.

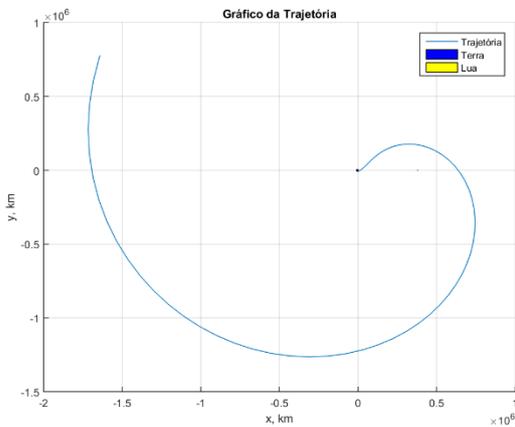


Gráfico 39: Trajetória do detrito para as condições de partida: ângulo  $10^\circ$  e velocidade 11 km/s.

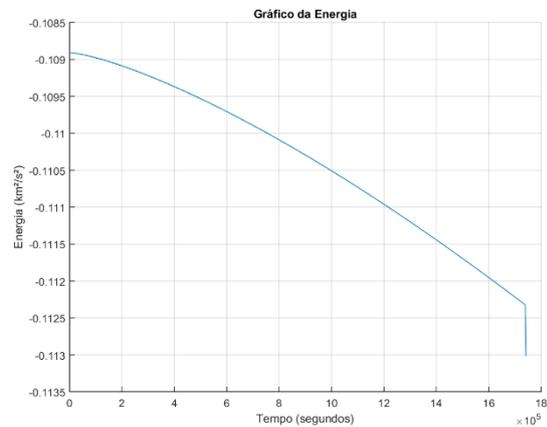


Gráfico 40: Energia para as condições de partida: ângulo  $10^\circ$  e velocidade 11 km/s.

Analisando os gráficos em relação as condições de partida de  $20^\circ$  e velocidade de 11 km/s é possível observar que há grande semelhança com a condição de partida anterior, Gráficos 37, 38, 39 e 40. O que os diferencia é a grandeza dos valores, para um ângulo de partida maior o detrito consegue se distanciar mais da Terra em um mesmo intervalo de tempo, ocorre assim como no outro a queda da energia devido a distância, o semieixo permanece constante ao longo de maior parte do período analisado, isso significa que o detrito não sofre alteração no seu formato de órbita. Como pode-se observar nos Gráficos 39 e 43, ocorre uma maior aproximação com o ângulo  $20^\circ$ , entretanto da mesma forma que o caso anterior não ocorre a captura pela lua, e a gravidade da Terra é a que mais provoca a atração do detrito.

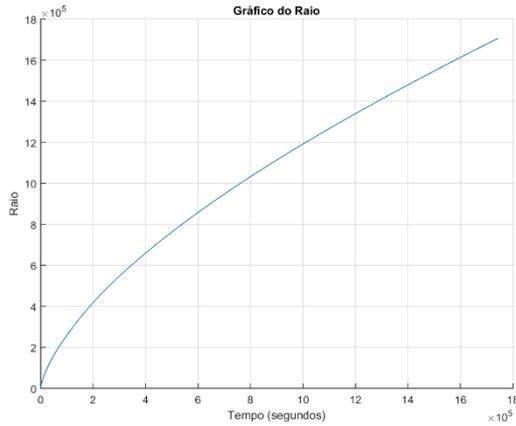


Gráfico 41: Distância da Terra para condições de partida: ângulo  $20^\circ$  e velocidade 11 km/s.

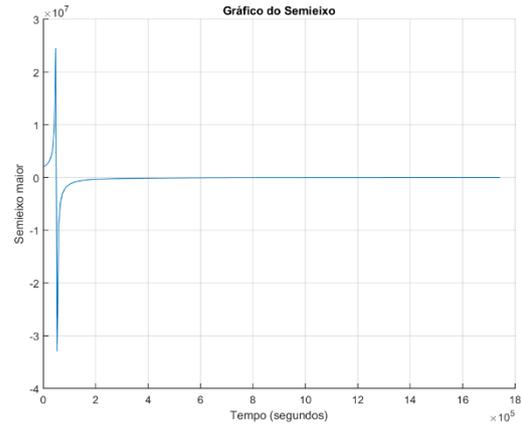


Gráfico 42: Semieixo para as condições de partida: ângulo  $20^\circ$  e velocidade 11 km/s.

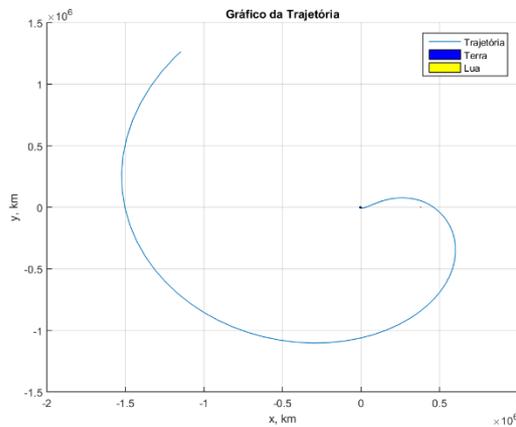


Gráfico 43: Trajetória do detrito para as condições de partida: ângulo  $20^\circ$  e velocidade 11 km/s.

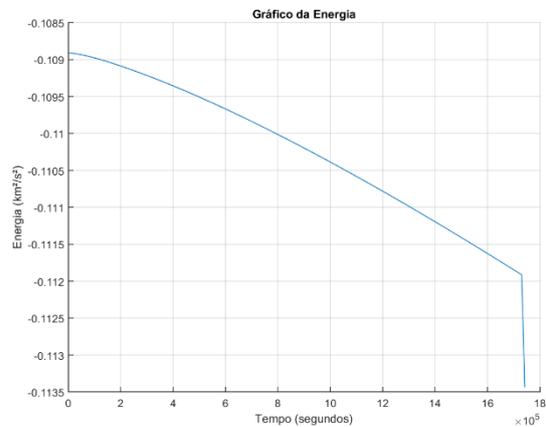


Gráfico 44: Energia para as condições de partida: ângulo  $20^\circ$  e velocidade 11 km/s.

O observação para as condições de ângulo de  $50^\circ$  e velocidade de 11 km/s consistiram em comparar com os casos anteriores, mas vale destacar que com a velocidade maior os ângulos de  $10^\circ$ ,  $20^\circ$  e  $50^\circ$  apresentaram um comportamento muito parecido apenas alterando a amplitude, no caso ângulos maiores de escape proporcionaram no caso analisado maiores distanciamentos da Terra, mantendo o mesmo valor de semieixo na maior parte da trajetória, deste modo, apresentando uma trajetória muito parecida, porém em distâncias diferentes em relação a Terra. O gráfico de energia, assim como nos outros casos apresenta uma curva decrescente o que garante a captura do detrito, permitindo que o mesmo continue em órbita.

Em relação a comparação de velocidades distintas para o mesmo ângulo de escape ( $50^\circ$ ), foi possível observar que no período estudado para velocidades de escapes menores o detrito consegue apresentar aproximações com a Terra, porém nesse último o detrito

apresentou uma característica diferente, pois só ocorre o afastamento do detrito em relação a Terra no período analisado, e a gravidade da lua não é suficiente grande para alterar a órbita do detrito, demonstrando que somente a Terra apresenta uma interferência significativa na trajetória do detrito.

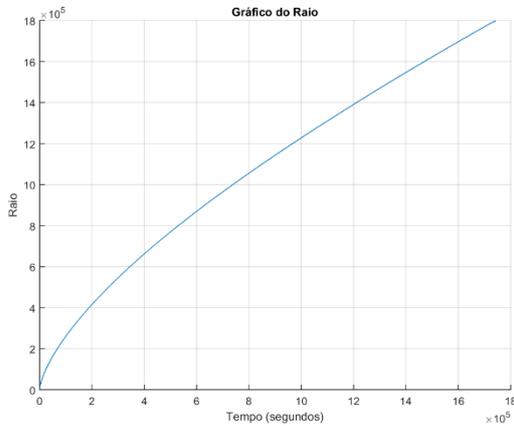


Gráfico 45: Distância da Terra para condições de partida: ângulo  $50^\circ$  e velocidade 11 km/s.

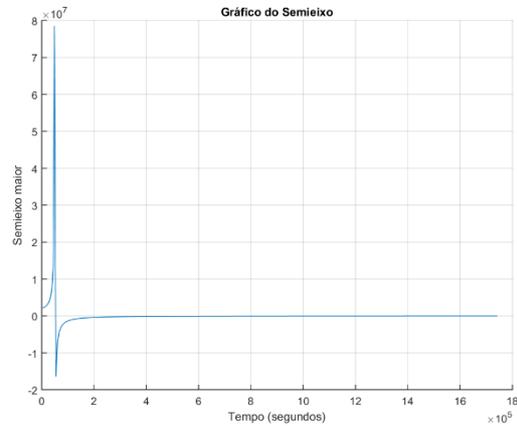


Gráfico 46: Semieixo para as condições de partida: ângulo  $50^\circ$  e velocidade 11 km/s.

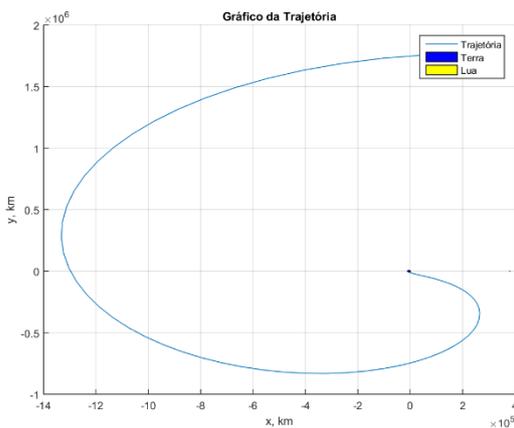


Gráfico 47: Trajetória do detrito para as condições de partida: ângulo  $50^\circ$  e velocidade 11 km/s.

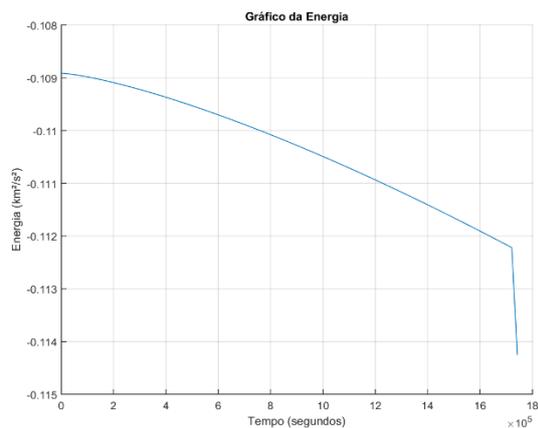


Gráfico 48: Energia para as condições de partida: ângulo  $50^\circ$  e velocidade 11 km/s.

O último caso de análise consiste no ângulo de escape de  $270^\circ$  e velocidade de 11 km/s, nesse caso assim como nos outros casos analisados de mesmo ângulo com velocidades diferentes, resultou em uma aproximação a cada volta ao redor da Terra, porém é possível observar que com a velocidade de 11 km/s, o detrito dá somente três voltas ao redor da Terra, e tende a se aproximar de maneira mais leve (Gráfico 49) que nos outros casos (Gráficos 17 e 33). É válido destacar que para o Gráfico 52, referente a energia, mostra que logo no início obteve-se uma condição muito próxima de escape, pois

a energia ficou muito próxima de zero, porém ao longo da trajetória, a energia foi apresentando-se mais negativa indicando que o detrito apresenta-se em condição de captura e mais atração Terra-detrito ao longo do tempo.

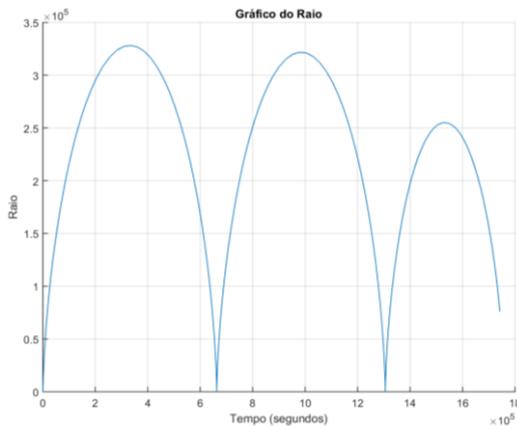


Gráfico 49: Distância da Terra para condições de partida: ângulo  $270^\circ$  e velocidade 11 km/s.

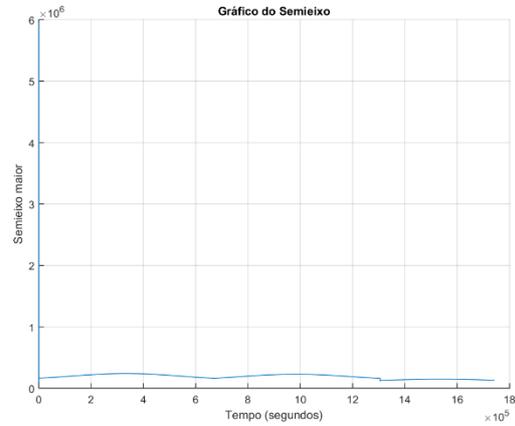


Gráfico 50: Semieixo para as condições de partida: ângulo  $270^\circ$  e velocidade 11 km/s.

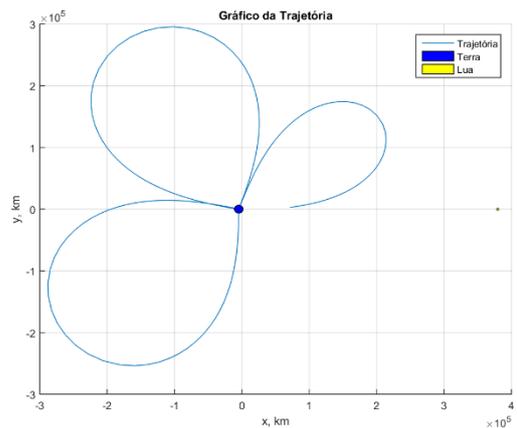


Gráfico 51: Trajetória do detrito para as condições de partida: ângulo  $270^\circ$  e velocidade 11 km/s.

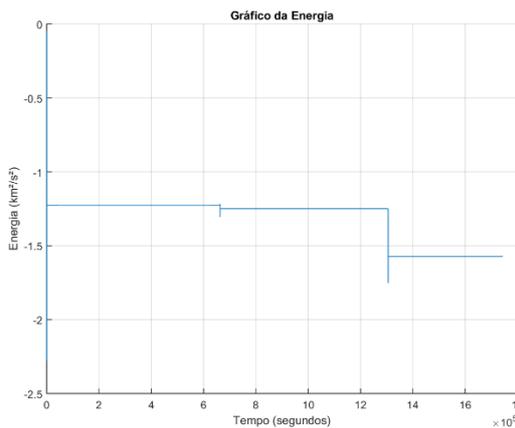


Gráfico 52: Energia para as condições de partida: ângulo  $270^\circ$  e velocidade 11 km/s.

## 6 CONCLUSÃO

A partir dos dados analisados é possível inferir que quando o valor da velocidade é alterado para valores maiores ocorre um afastamento do detrito, e o mesmo demora mais tempo para completar voltas ao redor da Terra, além disso os ângulos se comparados entre si, indicam que a mudança do ângulo de escape pode alterar completamente a órbita do detrito, implicando em condições muito distintas, porém se forem analisados ângulos mais próximos como no caso estudado  $10^\circ$  e  $20^\circ$  a tendência do movimento é ser próximo. Um dos ângulos analisados,  $270^\circ$ , apresentou um movimento muito diferenciado dos

outros, pois gera uma condição de órbita não estável, com grande alteração da velocidade e alto ganho de energia de atração, o que possivelmente resulta em uma queda na superfície terrestre. Estes resultados são importantes porque foi possível entender o efeito da gravidade sobre alguns detritos espaciais para diferentes posições e velocidades no espaço. Dessa forma, estes podem ser usados como ponto de partida para o estudo de condições orbitais de descargas de detritos.

## **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

MALEY'S, Paul. **SPACE DEBRIS PAGE**. Disponível em:

<<http://eclipse.tours.com/paul-maley/space-debris/>>. Acesso em: 16 de março de 2017.

KUGA, Hélio et al. **INTRODUÇÃO À MECÂNICA ORBITAL**. 2º ed. São José dos Campos: INPE, 2008.

CURTIS, H. **Orbital Mechanics for Engineering Students**. 2º ed. Flórida, EUA. ELSEVIER, 2010.

BLOCKLEY, Richard; SHYY, Wei. **ENCYCLOPEDIA OF AEROSPACE ENGINEERING**, Fluid dynamics and Aerothermodynamics. Nova Iorque, EUA. Wiley, 2010.

Durrieu S.; Ross N.. **Earth observation from space** – The issue of environmental sustainability. Disponível em:

<<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0265964613000659>>. Acesso em: 23 abril de 2018.