



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

INPE-12978-PRE/8255

**ANÁLISE DE SUPERFÍCIES BOMBARDEADAS POR FEIXES DE  
ELÉTRONS AUTOFOCALIZADOS EM UM SISTEMA DE  
PLASMA**

Carlos Alberto Barbosa de Oliveira Filho\*

\*Bolsista ITA

Relatório Final de Projeto de Iniciação Científica (PIBIC/CNPq/INPE), orientado pelo  
Dr. Joaquim Barroso de Castro



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

**ANÁLISE DE SUPERFÍCIES BOMBARDEADAS POR  
FEIXES DE ELÉTRONS AUTOFOCALIZADOS EM UM  
SISTEMA DE PLAMA**

RELATÓRIO FINAL DE PROJETO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA  
(PIBIC/CNPq/INPE)

Carlos Alberto Barbosa de Oliveira Filho (ITA, Bolsista PIBIC/CNPq)

E-mail: [calberto@h8.ita.br](mailto:calberto@h8.ita.br)

Joaquim José Barroso de Castro (LAP/INPE, Orientador)

E-mail: [barroso@plasma.inpe.br](mailto:barroso@plasma.inpe.br)

**COLABORADORES**

Dr. Mario Ueda (LAP/INPE)  
Dr. Geraldo F. Gomes (LAP/INPE)

Julho de 2005



# SUMÁRIO

**CAPÍTULO 1 – Introdução**

**CAPÍTULO 2 – Comportamento Térmico de Uma superfície Bombardeada por Pulsos Periódicos de Potência**

**CAPÍTULO 3 – Análise Numérica do Comportamento Térmico de Uma Superfície Bombardeada por Pulsos Periódicos de Potência**

**CAPÍTULO 4 – Conclusão**

## **1. Introdução**

A aplicação de pulsos rápidos de calor incidindo sobre uma superfície metálica a ser tratada resulta em um considerável aumento de dureza e redução de desgaste no material sem afetar suas propriedades internas. O tratamento térmico destes materiais por feixes de elétrons constitui-se um método eficiente e econômico com o qual se pode criar materiais amorfos não-cristalinos que possuem grande aplicabilidade na indústria. A utilização deste sistema ainda abre margens para aplicações em diversas outras áreas a serem ainda exploradas, relacionadas tanto a pesquisa quanto a indústria.

Nosso objetivo neste trabalho foi principalmente desenvolver e analisar um modelo teórico para o comportamento térmico de superfícies metálicas bombardeadas por pulsos periódicos de potência que fosse condizente com experimentos já realizados e aplicar os resultados obtidos a superfícies bombardeadas por feixes de elétrons autofocalizados em ambiente de plasma.

## 2. Comportamento Térmico de Uma Superfície Bombardeada por Pulsos

### Periódicos de Potência

Como já pudemos verificar em nosso trabalho anterior [5], o comportamento de elétrons acelerados em um ambiente de plasma é de um feixe de elétrons que se autofocalizam. Esses elétrons podem ser gerados a partir da colisão de átomos de carbono ou nitrogênio com superfícies metálicas (processo de endurecimento de superfícies por implantação de íons) gerando uma nuvem de elétrons secundários que se espalham devido à colisão. Sobre a influência do próprio campo magnético gerado pelo fluxo de elétrons (corrente), temos uma autofocalização do feixe com elétrons muito energizados. Estes elétrons chocando-se com uma superfície metálica funcionando como um pulso de potência aquecendo rapidamente a superfície.

Para iniciarmos nossa análise do problema térmico envolvendo superfícies bombardeadas por feixes de elétrons, o seguinte problema simplificado será resolvido e usado com base para conclusões qualitativas a cerca do comportamento de uma superfície real. Considere uma placa retangular como na figura 1.1. Suponha que pulsos periódicos de potência  $P_B$  watts de duração  $t$  repetido com uma frequência  $f$  Hz, estão sendo entregues uniformemente sobre esta superfície durante cada pulso.

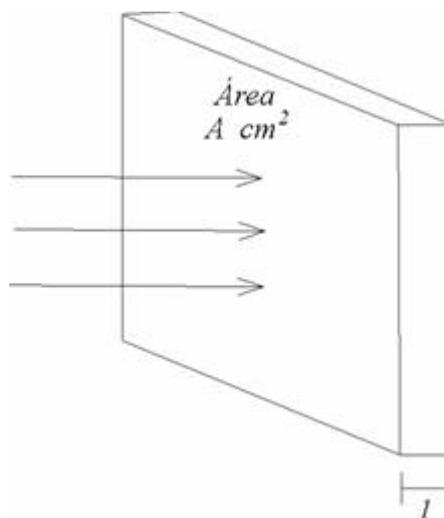


Figura 1.1 Superfície bombardeada por pulso periódico de potência.

A área da superfície terá  $A \text{ cm}^2$ , e uma espessura  $l \text{ cm}$ . Iremos supor, por enquanto, que é possível escolher esta espessura tal que se possa considerar que um dos lados da superfície permaneça a uma temperatura fixa  $T_0$ .

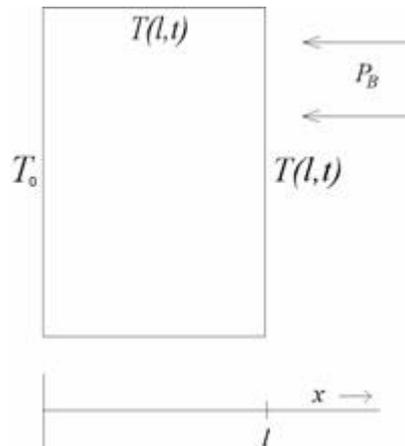


Figura1.2 Superfície e sistema de coordenadas.

Suponha que a superfície do catodo esteja arranjada segundo o eixo ( $x$ ) como indicado na figura 1.2. A distribuição de temperatura na parte interna da placa será então indicada por  $T(x,t)$ . Iremos supor que a área  $A$  é larga o suficiente tal que as variações transversais de temperatura sejam desprezíveis. Além disso, iremos supor que a origem de tempo é escolhida de tal forma que um pulso de potencia é aplicado ao catodo de  $t=0$  a  $t=t$ .

Durante o pulso, a potência  $P_B/A \text{ watts/cm}^2$  ou  $0,239P_B/A \text{ cal/sec/cm}^2$  está alimentando a superfície em  $x=l$ . Portanto, se

$$q = \left( \frac{1}{K} \right) (0,239) \frac{P_B}{A}, \quad (1)$$

em que  $K$  é a condutividade térmica do material em calorias por centímetro por segundo por graus Celsius, para a superfície em  $x=l$  temos:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=l} &= q \text{ para } 0 \leq t \leq t, \\ \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=l} &= 0 \text{ para } t < t < \frac{1}{f}. \end{aligned} \quad (2)$$

A equação diferencial parcial que governa o fluxo de calor em uma dimensão pode ser escrita como:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{a^2} \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (3)$$

em que  $a^2 = K / c\rho$ . A capacidade térmica por unidade de massa é indicada por  $c$ , e a densidade por  $\rho$ . A solução da equação (3), apropriada para o presente problema, pode ser escrita como:

$$T(x, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{-in2pft} \operatorname{sen} \sqrt{i \frac{n2pf}{a^2}} x + T_0. \quad (4)$$

]

Se a constante  $A_n$  é agora arranjada para satisfazer as condições de contorno apontadas pelas equações (2), a equação (4) torna-se:

$$T(x, t) = \frac{qf}{a^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(e^{in2pft} - 1) \operatorname{sen} \sqrt{i \frac{n2pf}{a^2}} x}{\left(i \frac{n2pf}{a^2}\right)^{3/2} \cos \sqrt{i \frac{n2pf}{a^2}} l} e^{-in2pft} + T_0. \quad (5)$$

A quantidade que será de interesse é a diferença entre a temperatura na face frontal (a ser bombardeada) da placa instantes antes do pulso e logo após o fim deste. Esta flutuação de temperatura será chamada de  $\Delta T$  e é definida por:

$$\Delta T = T(l, t) - T(l, 0). \quad (6)$$

Da equação (5) temos:

$$\Delta T = \frac{2qf}{a^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1 - \cos n2\mathbf{p}ft)}{\left(\frac{n2\mathbf{p}f}{a^2}\right)} \left[ i^{-3/2} \tan \sqrt{i \frac{n2\mathbf{p}f}{a^2}} l + (-i)^{-3/2} \tan \sqrt{-i \frac{n2\mathbf{p}f}{a^2}} l \right], \quad (7)$$

ou

$$\Delta T = \frac{2qf}{a^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\text{sen}^2 n\mathbf{p}ft}{\left(\frac{n\mathbf{p}f}{a^2}\right)^{3/2}} \left[ \frac{\text{senh}2\sqrt{\frac{n\mathbf{p}f}{a^2}} l - \text{sen}2\sqrt{\frac{n\mathbf{p}f}{a^2}} l}{\cosh2\sqrt{\frac{n\mathbf{p}f}{a^2}} l + \cos2\sqrt{\frac{n\mathbf{p}f}{a^2}} l} \right], \quad (8)$$

A equação (8) é a expressão apropriada para a solução do problema. Uma importante observação pode agora ser feita sobre a equação (8). Se  $l^2 > a^2/f$ , então  $2l\sqrt{n\mathbf{p}f/a^2} > \sqrt{4\mathbf{p}n}$ . Como  $n$  nunca é menor que a unidade  $2l\sqrt{n\mathbf{p}f/a^2} > 3,54$ . Nestas condições a segunda fração na série da equação (8) é muito próxima da unidade para todo valor de  $n$  sendo a aproximação razoável para os resultados que queremos demonstrar. Além disso,  $\Delta T$  não depende mais de  $l$ . Este resultado nos mostra que as flutuações de temperatura ocorridas na parte frontal da placa, onde são aplicados os pulsos, passam a não serem percebidas a uma distância de  $a/\sqrt{f}$  da parte frontal da placa. No mais desfavorável dos casos que iremos considerar,  $a$  apresentará um valor de  $0,5 \text{ cm/sec}^{1/2}$  (para o caso do níquel), enquanto que se a frequência utilizada para o pulso não for menor que  $400\text{Hz}$ ,  $a/\sqrt{f}$  será maior que  $0,025 \text{ cm}$ . Este exemplo nos dá a justificativa para que o problema resolvido represente o comportamento de um catodo real. É consistente assumir que em um catodo recebendo pulsos periódicos de potência, teremos flutuações de temperatura em uma camada externa muito fina do catodo e havendo uma superfície com espessura maior que  $a/\sqrt{f}$ , podemos considerar que a temperatura permanece constante.

Assumindo de agora em diante que  $l > a/\sqrt{f}$ , a equação (8) pode ser escrita como:

$$\Delta T = \frac{2qa}{\sqrt{p^3 f}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\text{sen}^2(np ft)}{n^{3/2}}. \quad (9)$$

Usando o resultado dado pela formula de Poisson, a séria (9) pode ser escrita como:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\text{sen}^2(np ft)}{n^{3/2}} = \int_0^{\infty} \frac{\text{sen}^2(p f t c)}{c^{3/2}} d c + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\text{sen}^2(p f t c)}{c^{3/2}} \cos(2n p c) d c. \quad (10)$$

Resolvendo as integrais da equação (10), considerando-se que  $ft < 2$ , o que para o nosso caso será sempre verdade, tem-se:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\text{sen}^2(np ft)}{n^{3/2}} = \sqrt{p^2 ft} + \sqrt{\frac{p}{2}} \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2np} \left( \sqrt{1 + \frac{ft}{n}} + \sqrt{1 - \frac{ft}{n}} - 2 \right) \quad (11)$$

Se agora, tivermos  $ft \ll 1$ , a equação (11) torna-se aproximadamente:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\text{sen}^2 np ft}{n^{3/2}} = \sqrt{p^2 ft}. \quad (12)$$

O resultado aproximado para a equação (9) é:

$$\Delta T = 2qa \sqrt{\frac{t}{p}}. \quad (13)$$

No qual devem ser satisfeitas as duas condições de validade abaixo:

$$l > \frac{a}{\sqrt{f}} \quad e \quad (14)$$
$$ft \ll 1.$$

A magnitude da variação térmica resultante dos pulsos de potência periódicos sobre a superfície pode ser calculada agora de maneira bastante simplificada, mas coerente com os valores esperados para um catodo real.

### 3. Análise Numérica do Comportamento Térmico de Uma Superfície Bombardeada por Pulsos Periódicos de Potência

A partir da solução encontrada para o problema térmico de superfícies bombardeadas por feixes de potência, podemos verificar numericamente os resultados comparando-os com alguns resultados práticos encontrados na literatura.

Utilizaremos uma placa metálica de cobre  $A=1\text{ cm}^2$ ,  $l=10\text{ cm}$ ,  $K=401\text{ W/m}^\circ\text{C}$ ,  $c=385\text{ J/Kg}^\circ\text{C}$ ,  $a=0,342$  e pulso de potência  $P_B=67875\text{ W}$  de duração  $t=200\text{ ms}$  e frequência  $f=100\text{ Hz}$ :

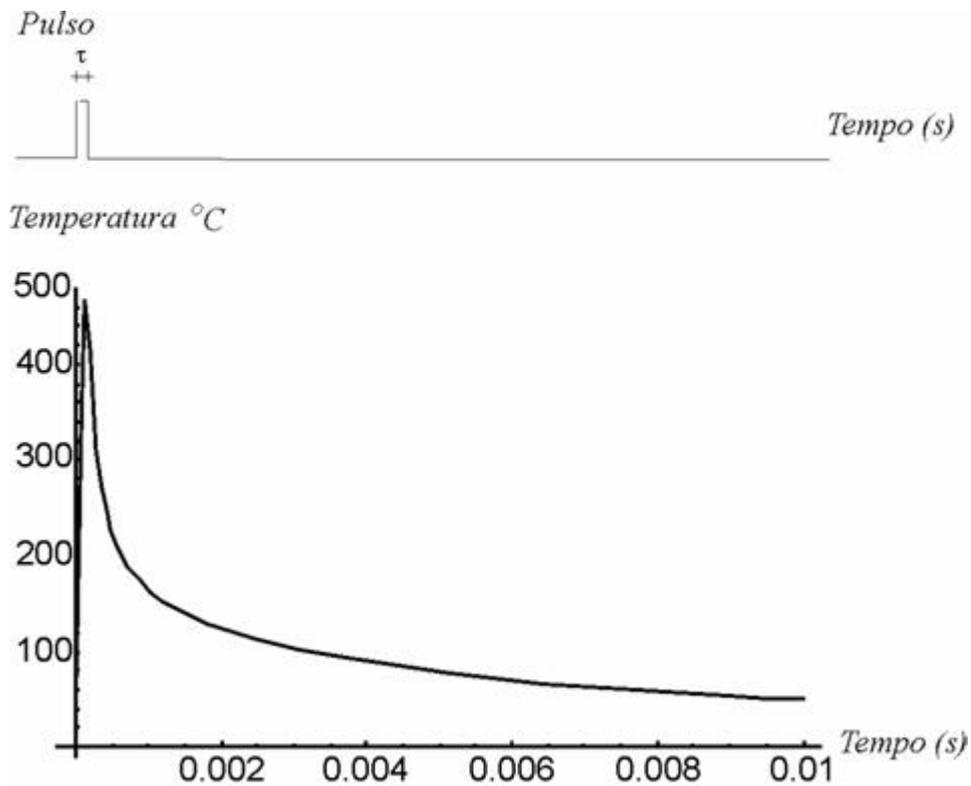


Figura 2.1 Resultado numérico para o cobre via software *Mathematica*.

Como podemos observar na figura 2.1, a equação (5) em  $t=l$  e para  $T_0 = 30^{\circ}C$ , nos dá uma variação rápida, quase instantânea, de temperatura durante a aplicação do pulso e cai rapidamente também após o término do pulso estabilizando em uma temperatura um pouco acima da temperatura inicial.

Com a equação (13) o valor aproximado da variação térmica alcançada na superfície do material é dado por:

$$\Delta T \approx 495^{\circ}C.$$

Resolvendo a equação (8) para um somatório aproximado de dez mil termos utilizando-se o software *Mathematica* encontramos:

$$\Delta T \approx 492^{\circ}C.$$

Como podemos observar, temos um erro absoluto de  $3^{\circ}C$ , e um erro relativo de  $0,6\%$ . O que é bastante aceitável, já que os dois resultados tratam-se de aproximações.

Este resultado bate com resultados práticos realizados anteriormente para uma chapa de cobre tratada com pulsos de potências gerados por fontes de microondas nas mesmas condições simuladas [3].

Não podemos deixar de ressaltar que as condições do sistema satisfazem as hipóteses tomadas para a aproximação da equação (13):

$$l > \frac{a}{\sqrt{f}} = 0,0342 \text{ e}$$
$$1 \gg ft = 0.02.$$

Estes resultados possuem uma abordagem geral do assunto, mas podem ser facilmente aplicadas ao nosso caso de estudo que são pulsos de potência gerados por feixes de elétrons.

#### **4. Conclusão**

A autofocalização de elétrons em um sistema de plasma pode ser de grande utilidade para o tratamento térmico de superfícies e outras aplicações. O problema matemático que apresentamos neste trabalho mostrou-se muito útil para a compreensão do sistema em estudo. A partir dele pudemos estabelecer parâmetros para obter uma aproximação da variação térmica na superfície do metal em função das propriedades do material e das propriedades do feixe: potência, frequência e duração do pulso.

As análises realizadas são de fundamental importância para as etapas posteriores do trabalho, nas quais projetaremos e colocaremos em funcionamento um canhão de elétrons autofocalizados, colocaremos em prática os resultados deste trabalho juntamente com o seu anterior, no qual pudemos avaliar várias situações que nos possibilitou compreender as particularidades no comportamento do sistema até chegarmos a análise da situação que iremos implementar na prática.

Pudemos verificar os resultados encontrados matematicamente através de métodos numéricos e comparações com resultados práticos citados na literatura, obtendo-se assim, resultados muito satisfatórios. Com estes resultados, podemos ter um certo grau de precisão para o projeto do canhão de feixes autofocalizados, bem como boas estimativas para os resultados térmicos nas superfícies a serem tratadas além de podermos escolher as propriedades do feixe para cada tipo de material a ser utilizados e para cada aplicação específica.

## 5. Bibliografia

- [1] Yanina Cesa, Célida Mingolo, e Oscar Eduardo Martinez, “Optimization of the Driving Circuit for Material Processing with a Pulsed-Glow Discharge”, *IEEE Transactions on Plasma Science*, vol. 28, No. 3, June 2000.
- [2] H. F. Ranea-Sandoval, N. Reesor, B. T. Szapiro, C. Murray, and J. J. Rocca, “Study of intense electron beams produced by high-voltage pulsed glow discharges.”, *IEEE Transactions on Plasma Science*, vol. 15, No. 4, pp. 361-374, August, 1987.
- [3] E. Jerby, V. Dikhtyar, O. Aktushev, U. Groszlick, “The Microwave Drill.”, *Science*, vol. 298, pp. 587-589, 18 October, 2002
- [4] A. Copty, F. Sakran, M. Golosovsky, A. Frenkel, “Low-power near-field microwave applicator for localized heating of sort matter.”, *Applied Physics Letters*, vol. 84, No. 25, pp. 5109-5111, June 2004.
- [5] C. A. B. Oliveira. “Autofocalização de feixes de elétrons em ambiente de plasma”, *Sincipe 2004, Pibic-CNPq*, junho de 2004.