



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS



CAPTURA GRAVITACIONAL DE COMETAS ENVOLVENDO O PROBLEMA RESTRITO DE TRÊS CORPOS

RELATÓRIO FINAL

Bolsa PIBIC de iniciação científica

Bolsista: Rubens Domicildes Neto, UNESP

Orientador: Dr. Helio Koiti Kuga, DMC/INPE.

Co-orientador: Dr. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado, DMC/INPE.

Co-orientador: Dr. Rodolpho Vilhena de Moraes, DMT/UNESP

INPE
São José dos Campos
Junho / 2002

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer aos orientadores Dr. Antonio F. Bertachini de Almeida Prado e ao Dr. Rodolpho Vilhena de Moraes, por terem me orientado no desenvolvimento desse trabalho sempre com muita paciência e atenção, e à CNPQ pela ajuda financeira.

Sumário

Capítulo I

1. Introdução

- A) Origem dos cometas
- B) Localização dos cometas no sistema solar
- C) Evolução da órbita de um cometa
- D) Aspectos principais do trabalho

Capítulo II

1. Problema dos Dois Corpos

- A) Introdução
- B) Movimento do centro de massa.
- C) Equações do movimento relativas ao centro de massa.
- D) Equações do movimento de um corpo em relação ao outro.
- E) Movimento no plano orbital

2. Problema dos Três corpos e seu caso restrito

- A) Introdução
- B) Equações do Movimento de Três Corpos
- C) A Integral de Jacobi

Capítulo III

1. Algoritmo do close approach

- A) Introdução
- B) Desenvolvimento do algoritmo

Capítulo IV

1. Resultados e Análises

Capítulo V

1. Conclusão

Nomenclatura

M_1, M_2, M_3	Corpos Envolvidos na Dinâmica
m_1	Massa do Corpo M_1
m_2	Massa do Corpo M_2
L	Distância entre os corpos maiores ($\alpha + \beta$)
n	Velocidade angular entre o sistema fixo e o rotacional
m	Soma das massas dos corpos
U_x	Derivada de U em relação a x
U_y	Derivada de U em relação a y
U_z	Derivada de U em relação a z
CJ	Constante de Jacobi
J	Constante de Jacobi
a	Semi-eixo Maior
e	Excentricidade
E	Energia
U	Energia Potencial do Sistema
p	Parâmetro da Elipse
G	Constante Gravitacional
t^*	Tempo
r	Distância
\vec{r}	Vetor Posição
\vec{r}_j	Vetor Posição Relativa
F	Função Força
\vec{F}	Vetor Força
F_a	Função Força Adimensional
C	Constante
v	Velocidade
\bar{v}	Velocidade Adimensional
P_j	Ponto Material
x, y, z	Coordenadas de um Ponto Material
X, Y	Coordenadas de um Ponto Material
\square	Massa Adimensional
	Primeira Derivada Temporal
	Segunda Derivada Temporal

Capítulo I

1. Introdução:

A) Origem dos cometas

O conhecimento que possuímos sobre a origem dos cometas é demasiadamente pequena, porém ao analisarmos suas composições químicas e propriedades orbitais é provável que eles tenham sido produtos da formação do sistema solar assim como os planetas, asteróides e o sol.

B) Localização dos cometas no sistema solar

Com base nas propriedades orbitais, admite-se que a maioria dos cometas de longo período (cometas cujo semi-eixo maior é igual a $5,0 \times 10^4$ AU) estejam hibernando numa nuvem esférica ao redor do sistema solar, a qual possui um raio interno de $5,0 \times 10^4$ AU e externo de $1,0 \times 10^6$ AU, chamada de nuvem de Oort (figura 1.1), e foi proposta pelo astrônomo holandês Jan Hendrik Oort (1900 – 1992), esta nuvem abriga cerca de 10 bilhões de cometas.

Até 1980 pensava-se que os cometas de curto período também provinham da nuvem de Oort, porém estes possuem órbitas com afélios associados a Júpiter, Saturno, Urano e Netuno, devido a isso foi proposto pelo holandês, pioneiro da astronomia planetária e de infravermelhos nos EUA, Gerald Peter Kuiper (1905 - ?), que os cometas de curto período provinham do cinturão de Kuiper (figura 1.2), cuja borda estaria além de Netuno por volta de 35 AU, estendendo-se até cerca de 130 AU. Mas é entre 35 e 46 AU que viriam os cometas de curto período. O cinturão de Kuiper abriga cerca de 10 trilhões de cometas.

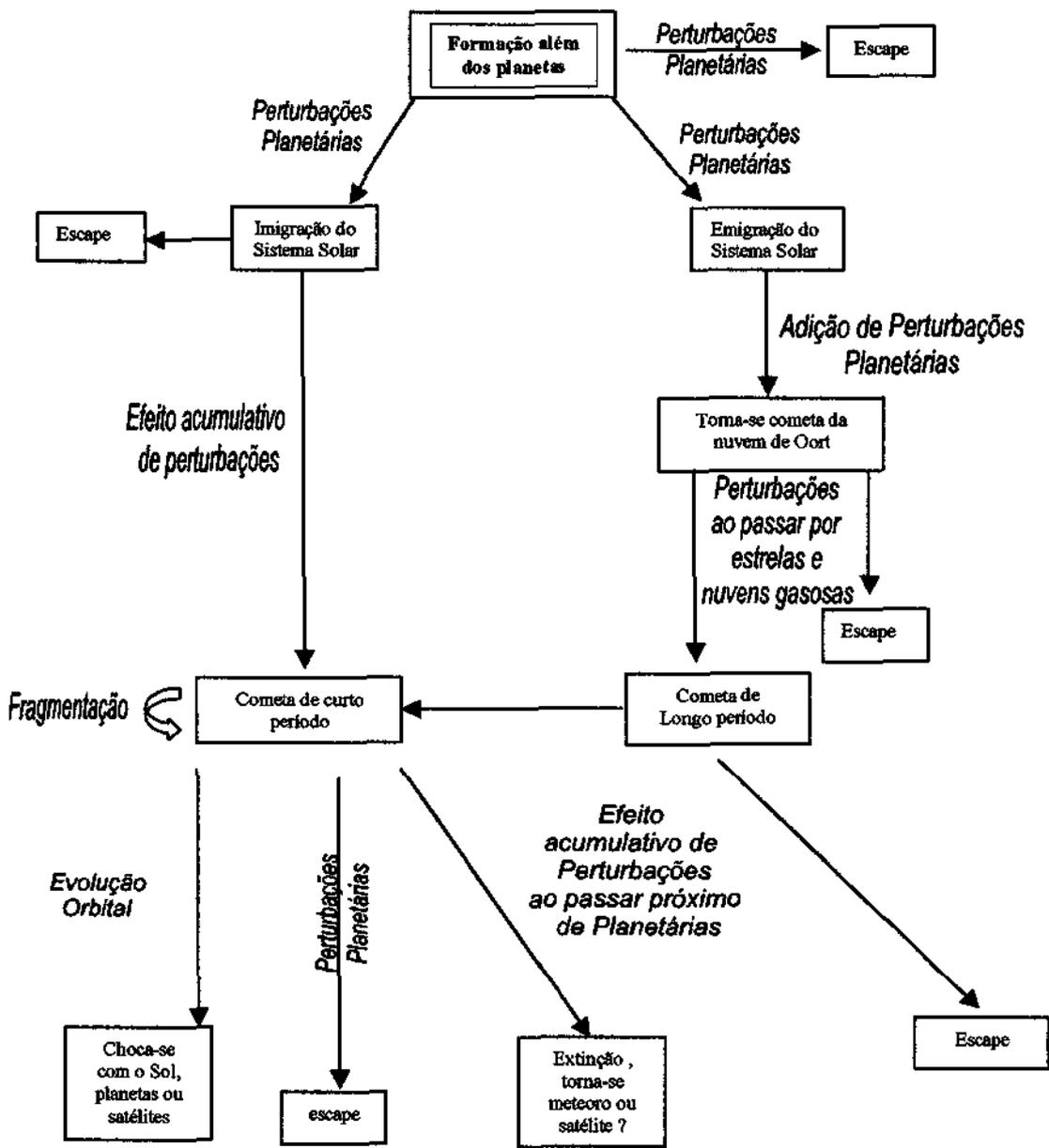
C) Evolução da órbita de um cometa

Após ocorrida a saída de um cometa do cinturão de Kuiper ou da nuvem de Oort, devido a perturbações tanto de planetas quanto de outros corpos, podemos fazer um esquema da evolução da órbita desses cometas. Obviamente não consideraremos todas as possibilidades.

D) Objetivo do trabalho

O objetivo principal do presente trabalho é analisar a órbita e as forças que agem em um corpo de massa desprezível, no caso um cometa. Quando este estiver sob a influência de outros dois corpos, de massas finitas, estaremos diante de um caso restrito do problema dos três corpos. A seguir será explicado o problema dos Dois corpos, bem como o problema dos Três corpos, o qual utiliza algumas equações derivadas do problema dos Dois corpos.

Esquema da evolução da órbita de um cometa



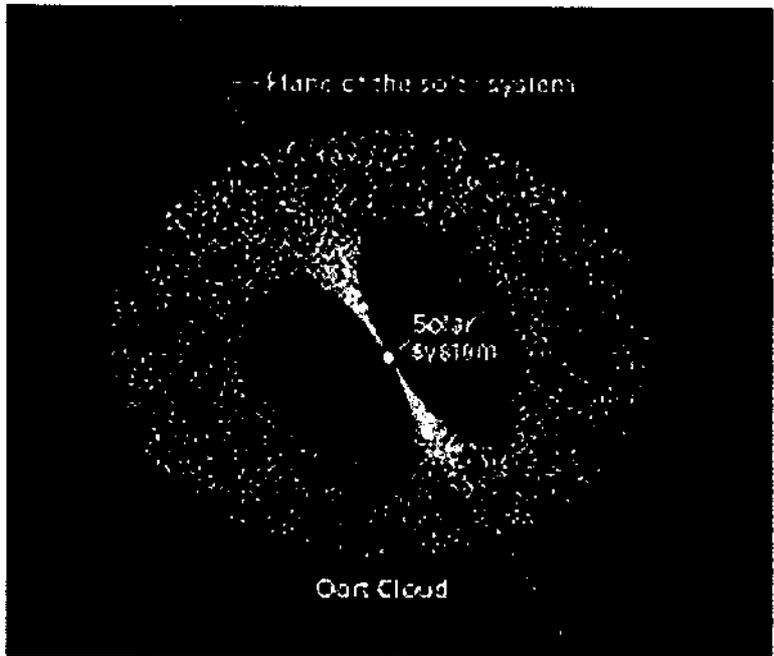


Figura 1.1 – Cinturão de Oort

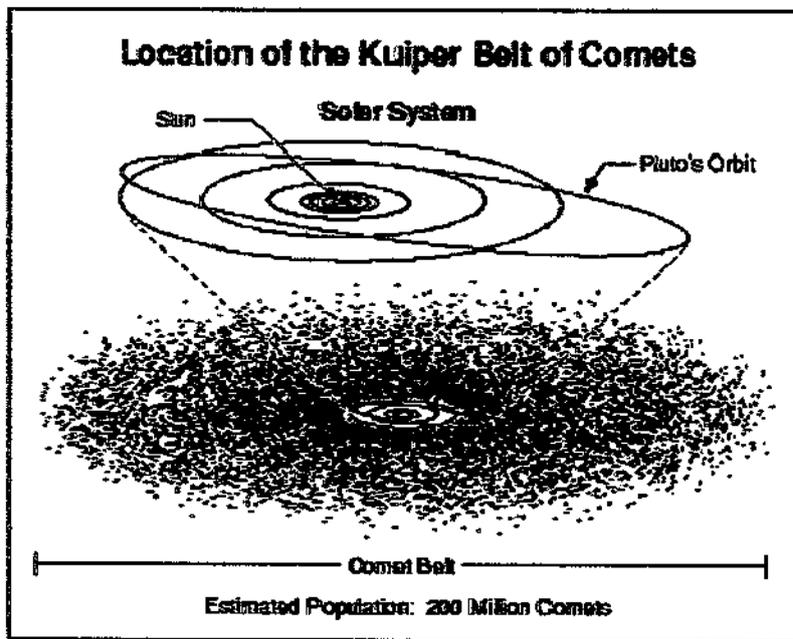


Figura 1.2 – Cinturão de Kuiper

Capítulo II

1. Problema dos Dois corpos

A) Introdução:

Considerando-se em um sistema de referencia Galileano 2 pontos materiais P_1 e P_2 de massas m_1 e m_2 , respectivamente, e que elas se atraem de acordo com a lei de Newton, isto é, a força que m_j exerce sobre m_i é dada por

$$\vec{f}_{i,j} = -Gm_i m_j \frac{P_i - P_j}{r^3} \quad (2.1)$$

onde i e j variam de 1 até 2 ($i \neq j$) e r , módulo de \vec{r} , é a distância de P_i a P_j .

Descreveremos a seguir o movimento de P_1 e P_2 . Considerando-se \vec{r}_1 a posição de P_1 e \vec{r}_2 a de P_2 , temos :

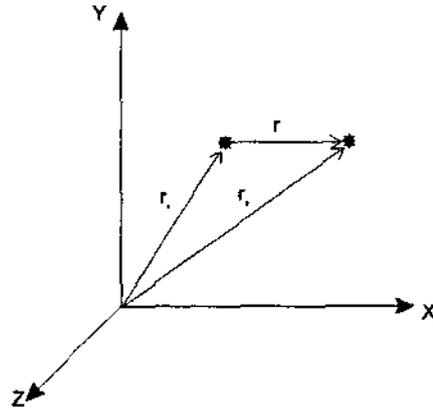


FIG. 2.1 - Representação do Problema de Dois Corpos

Através da equação (2.1) e do esquema demonstrado anteriormente, podemos descrever as seguintes equações:

$$m_1 \ddot{\vec{r}}_1 = -\frac{Gm_1 m_2}{r^2} \frac{P_1 - P_2}{r} \quad (2.2)$$

$$m_2 \ddot{\vec{r}}_2 = -\frac{Gm_1 m_2}{r^2} \frac{P_2 - P_1}{r} \quad (2.3)$$

As equações enunciadas acima formam um sistema de 6 equações diferenciais de 2ª ordem, ou seja, um sistema de 12 equações de 1ª ordem. Portanto, para solucionarmos completamente o problema serão necessárias 12 constantes de integração.

E) Movimento no plano orbital

Se trabalharmos no plano do movimento teremos:

$$\dot{\vec{r}} = \dot{r}e^{i\phi}\vec{i} + r\dot{\phi}ie^{i\phi}\vec{i} \quad (2.27)$$

portanto

$$\left(\dot{\vec{r}}\right)^2 = \dot{r}^2 + r^2\dot{\phi}^2 \quad (2.28)$$

Substituindo o valor em (2.26), teremos:

$$\dot{r}^2 + r^2\dot{\phi}^2 = 2\left(\frac{\mu}{r} + E\right) \quad (2.29)$$

Eliminando $\dot{\phi}$ através da integral das áreas:

$$\dot{r}^2 + \frac{C^2}{r^2} = 2\left(\frac{\mu}{r} + E\right) \quad (2.30)$$

Substituindo as equações abaixo em (2.30),

$$\frac{1}{r} = \xi \quad (2.31)$$

e

$$\dot{r} = \frac{dr}{d\phi}\dot{\phi} = -C\frac{d}{d\phi}\left(\frac{1}{r}\right) \quad (2.32)$$

temos

$$\frac{d\xi}{d\phi} = \frac{1}{C}\sqrt{-C^2\xi^2 + 2(\mu\xi + E)} \quad (2.33)$$

De (2.31) teremos:

$$\phi - \omega = \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{Cd\xi}{\sqrt{-C^2\xi^2 + 2(\mu\xi + E)}} \quad (2.34)$$

onde ω é uma constante de integração.

Resolvendo a integral acima obteremos:

$$\phi - \omega = \arccos \frac{-\frac{\mu}{C} + C\xi}{\sqrt{2E + \frac{\mu^2}{C^2}}} \quad (2.35)$$

e portanto

$$\frac{1}{r} = \frac{\mu}{C^2} \left[1 + \left(\sqrt{2 \frac{EC^2}{\mu^2} + 1} \right) \cos(\phi - \omega) \right] \quad (2.36)$$

Utilizando,

$$p = \frac{C^2}{\mu} = a(1 - e^2) \quad (2.37)$$

e

$$e = \sqrt{\frac{2EC^2}{\mu^2} + 1} \quad (2.38)$$

a equação (2.36), ficará:

$$r = \frac{p}{1 + e \cos(\phi - \omega)} \quad (2.39)$$

a qual é a equação de uma cônica em coordenadas polares onde p é o semilatus rectum, a o semi eixo maior, e a excentricidade da cônica e $(\phi - \omega)$ o ângulo polar.

Da equação (2.39), podemos observar:

i) Se $E < 0$, então $0 < e < 1$, isto é, a cônica será uma elipse, sendo $p = a(1 - e^2)$ (vide figura 2.3).

ii) Se $E = 0$ então $e = 1$, isto é, a cônica será uma parábola, sendo $p = 2q$.

iii) Se $E > 0$ então $e > 1$, isto é, a cônica será uma hipérbole, onde $p = a(e^2 - 1)$.

iv) Temos ainda o caso em que $E < 0$, tendo $e = 1$, isto é, a cônica será uma circunferência, onde $p = a$.

Observação: Note que para a parábola p é definido em termos de q , que é a distância do centro de massa até o ponto mais próximo da parábola.

Note que tínhamos que encontrar 4 constantes, porém já encontramos 3 delas, as quais foram denotadas por E , C , ω ou (a, e, ω) . A quarta constante virá do seguinte fato. Sabemos que $r^2 \dot{\phi} = C$ e,

$$\frac{\pi a^2}{T} = \frac{\sqrt{ua}}{2} \quad (2.40)$$

ou seja

$$4\pi^2 \frac{a^3}{T^2} = u \text{ (constante)} \quad (2.41)$$

que é a expressão analítica da 3ª Lei de Kepler.

No caso descrito anteriormente um dos corpos, o de maior massa, estará sempre ocupando um dos focos da cônica.

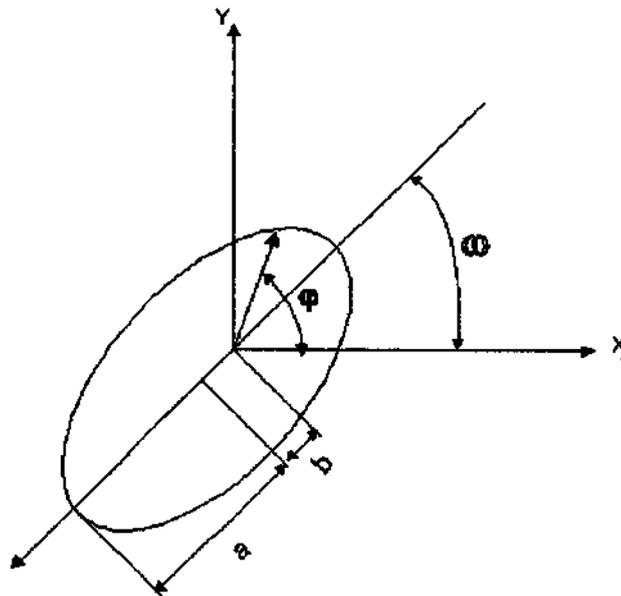


Figura 2.3 – Representação de uma Elipse

2. Problema dos Três corpos e seu caso restrito

A) Introdução:

O problema dos Três corpos utiliza as mesmas bases do problema de dois corpos, porém com a adição de um terceiro corpo. O caso restrito do problema dos Três corpos difere do caso geral, em relação ao terceiro corpo, o qual possui uma massa muito pequena em relação aos outros dois.

B) Equações do Movimento de Três corpos

Determinaremos a seguir as equações que regem o movimento de um sistema geral de Três corpos, sendo que os corpos possuem massas m_1 , m_2 , m_3 e suas posições são \vec{r}_1 , \vec{r}_2 e \vec{r}_3 , respectivamente, e a constante universal da gravitação será denotada por G . A partir disso podemos determinar as seguintes equações:

$$\ddot{\vec{r}}_1 = -Gm_2 \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} - Gm_3 \frac{-\vec{r}_3 + \vec{r}_1}{|\vec{r}_3 - \vec{r}_1|^3} \quad (2.42)$$

$$\ddot{\vec{r}}_2 = -Gm_3 \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_3}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|^3} + Gm_1 \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} \quad (2.43)$$

$$\ddot{\vec{r}}_3 = -Gm_1 \frac{\vec{r}_3 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_3 - \vec{r}_1|^3} + Gm_2 \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_3}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|^3} \quad (2.44)$$

Agora iremos descrever o problema restrito dos três corpos, sendo que estes estão num mesmo plano. Como mencionado anteriormente no problema restrito dos três corpos temos um terceiro corpo de massa m_3 muito pequena em relação à massa dos outros dois m_1 e m_2 , respectivamente. Poderemos a partir dos informações anteriores fazer a aproximação de que a massa de $m_3 \rightarrow 0$. Após fazer a substituição de m_3 nas equações obtidas para o caso geral teremos:

$$\ddot{\vec{r}}_1 = -Gm_2 \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} \quad (2.45)$$

$$\ddot{\vec{r}}_2 = -Gm_1 \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} \quad (2.46)$$

$$\ddot{\vec{r}}_3 = -Gm_1 \frac{\vec{r}_3 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_3 - \vec{r}_1|^3} + Gm_2 \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_3}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|^3} \quad (2.47)$$

As equações (2.45) e (2.46) podem ser solucionadas utilizando-se o problema dos Dois corpos. Utilizando-se dos resultados das duas equações poderemos reescrever a terceira equação. Se assumirmos as órbitas de m_1 e m_2 tendo em vista que seus raios são denotados por α e β , veja a figura 2.3.

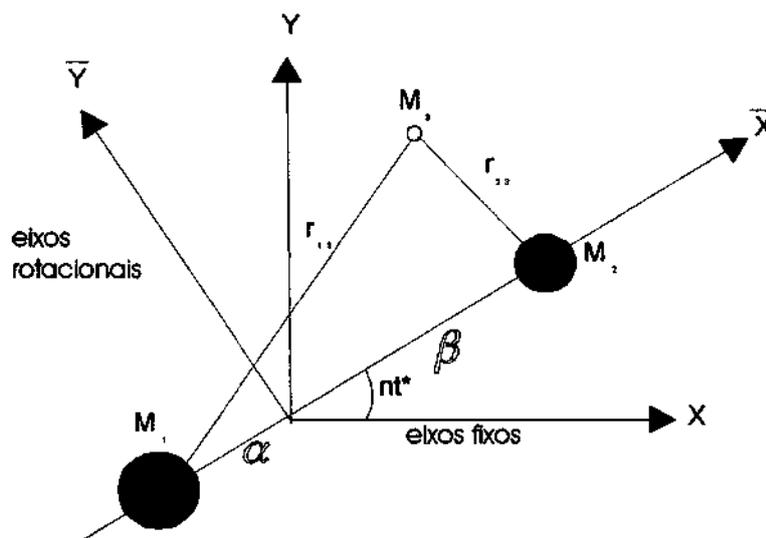


Figura 2.3 - Sistema de coordenadas do Problema restrito de três corpos

Capítulo III

1. Algoritmo Matemático

A) Introdução

Com o objetivo de simular as possíveis alterações na órbita e na energia dos cometas devido a presença de perturbações, será descrito a seguir um algoritmo matemático, o qual utilizaremos para desenvolver um programa em linguagem FORTRAN. Para isso será de grande importância o desenvolvimento matemático apresentado no Capítulo II.

B) Desenvolvimento do algoritmo

Como já mencionado o objetivo principal deste trabalho é analisar as condições necessárias para que um cometa vindo de fora do Sistema Solar seja capturado. Para solucionar este problema assumimos que o Sistema Solar é composto de apenas três corpos. Primeiramente iremos estudar os três corpos como sendo compostos pelo Sol, Júpiter e um cometa, secundariamente iremos desenvolver o mesmo procedimento para Sistema Solar composto pelo Sol, Saturno e um cometa. Devemos assumir que o Sistema será desenvolvido através do caso Plano Circular do Problema Restrito de Três Corpos, isto significa que todos os corpos são considerados massas pontuais, os corpos de maiores massas (Sol + Júpiter) ou (Sol + Saturno) estão em órbita circular em torno do centro de massa gerado entre eles, o movimento do cometa é determinado pelos outros dois corpos, porém o cometa não causa nenhuma influência no movimento deles porque sua massa é praticamente desprezível em relação à deles.

Assumindo todos os fatores apresentados acima, o problema passa a ser o estudo das mudanças no movimento de um cometa no instante em que ele cruza a linha imaginária que une o Sol e Júpiter ou Sol e Saturno. Porém é necessário que o cometa esteja perto do segundo corpo (Júpiter ou Saturno) ao cruzar a linha, caso contrário apenas dois corpos (Sol + cometa) serão considerados e conseqüentemente teremos um Problema de Dois Corpos, o qual não gera mudanças de energia dos corpos. Neste trabalho estamos enfocando mudanças da energia de um cometa, antes e depois dele cruzar em um determinado ponto a linha imaginária que une os outros dois corpos, determinando para que condições ele é capturado (muda sua energia de positiva para negativa). As condições iniciais de um corpo estão compreendidas dentro de um grande intervalo, sendo estas definidas é possível determinar para quais condições um cometa sofre um escape do Sistema Solar (muda sua energia de negativa para positiva) ou apenas sofre modificações em sua energia sem alterar sua órbita (a mudança de energia sofrida pelo corpo não é suficientemente grande para gerar alterações na órbita do cometa), veja a figura 3.1.

Sistema Rotacional

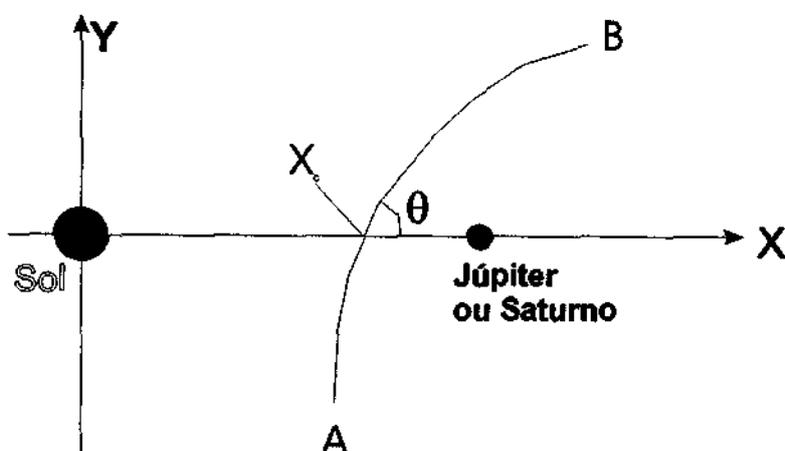


Figura 3.1 – Geometria da trajetória de um Cometa quando cruza a linha que une Sol-Júpiter ou Sol-Saturno

A figura 3.1 , representa um cometa que vem do ponto A, e cruza o eixo horizontal (linha que une o Sol e Júpiter ou Sol e Saturno) no ponto $(X_c, 0)$, com um ângulo θ (medido do eixo horizontal à direção anti-horária) e vai para o ponto B. Entre os pontos A e B o Cometa está sofrendo influência do Sol e Júpiter ou Sol e Saturno causando alterações em sua energia, já antes do ponto A e depois do ponto B, o cometa sofre influência apenas do Sol conseqüentemente sua energia passa a ser constante. Para solucionar o problema é necessário:

- i) Especificar valores arbitrários para a constante de Jacobi, e o ponto em que corta o eixo horizontal (X_c) e o ângulo θ .
- ii) Começando com o cometa na linha horizontal, integre numericamente em relação ao tempo até o ponto B.
- iii) Repita o mesmo procedimento do interior integrando da linha horizontal até A.
- iv) Nos pontos A e B a energia do cometa pode ser calculada, fornecendo-nos alguns efeitos causados pela perturbação gerada por Júpiter ou Saturno.

Com o desenvolvimento matemático apresentado no Capítulo 2, é possível desenvolver um algoritmo numérico para resolver o problema, seguindo os passos abaixo:

- a) Forneça valores para os parâmetros: J, X_c, θ ;
- b) Com os valores iniciais, determine as condições iniciais do sistema. As posições iniciais do ponto $(X_c, 0)$ e a velocidade inicial é definida por $(v \cos \theta, v \sin \theta)$, onde $v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}$.

c) Com as condições iniciais, integre as equações de movimento do corpo em relação ao tempo entre a distância em que o cometa se encontra de Júpiter ou de Saturno até a maior distância determinada pelo limite d_{JC} . Neste ponto pare a integração e calcule a energia (E_+) e o momento angular (C_+) depois do encontro com Júpiter ou Saturno. Lembre que a energia e o momento angular são constantes antes do ponto A e depois do ponto B,

porque a perturbação gerada por Júpiter ou por Saturno são muito pequenas em relação à gerada pelo Sol.

d) Retorne às condições iniciais e integre novamente as equações do movimento em relação ao tempo para antes do encontro com Júpiter ou Saturno, neste caso seria o ponto A, até a distância d_{JC} . Então calcule a energia ($E_.$) e o momento angular ($C_.$), antes do encontro com Júpiter ou Saturno.

e) Com os resultados obtidos, calcule a mudança de energia ($E_+ - E_.$) e do momento angular ($C_+ - C_.$) sofrida pelo cometa durante a aproximação de Júpiter ou de Saturno.

Com esse algoritmo é possível, para determinadas condições iniciais de J , X_c e θ , realizar um estudo dos possíveis efeitos causados pelo close approach com Júpiter ou Saturno na órbita do cometa.

Capítulo IV

1. Resultados e análises

Os resultados consistem em apresentar quais as alterações sofridas pelo cometa depois do encontro com Júpiter ou Saturno, para dadas condições iniciais. Utilizaremos as letras H, B, E, h, b, c e O para classificar as mudanças sofridas na energia do cometa, e conseqüentemente a órbita anterior e posterior.

Tabela 3.1 – Relação entre letras, energia e órbitas

Letras	Energia	Órbita anterior	Órbita posterior
h	diminui	hiperbólica	hiperbólica
b	diminui	elíptica	elíptica
c	diminui	hiperbólica	elíptica
H	aumenta	hiperbólica	hiperbólica
B	aumenta	elíptica	elíptica
E	aumenta	elíptica	hiperbólica

A letra O é significa que o cometa tornou-se um satélite temporário de Júpiter ou de Saturno. Esse caso não será estudado neste trabalho.

Dadas todas as relações existentes entre letras, energia e órbitas, poderemos desenvolver diagramas bidimensionais, com o parâmetro X_c no eixo horizontal e o parâmetro θ no eixo vertical. Note que cada diagrama deve ser plotado para um determinado valor da constante de Jacobi.

Através de diversas simulações concluiu-se que o melhor intervalo de valores para a constante de Jacobi é de $-1.45 < J < 1.10$, utilizaremos um passo de 0.15 nos diagramas para J. Não consideramos os valores abaixo de -1.45 e acima de 1.10, porque o número de capturas é muito pequeno.

Para X_c o intervalo onde teremos maior número de capturas está compreendido entre 0.8 e 1.3, os valores abaixo de 0.8 e maiores que 1.3 nos fornecem um baixo número de capturas, iremos adotar o intervalo de X_c entre 0.7 e 1.3, afim de melhorar nossos resultados.

Para um ângulo θ teremos a mesma trajetória se utilizarmos o ângulo $\theta+180^\circ$, devido a presença de simetria, porém note que a direção da trajetória e o tempo estarão invertidos. Para os dois ângulos teremos a mesma energia e momento angular em modulo, porém os sinais estarão invertidos. Veja a figura 3.1.

A seguir iremos plotar alguns diagramas, tendo em vista que os três corpos utilizados serão o Sol, Júpiter e o cometa.

Resultados do Close Approach entre Júpiter e o Cometa

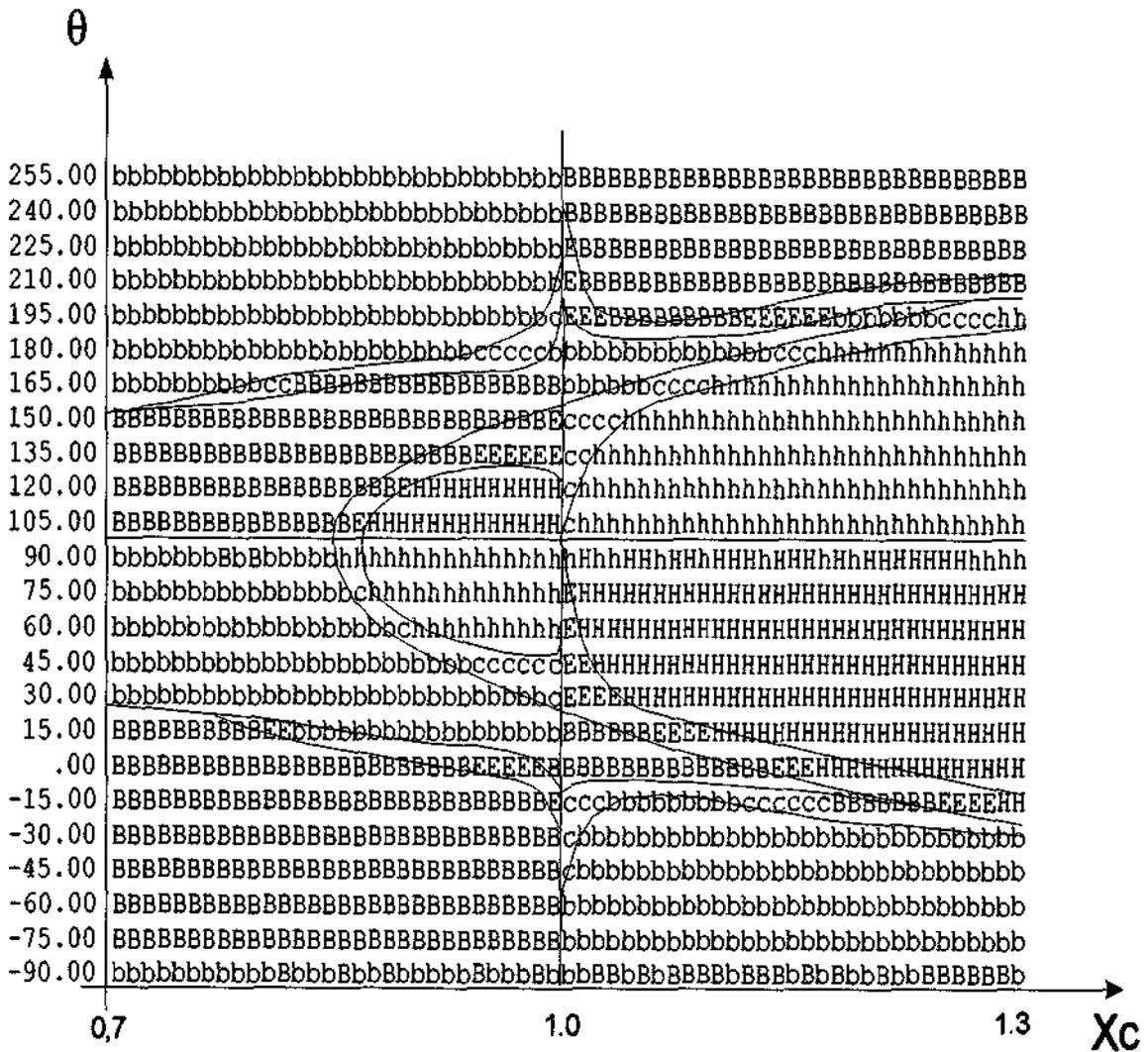


Figura 3.1 – Diagrama para J=1.3

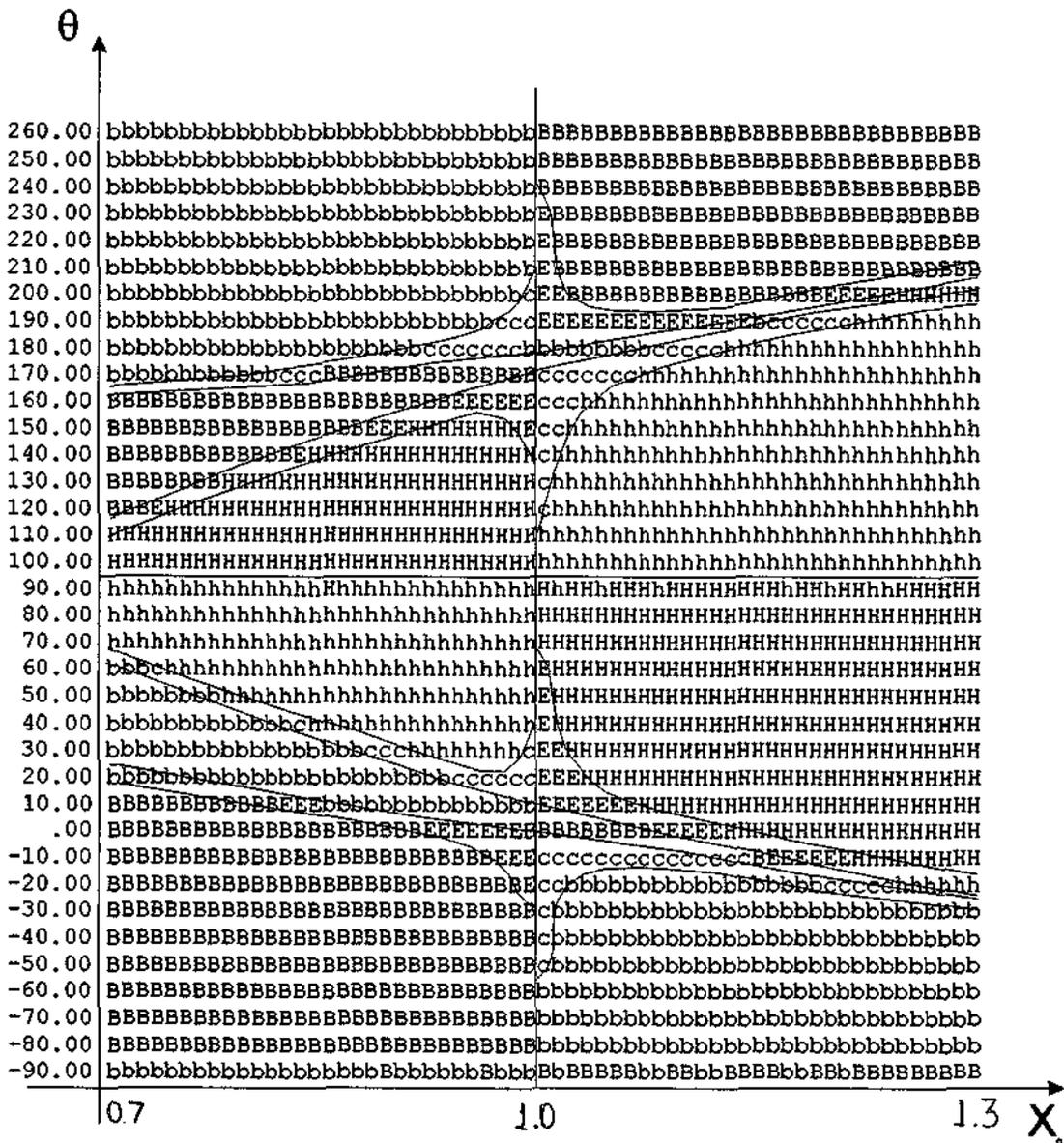


Figura 3.2 – Diagrama para $J=-1.15$

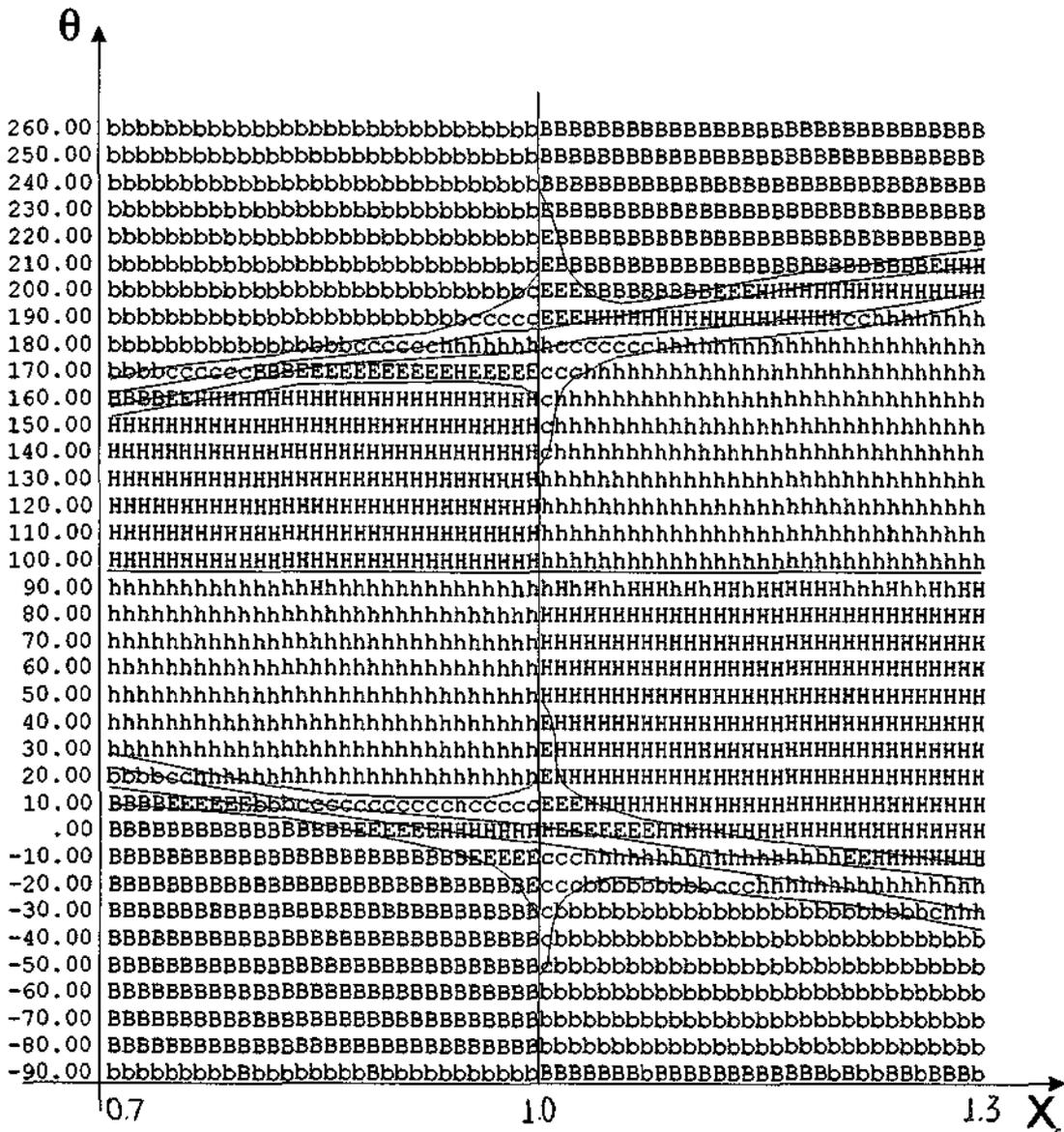


Figura 3.3 – Diagrama para $J=-0.85$

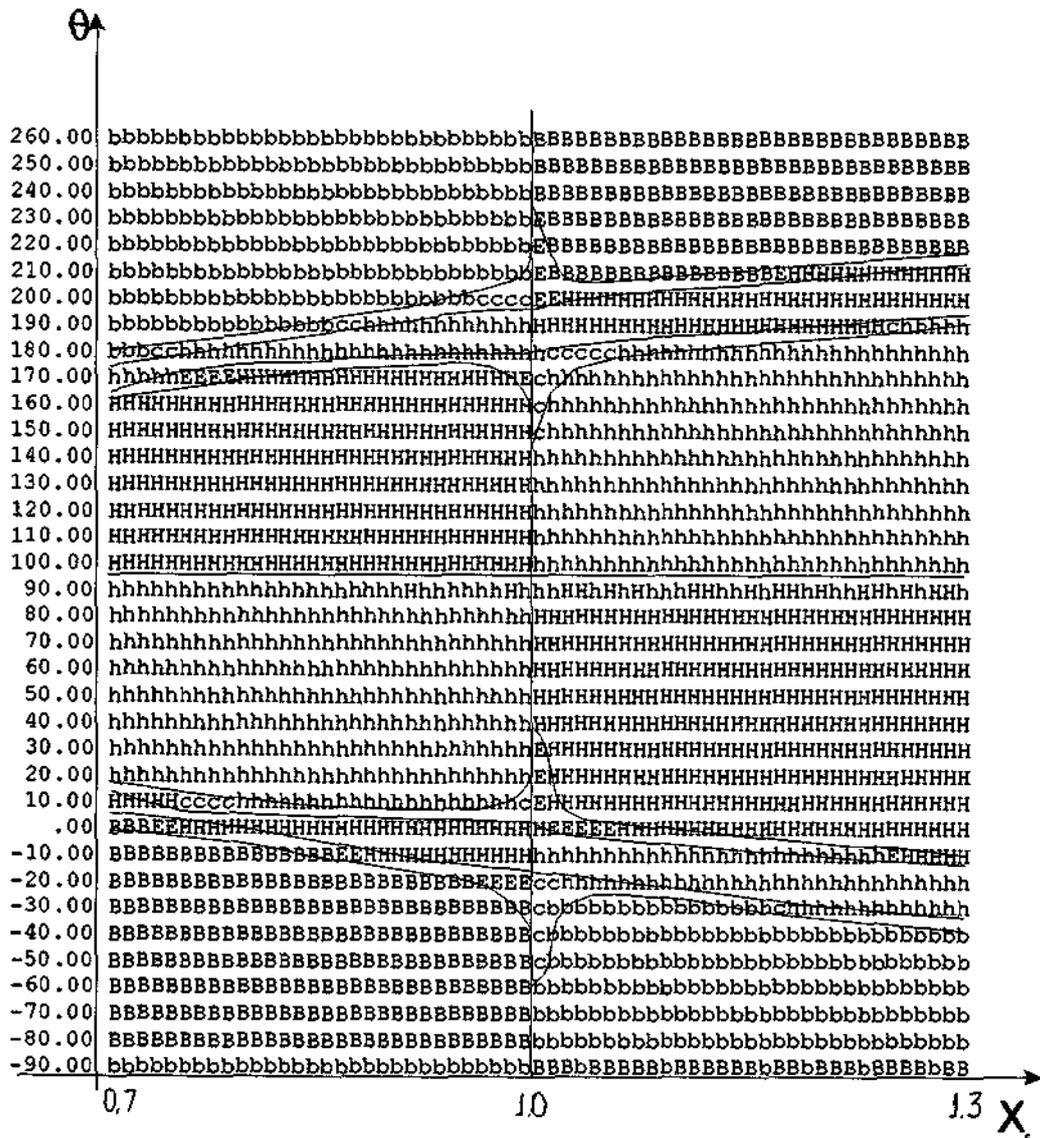


Figura 3.4 – Diagrama para $J=-0.55$

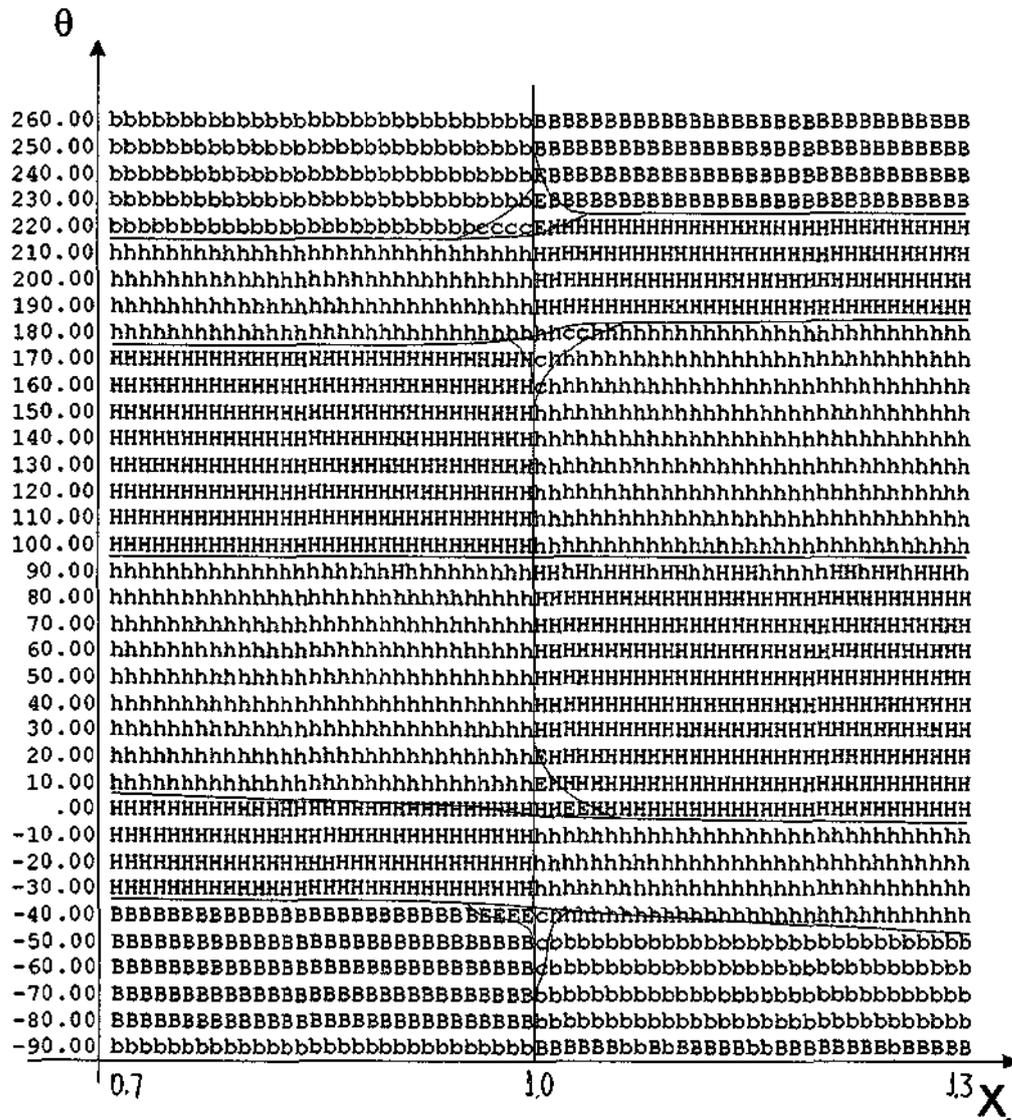


Figura 3.5 – Diagrama para $J=0.2$

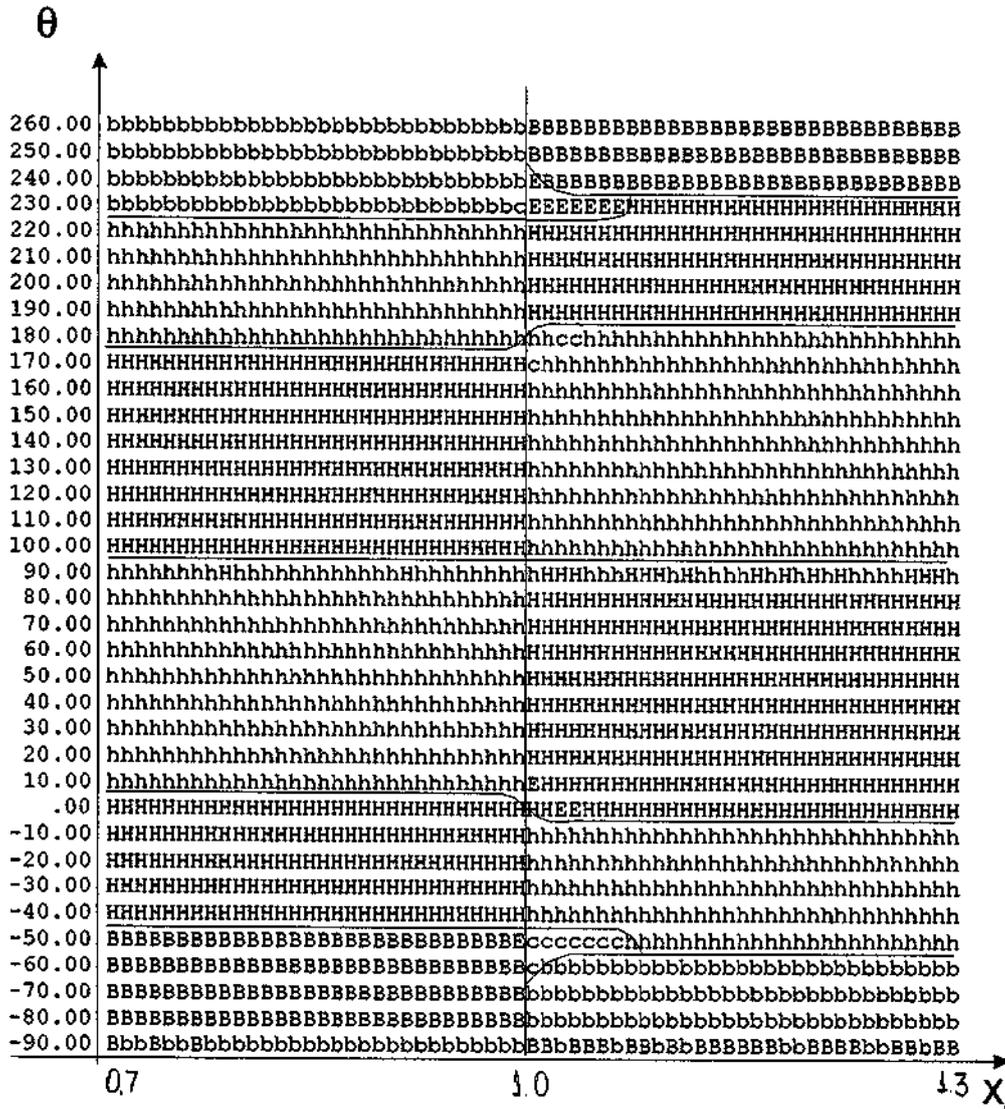


Figura 3.6 – Diagrama para J=0.5

Resultados do Close Approach entre Saturno e o Cometa

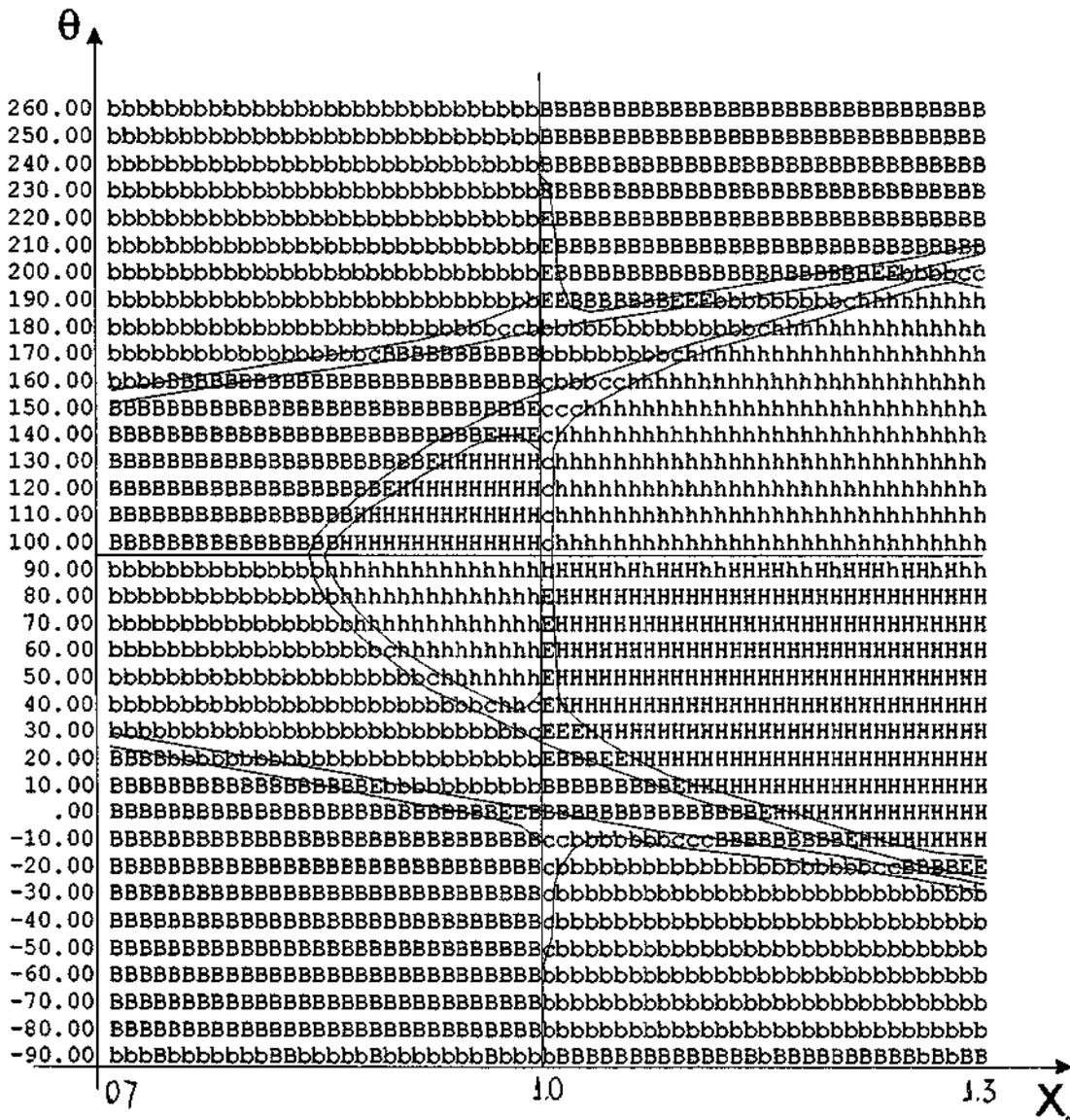


Figura 3.7 – Diagrama para J=-1.30

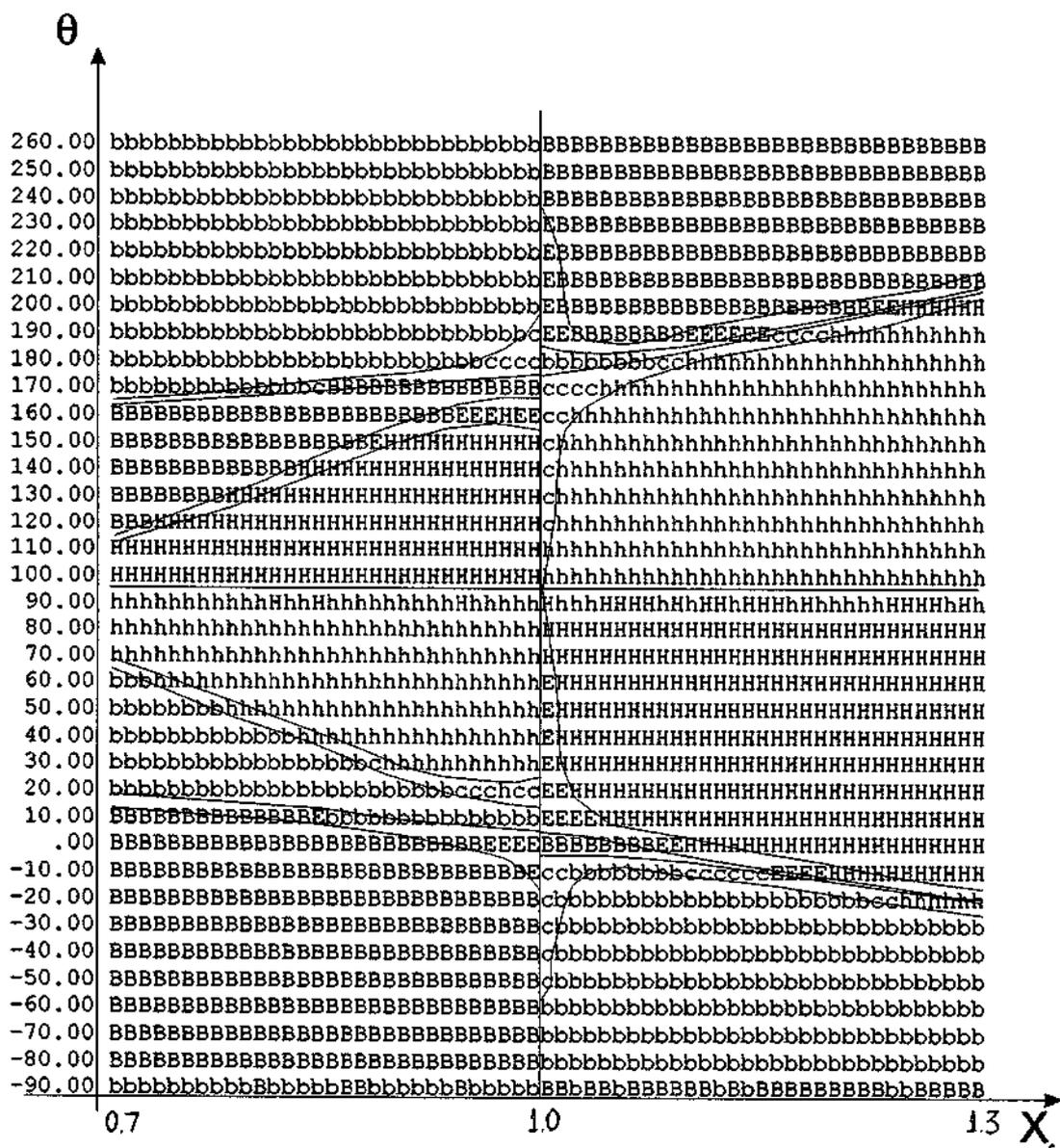


Figura 3.8 – Diagrama para $J=1.15$

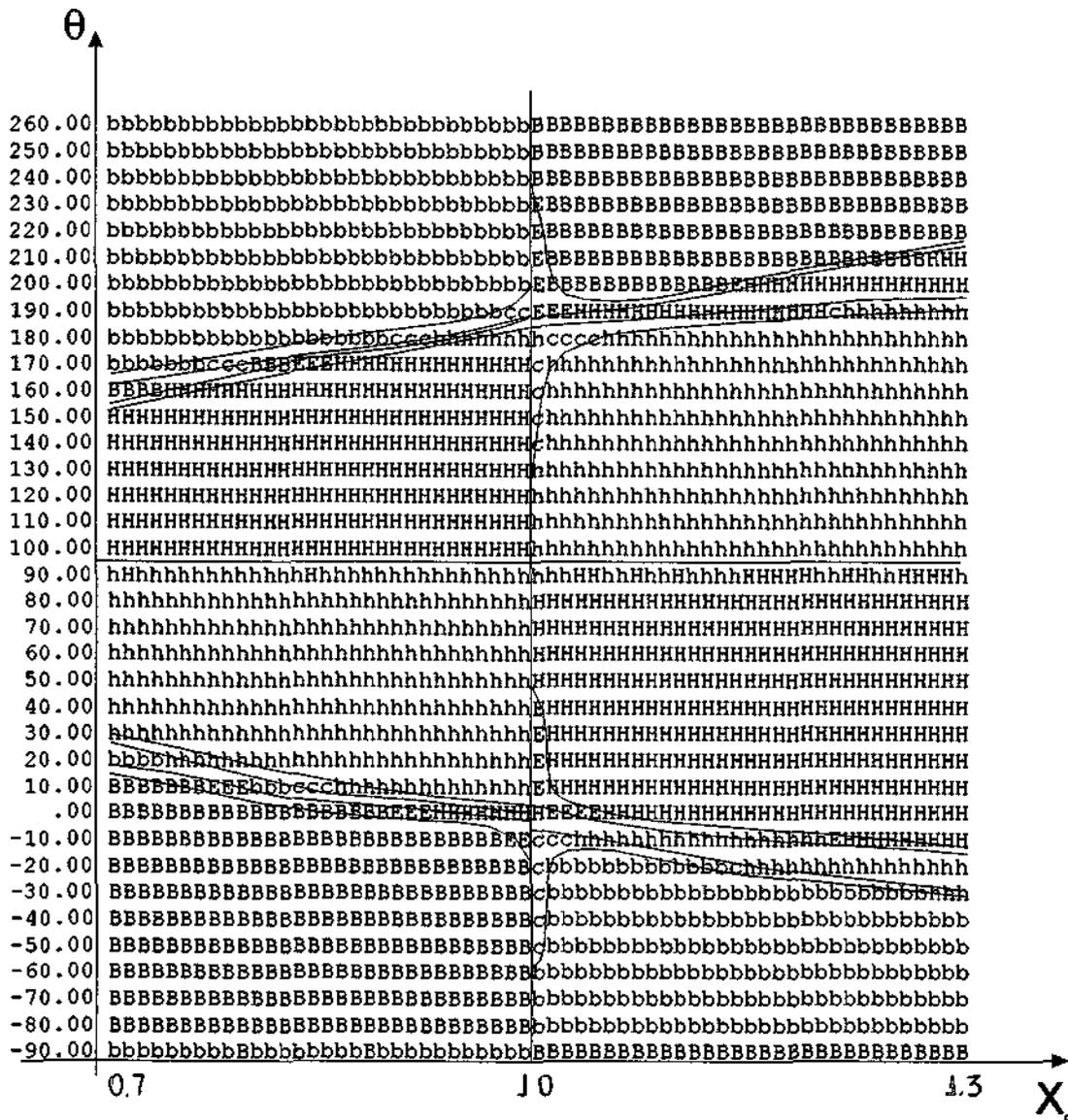


Figura 3.9 - Diagrama para $J=-0.85$

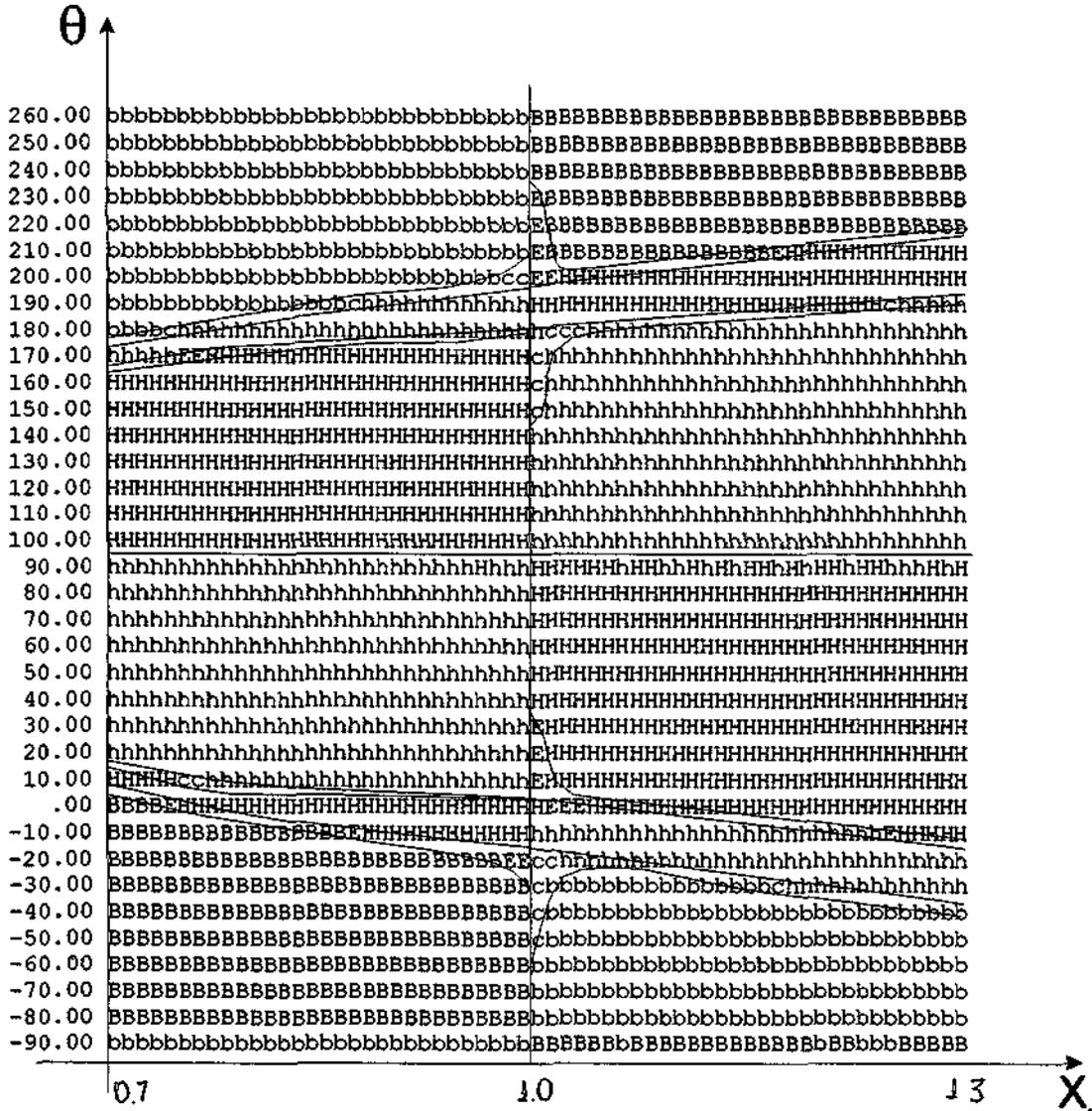


Figura 3.10 – Diagrama para $J=0.55$

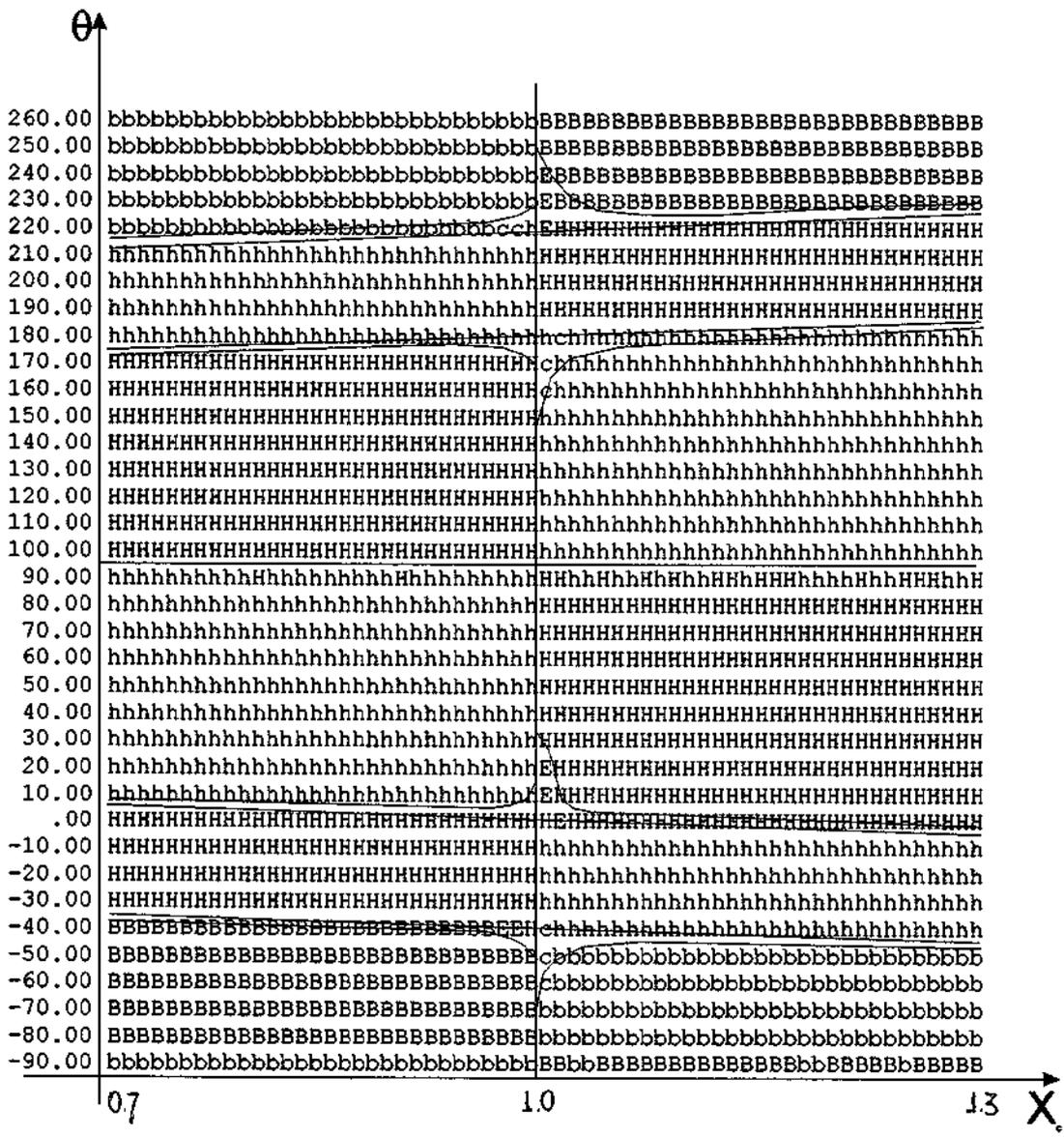


Figura 3.11 – Diagrama para J=0.20

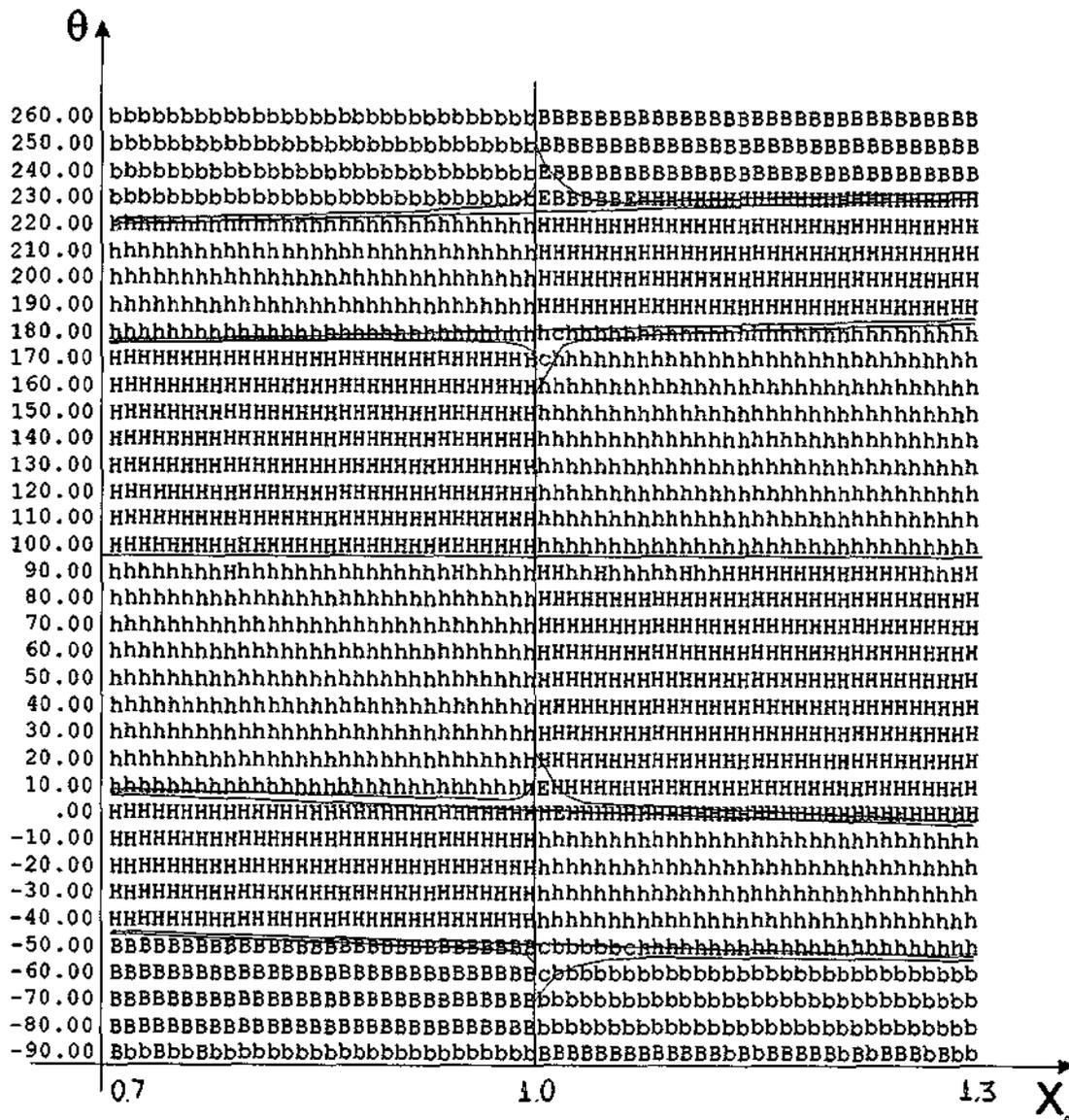


Figura 3.12 – Diagrama para J=0.50

Capítulo IV

1. Conclusão:

Do Problema dos Dois corpos obtivemos as conclusões que nos ajudariam a descrever as equações que regem o Problema dos Três corpos. Para o caso restrito dos Três corpos foram descritas as equações para o terceiro corpo, podendo este ser um cometa. Apesar disso as equações não possuem uma solução exata obrigando-nos a solucioná-las através do cálculo numérico. Afim de solucionarmos o problema, desenvolvemos um algoritmo que posteriormente foi utilizado no desenvolvimento de um programa em linguagem FORTRAN. Com o qual foi possível simular alguns resultados da aproximação do cometa de Júpiter ou de Saturno, para determinados valores da constante de Jacobi. Os resultados foram representados na forma de diagramas, cujos eixos são de teta por X_c . Analisando os diagramas podemos chegar nas características necessárias para um cometa ser capturado, as capturas ocorrem em sua maioria nas regiões descritas pelas trajetórias do tipo c, a qual representa cometas que possuíam órbitas hiperbólicas antes e passaram a ter órbitas elípticas devido ao encontro com Júpiter ou Saturno. Para esse tipo de trajetória há uma perda da energia do cometa possibilitando sua captura.

Como as trajetórias do tipo c, resultam em maior número de capturas, realizamos um levantamento para qual valor da constante de Jacobi ocorre maior número de trajetórias c, e chegamos no valor $J=-1.30$, onde aproximadamente 4% de todas as trajetórias são do tipo c.

Bibliografia:

Murray, C.D. & S.F. Dermond (1997). *Solar System Dynamics*, Cambridge University Press, London.

Vilhena de Moraes, Rodolpho (1998). *Trajetórias de veículos espaciais*. Publicação interna do Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.

Bertachini de Almeida Prado, Antonio Fernando (2001). *Trajetórias Espaciais Dentro da Dinâmica de Três Corpos*. Coordenação de Ensino, Documentação e Programas Especiais – CEP, São José dos Campos.

Roy, A.E. (1982). *Orbital Motion*. Adam Hilger, Ltda, Bristol

Vieira Neto, Ernesto (2002). *Apostila da 6ª Escola de Verão em Dinâmica Orbital e Planetologia*. UNESP- Campus de Guaratinguetá.

ANEXO I

Cronograma de Trabalho do Projeto

Período (Agosto(01) – Maio(02))

- Estudo do Problema dos Dois Corpos - Agosto/Setembro(2001)
- Estudo do Problema dos Três Corpos e seu caso restrito - Setembro/Novembro(2001)
- Estudo do Movimento dos Corpos através de cônicas - Novembro/Dezembro(2001)
- Desenvolvimento das equações que causam a captura de um cometa - Dezembro(2001)/Janeiro (2002)
- Estudo do algoritmo matemático - Janeiro/Fevereiro(2002)
- Estudo e desenvolvimento do Programa em FORTRAN - Fevereiro/Março(2002)
- Simulações e confecção dos diagramas - Março/Maio(2002)