

## DETERMINAÇÃO DE ATITUDE DE SATÉLITES COM O USO DO GPS

Aurea Aparecida da Silva  
Aluna da Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá / UNESP  
Bolsa PIBIC / CNPQ  
Orientador: Antônio Fernando Bertachini de Almeida Prado  
Co-orientador: Roberto Vieira Fonseca Lopes

O objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de métodos e rotinas computacionais que possam ser utilizadas para a determinação da atitude de um satélite artificial com a utilização do sistema de posicionamento global GPS. Por atitude de um satélite entende-se a sua orientação no espaço (direção em que cada uma de suas faces está voltada).

A idéia básica é simular um experimento aonde um receptor GPS esteja colocado a bordo de um satélite e que receba os sinais emitidos pelos satélites que fazem parte da constelação denominada de GPS (Global Positioning System). Essa constelação é constituída de 24 satélites dispostos em seis planos orbitais de inclinação de 55 graus igualmente espaçados em seus nodos. Em cada um desses planos existem quatro satélites igualmente espaçados em anomalia verdadeira. Esse tipo de experimento está previsto para ser realizado pelo INPE em uma de suas próximas missões.

No presente trabalho será considerado o problema de determinação da atitude de um satélite estabilizado por rotação, e apenas nos preocuparemos com a determinação da direção do eixo de rotação (a fase não será considerada aqui).

Esse trabalho será dividido em duas etapas. Em uma primeira etapa serão simuladas posições no espaço para um satélite alvo (aquele cuja atitude se deseja determinar) e um número  $N$  ( $\geq 3$ ) de satélites GPS ( $N$  é definido pelo usuário). Essas medidas serão corrompidas por erros aleatórios e a seguir normalizadas. A seguir, todos os ângulos entre o satélite alvo e os satélites GPS considerados serão calculados. Um exemplo dos resultados dessa etapa são mostrados na Tabela 1.

Tabela 1 - Posições e ângulos simulados para  $N = 4$

	X	Y	Z	ângulo
ALVO	5.99654	-4.63001	4.37294	
GPS 1	5.53485	4.846814	-3.46701	93.56
GPS 2	-4.01595	-5.97787	5.91010	68.75
GPS 3	-1.26520	-4.72229	1.98150	60.16
GPS 4	-2.88664	2.68903	-1.67591	171.31

A seguir, esses dados (ângulos medidos) são utilizados como parâmetros de entrada do método desenvolvido por Shuster (1996) para a determinação da atitude do eixo de rotação do satélite.

De acordo com esse método, a estimativa de máxima semelhança (normalizada e sem vínculos) é dada por:

$$\frac{\partial J}{\partial \theta}(\theta^{(i)}) + \frac{\partial^2 J}{\partial \theta \partial \theta^T}(\theta^{(i)})(\theta^{(i+1)} - \theta^{(i)}) = 0. \quad (8)$$

Então,

$$\theta^{(i+1)} = \theta^{(i)} - \left[ \frac{\partial^2 J}{\partial \theta \partial \theta^T}(\theta^{(i)}) \right]^{-1} \frac{\partial J}{\partial \theta}(\theta^{(i)}), \quad (9)$$

e

$$\theta^* = \lim_{i \rightarrow \infty} \theta^{(i)}. \quad (10)$$

Das equações anteriores segue-se que:

$$E\{\theta^*\} = \theta^{true}, \quad (11)$$

onde  $E\{.\}$  denota o valor esperado. A matriz de covariância de  $\theta^*$ ,  $P_{\theta\theta}$ , é dado assintoticamente pelo inverso da matriz de informação de Fisher. Então,

$$P_{\theta\theta} = [M(\theta) F M^T(\theta)]^{-1}. \quad (12)$$

A equação (8) convergirá quando  $(\partial J / \partial \theta)$  é levado a zero. Esta condição não é afetada por pequenas alterações em  $(\partial^2 J / \partial \theta \partial \theta^T)$ . Claramente, na equação (5), o segundo termo cujo valor esperado se anula, é muito menor que o primeiro. Então, nós podemos escrever no lugar da equação (9):

$$\theta^{(i+1)} = \theta^{(i)} + [M(\theta^{(i)}) F M^T(\theta^{(i)})]^{-1} M(\theta^{(i)}) (G - F \hat{n}(\theta^{(i)})). \quad (13)$$

As quantidades que dependem dos dados na equação (13),  $F$  e  $G$ , são idênticas àquelas que entraram na computação de  $\hat{n}^{(0)}$  acima. Note que é somente a correção de normalização que causa o fator  $(G - F \hat{n}(\theta^{(i)}))$  ser não nulo quando  $I=0$ .

Com esses resultados pode-se comparar a estimativa dos ângulos com os ângulos verdadeiros.

#### Referência

Shuster, Malcolm D. (1996), "A Simple Estimator for Spin-Axis Attitude". A ser publicado no **IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems**.

**RELATÓRIO FINAL DE  
INICIAÇÃO CIENTÍFICA**

**INPE**

**INSTITUTO NACIONAL DE  
PESQUISAS ESPACIAIS**

**DETERMINAÇÃO DE ATITUDE DE UM  
SATÉLITE COM O USO DO GPS**

**Orientadores:** Antônio F. Bertachini de A. Prado  
Roberto Vieira da Fonseca Lopez

**Bolsista:** Aurea Aparecida da Silva

Aluna da Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá - UNESP

**Bolsa PIBIC / CNPq**

**Data:** 06/07/96

## ÍNDICE

Capítulo 1 - Introdução	pág. 1
Capítulo 2 - Cronograma	pág. 2
Capítulo 3 - Movimento Orbital	pág. 3
Capítulo 4 - Análise e Planejamento de Missões	pág. 14
Capítulo 5 - Determinação de Órbita e Manobras Orbitais	pág. 21
Capítulo 6 - Definição do Problema de Determinação de Atitude	pág. 29
Capítulo 7 - Softwares Desenvolvidos	pág. 33
Capítulo 8 - Resultados	pág. 46
Capítulo 9 - Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros	pág. 48
Bibliografia	pág. 50

## CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

Através do estudo de Mecânica Orbital, em tópicos como: o estudo do movimento orbital, da análise e planejamento de missões e, da determinação de órbitas e manobras orbitais entende-se como pode ser feito o controle de satélites em órbita.

Neste trabalho desenvolvemos métodos e rotinas computacionais que possibilitam a determinação da atitude de um satélite artificial, ou seja, sua orientação no espaço. Para isso utilizamos o sistema de posicionamento global GPS. Numa primeira fase são calculados os chamados “ângulos medidos”, ou seja, ângulos entre o satélite cuja atitude está sendo determinada e os satélites da constelação GPS.

A seguir esses dados são utilizados como parâmetros de entrada do método desenvolvido por Shuster: “Uma Simples Estimativa para Atitude do Eixo de Spin”.

Com esses novos dados obtidos, comparamos com a solução verdadeira e calculamos a porcentagem de erro da estimativa.

Por fim, para melhores resultados, podemos futuramente calcular os mesmos ângulos através da Estimativa de Máxima Semelhança, também desenvolvida por Shuster (no mesmo trabalho já citado) e detalhada no final deste trabalho.

## CAPÍTULO 2 - CRONOGRAMA

Tendo iniciado este trabalho no mês de fevereiro, estudei várias apostilas desenvolvidas no INPE sobre Mecânica Celeste. Os capítulos 3, 4 e 5 desse relatório são baseados nessas apostilas. Na realidade, são resumos delas, feitas com o objetivo de obter um domínio básico sobre mecânica orbital aplicada a satélites artificiais. Em março iniciei o desenvolvimento do primeiro programa em linguagem Fortran, onde foram simuladas as posições no espaço para um satélite alvo (aquele cuja atitude se deseja determinar). Tendo terminado este programa, em abril e maio estudei um artigo escrito por Malcolm D. Shuster e, utilizando os dados anteriores, desenvolvi um segundo programa baseado no artigo estudado. Neste último mês também participei do 2º Seminário de Iniciação Científica do INPE - 2º SICINPE, onde apresentei parte do trabalho que, até então, havia sido concluída. Em junho, com o trabalho final pronto, fiz uma série de experiências para a determinação de atitude de um satélite alvo com a utilização de diferentes números de satélites GPS, num intervalo de 3 a 24 satélites. Neste mesmo período, elaborei este relatório.

Durante o desenvolvimento do trabalho pude melhorar meus conhecimentos em Microsoft Fortran e no Word for Windows 6.0, sendo auxiliada por meu orientador.

Além do Congresso de Iniciação Científica que participei, os resultados deste trabalho serão apresentados em forma de painéis no Colóquio Brasileiro de Mecânica Orbital, previsto para novembro de 1996.

## CAPÍTULO 3 - MOVIMENTO ORBITAL

**3.1. INTRODUÇÃO:** O sistema Terra-satélites artificiais tem como corpo principal a Terra e os satélites como sendo corpos secundários. O **centro de massa** Terra-satélite é o próprio centro de massa da Terra pois a massa dos satélites artificiais é negligenciável.

Tem-se como **órbita** a trajetória que os satélites artificiais descrevem em seu movimento em torno da Terra. As três leis do movimento planetário, que também se aplicam a satélites artificiais orbitando a Terra, foram enunciadas por Kepler, são elas:

**1ª Lei:** A órbita de cada planeta é uma elipse tendo o Sol por um dos focos.

**2ª Lei:** A linha que une o planeta ao Sol varre áreas iguais em tempos iguais.

**3ª Lei:** O quadrado do período de um planeta é proporcional ao cubo de sua distância média ao Sol.

No movimento orbital, quando a órbita é circular, ocorre o equilíbrio de duas forças: a de atração gravitacional e a centrífuga que surge em trajetórias curvas. Tem-se que a força gravitacional ( $F_g$ ) que vem da lei da gravitação de Newton é dada por:

$$F_g = -\frac{GMm}{r^2} \quad (3.1)$$

onde:  $G = 6.673 \times 10^{-20} \text{ km}^3 / \text{kg} \cdot \text{s}^2$  é a constante universal da gravitação;

$M$  = massa da Terra;

$m$  = massa do satélite;

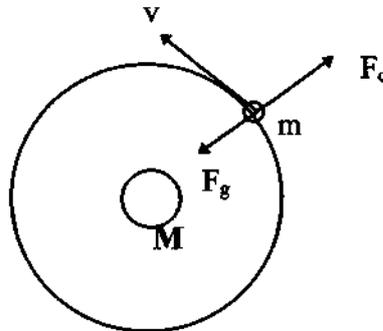
$r$  = raio da trajetória;

e, a força centrífuga é dada por:

$$F_c = \frac{mv^2}{r} \quad (3.2)$$

onde:  $v$  = velocidade orbital do satélite.

A figura 3.1 mostra um satélite em órbita circular em torno da Terra.



**Figura 3.1 - Satélite em Órbita Circular.**

Igualando as equações (3.1) e (3.2), tem-se:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \quad (3.3)$$

sendo  $v$  a velocidade orbital do satélite. Como  $GM = 398601.2 \text{ km}^3/\text{s}^2$ , vemos que a expressão acima só depende do raio da órbita, que é a distância do satélite ao centro da Terra. A expressão (3.3) revela também qual deve ser a velocidade de um satélite, para que este permaneça em órbita numa dada altitude. Neste caso,  $r = R+h$  onde  $R = 6378.16 \text{ km}$  é o raio da Terra e  $h$  é a altitude do satélite.

Consideramos até agora órbitas circulares para um satélite, mas na maior parte dos casos, as órbitas dos satélites são elípticas. As órbitas no sentido de rotação da Terra (anti-horário) são órbitas **diretas** e as no sentido horário são **retrógradas**.

**3.2. GEOMETRIA DAS ÓRBITAS:** O estudo do movimento de dois corpos girando em torno de um único centro de massa ou de um satélite girando em torno da Terra é denominado de problema de dois corpos, que conduz a equação polar das cônicas dada por:

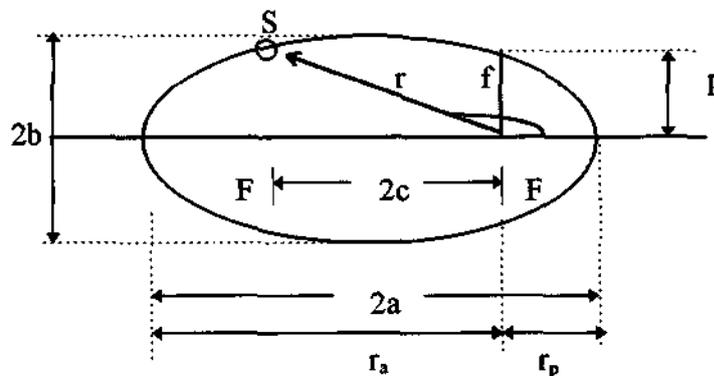
$$r = \frac{p}{1 + e \cos f} \quad (3.4)$$

onde:  $r$  = raio vetor que vai do foco da cônica (centro da Terra) ao satélite;

$f$  = anomalia verdadeira (ângulo medido do perigeu ao satélite);

$e$  = excentricidade da cônica.

As órbitas de satélites em torno da Terra são em geral elipses cuja geometria é mostrada na figura que se segue:



**Figura 3.2 - Geometria da Elipse.**

Onde,

$e$ : excentricidade da elipse;

$a$ : semi-eixo maior da elipse;

$b$ : semi-eixo menor da elipse;

$r_a$ : distância do apogeu (ponto mais distante do foco);

$r_p$ : distância do perigeu (ponto mais próximo do foco);

$c$ : distância do centro da elipse a um dos focos;

$p$ : parâmetro da cônica (distância foco-curva).

Para a elipse são válidas as seguintes relações:

$$p = a(1-e^2) \quad (3.5)$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{r_a - r_p}{r_a + r_p} \quad (3.6)$$

$$E = -\frac{\mu}{2a} \quad (3.7)$$

$$2a = r_a + r_p \quad (3.8)$$

$$r_p = a(1-e) \quad (3.9)$$

$$r_a = a(1+e) \quad (3.10)$$

sendo E a energia total para a órbita elíptica e  $\mu = GM = 398601.2 \text{ km}^3/\text{s}^2$ .

**3.3. ÓRBITA NO ESPACO:** Podemos escrever, agora, o conjunto de parâmetros completo. Os elementos (a, e, I,  $\omega$ ,  $\Omega$ , M) são os **elementos orbitais clássicos** onde I é a inclinação da órbita,  $\Omega$  é a longitude do nodo ascendente,  $\omega$  é o argumento do perigeu e M é a anomalia média.

Devemos notar que a energia total é negativa para órbitas elípticas e que essa energia é a soma da energia potencial específica (energia por unidade de massa) com a energia cinética específica. A energia potencial do satélite é dada por  $-\frac{\mu}{r}$ . As órbitas no espaço são denominadas de acordo com suas inclinações (I) e excentricidades (e). Por exemplo, para  $I = 0$ , tem-se uma **órbita equatorial** e, para  $I = 90^\circ$ , tem-se uma **órbita polar**. Uma órbita com I qualquer mas com  $e = 0$  é conhecida de **órbita circular** enquanto que para  $e > 0$ , a **órbita é elíptica**.

Escrevemos a energia mecânica total como:

$$E = -\frac{\mu}{2a} = -\frac{\mu}{r} + \frac{V^2}{2}$$

que resulta na expressão :

$$V^2 = \mu \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right) \quad (3.11)$$

onde V é a velocidade orbital para órbitas elípticas.

**3.4. MOMENTO ANGULAR DE UM SATÉLITE:** Uma importante quantidade associada ao movimento orbital é o momento angular específico ( $\vec{h}$ ), que é o momento angular total do satélite dividido pela sua massa. Ele é dado pela expressão:

$$\vec{h} = \vec{r} \times \vec{v} \quad (3.12)$$

onde  $\vec{r}$  é o vetor posição do satélite e  $\vec{v}$  é o seu vetor velocidade. Tem-se que o movimento angular específico é constante em intensidade, direção e sentido; e como  $\vec{r}$  e  $\vec{v}$  estão no plano orbital, então  $\vec{h}$  é perpendicular ao plano orbital. Visto que o plano da órbita possui uma certa inclinação em relação ao equador,  $\vec{r}$  e  $\vec{v}$  possuem três componentes:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad (3.13)$$

$$\vec{v} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k} \quad (3.14)$$

Dessa forma, desenvolvendo o produto vetorial, obtém-se o vetor momento angular específico na forma de suas componentes:

$$h_x = y\dot{z} - \dot{y}z \quad (3.15)$$

$$h_y = z\dot{x} - \dot{z}x \quad (3.16)$$

$$h_z = x\dot{y} - \dot{x}y \quad (3.17)$$

A tabela a seguir mostra o resumo das equações que determinam os elementos da órbita.

TABELA 3.1 - Resumo das Equações		
Símbolo	Nome	Equações
I	inclinação	$I = \arccos(h_z/h)$
$\Omega$	longitude do nodo ascendente	$\Omega = \arccos(n_x/n)$ se, $n_y > 0$ , $\Omega < 180^\circ$
$\omega$	argumento do perigeu	$\omega = \arccos(\vec{n} \cdot \vec{e})$ se, $e_x > 0$ , $\omega < 180^\circ$

Temos também as seguintes definições:

$p$	período orbital	$p = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{\mu}}$
$\mathbf{n}$	vetor nodal	$\mathbf{n} = \mathbf{k} \times \mathbf{h}$
$e \cdot \mu$	vetor perigeu	$= \left( v^2 - \frac{\mu}{r} \right) \bar{\mathbf{r}} - (\bar{\mathbf{r}} \cdot \bar{\mathbf{v}}) \bar{\mathbf{v}}$

**3.5. LANÇAMENTO DE SATÉLITES ARTIFICIAIS:** Lançar um satélite significa transportá-lo num foguete de um ponto da superfície da Terra até uma dada órbita onde o satélite é deixado. Para isso, usualmente o lançamento tem pelo menos duas fases propulsadas separadas por uma fase sem propulsão. O primeiro estágio propulsado coloca o satélite numa trajetória elíptica. Ao terminar essa primeira propulsão, o estágio do foguete é ejetado. Assim, o restante do foguete com o satélite continua sem propulsão até chegar na altitude desejada. Se nenhuma providência for tomada neste ponto, o foguete atinge a altitude desejada e volta pela mesma elipse, agora descendente, até cair na superfície da Terra. Para que isso não aconteça, uma segunda propulsão deverá ser providenciada e iniciada um pouco antes de se atingir o ápice.

Essa segunda queima de combustível faz com que haja um incremento de velocidade e que o foguete entre na órbita requerida. Quando o último estágio do foguete atinge a órbita desejada, pode permanecer nesta órbita algumas revoluções para se ter certeza de que a órbita em questão cumpre os requisitos da missão. Em seguida, o satélite é separado do último estágio do foguete, permanecendo na órbita durante toda a sua vida útil. Vida esta que baseia-se não só na duração de seus equipamentos, mas também em seu combustível disponível para manobras.

**3.6. REQUISITOS DE LANÇAMENTO:** Para se lançar um satélite, leva-se em conta que a órbita do satélite é um plano fixo no espaço inercial, enquanto que a Terra tem seu movimento de rotação. A base de lançamento situa-se na superfície da Terra e, portanto, gira com ela. Assim, para se colocar um satélite numa dada órbita, é necessário conhecer a janela de lançamento, ou seja, o tempo em que a região da base de lançamento cruza o plano orbital da órbita desejada. Uma dada base de lançamento situada numa dada latitude  $\varphi$  só poderá lançar satélites com inclinação  $I \geq \varphi$ .

Para verificar isso, usamos expressões da trigonometria esférica, das quais podemos obter:

$$\cos I = \sin A \cdot \cos \varphi \quad (3.18)$$

onde A é o ângulo contado da base de lançamento até a órbita em que se quer lançar o satélite.

**3.7. VELOCIDADE DE ESCAPE:** A velocidade suficiente para que uma massa de prova (ou satélite) faça uma viagem para uma distância infinita sem jamais voltar é chamada de **velocidade de escape**. Tal façanha se dá porque a intensidade do campo gravitacional do Sol ou de um planeta decresce com a distância. Dessa forma, o corpo de prova viajará numa trajetória parabólica e, enquanto a sua distância ao corpo atrator (central) se aproxima do infinito, sua velocidade se aproxima a zero.

A seguir tem-se a equação da energia total (específica) para calcular a velocidade necessária para escapar descrita em dois pontos: numa distância r do corpo atrator e numa distância infinita onde v é zero

$$E = \frac{V_e^2}{2} - \frac{\mu}{r} = \frac{V_{inf}^2}{2} - \frac{\mu}{r_{inf}}$$

mas  $V_{\text{inf}}$  e  $\mu/r_{\text{inf}}$  tendem para zero, então:

$$V_e = \sqrt{\frac{2\mu}{r}} \quad (3.19)$$

que é a velocidade de escape, onde  $\mu = GM$ .

**3.8. PERTURBAÇÕES ORBITAIS:** As órbitas elípticas fornecem referências excelentes mas existem outras forças que agem no satélite, perturbando-o e afastando-o de sua órbita nominal (Kepleriana). As perturbações são classificadas como **perturbações seculares**, aquelas que variam monotonicamente com o tempo; **perturbações de curto período**, aquelas que se repetem no tempo e cujo período de variação é da ordem de ou menor do que o período orbital e, finalmente, as **perturbações de longo período**, que se repetem no tempo e que tem o período maior do que o período orbital.

As perturbações seculares são as mais importantes porque tem efeito permanente na órbita, ou seja, os elementos orbitais que eram constantes (no problema de dois corpos) agora variam sempre devido a essas perturbações.

As forças perturbadoras principais que afetam a órbita de um satélite são citadas a seguir com uma breve discussão de cada um desses efeitos.

**3.8.1. Perturbações Devidas a um Terceiro Corpo:** Os elementos orbitais  $\omega$ ,  $\Omega$  e  $M$  experimentam variações seculares devido as forças gravitacionais do Sol e da Lua. As equações para essas variações, em revolução por dia, são:

Ascensão reta do nodo ascendente

$$\dot{\Omega}_{\text{Lua}} = -0.00338 \cos i / n_0 \quad (3.20)$$

$$\dot{\Omega}_{\text{Sol}} = -0.00154 \cos i / n_0 \quad (3.21)$$

Argumento do Perigeu

$$\dot{\omega}_{\text{Lua}} = 0.00169(4 - 5\text{sen}^2 i) / n_0 \quad (3.22)$$

$$\dot{\omega}_{\text{Sol}} = 0.00077(4 - 5\text{sen}^2 i) / n_0 \quad (3.23)$$

**3.8.2. Perturbações Devidas à Não Esfericidade da Terra:** Sabemos que a Terra possui, na realidade, uma forma levemente achatada nos pólos e que é bojuda no equador. Para esse caso, a função potencial tem um modelo aproximado que é dado por:

$$U = \frac{\mu}{r} \left( 1 - \sum_n J_n (R_T / r)^n P_n(\text{sen } n\varphi) \right) \quad (3.24)$$

onde:  $R_T$  é o raio médio equatorial da Terra;

$\varphi$  é a latitude geocêntrica;

$P_n$  são polinômios de Legendre e

$J_n$  são coeficientes que representam as deformações da Terra.

Assim, tomando o modelo dado pela expressão (3.20) e levando em conta os coeficientes  $J_n$  até  $n = 2$ , então as perturbações seculares em  $\omega$  e  $\Omega$  são dadas por:

$$\dot{\Omega}_{J_2} = -1.5n_0 J_2 (R_T / a)^2 \cos i (1 - e^2)^{-2} \quad (3.25)$$

$$\dot{\omega}_{J_2} = 0.75n_0 J_2 (R_T / a)^2 \cos i (1 - e^2)^{-2} \quad (3.26)$$

onde  $n_0$  é o movimento médio em graus por dia,  $a$  é o semi-eixo maior da órbita do satélite,  $e$  é a excentricidade e  $i$  é a inclinação da órbita.

**3.8.3. Perturbações Devidas ao Arrasto Atmosférico:** É uma força não-gravitacional que atua em satélites baixos, onde a atmosfera é bastante densa. Essa força age no sentido oposto ao movimento do satélite e tende a diminuir a energia da órbita, produzindo um decaimento no semi-eixo maior da órbita dado por:

$$\Delta a = -2\pi C_d (A/m) a^2 \rho \quad (3.27)$$

onde  $C_d \approx 2.2$  (coeficiente de arrasto);

$A/m$  é a razão área/massa do satélite;

$a$  é o semi-eixo maior da órbita e

$\rho$  é a densidade da atmosfera terrestre.

**3.8.4. Perturbações Devida à Pressão da Radiação Solar:** A pressão de radiação solar causa variações periódicas em todos os elementos da órbita. Seu efeito maior é para satélites de grande área e pequena massa, tipo balão. Para satélites com altitude abaixo de 800 km, a força de arrasto é maior que a força de pressão de radiação.

## **CAPÍTULO 4 - ANÁLISE E PLANEJAMENTO DE MISSÕES**

**4.1. INTRODUÇÃO:** A análise de missões espaciais é um conjunto de procedimentos que tem como meta transformar um ou mais objetivos e vínculos desejados para uma missão espacial em uma especificação de como esses objetivos podem ser alcançados. Alguns exemplos de importantes tipos de missões são: comunicação, previsão de tempo, navegação, exploração científica, manufatura de materiais no espaço, estudo de recursos naturais da Terra, etc.

**4.2. O PROCESSO DE ANÁLISE DE MISSÕES:** Existem algumas técnicas básicas que são recomendadas aos profissionais de análise de missão. o primeiro passo a ser dado é o de subdividir o processo de análise de missão nas seguintes fases:

1)- **Definição de objetivos:** Nesta fase são definidos os objetivos e vínculos globais da missão. Devemos estimar com que precisão precisamos atender os nossos objetivos, dadas as nossas necessidades, conhecimento tecnológico, tempo e orçamento disponível;

2)- **Caracterização da missão:** Nesta fase são definidos e caracterizados os vários conceitos alternativos para a realização da missão. Um 'conceito de missão' é uma definição global dos elementos mais importantes de uma missão. Deve-se identificar os parâmetros mais importantes de cada conceito de missão. Uma vez identificados, o grupo de analistas de missão esforça-se na busca de alternativas que tenham uma relação custo/desempenho favorável. Após essa fase deve-se identificar cada conceito de missão para saber o que ele é e o que ele faz. Essa é a tarefa mais demorada e difícil de ser executada em uma análise de missão;

3)- **Avaliação da missão:** nesta fase são identificados os requisitos mais importantes da missão. O objetivo último é o de gerar gráficos e tabelas com informações de desempenho e custo de cada conceito de missão. A seguir é feita a escolha de um dos vários conceitos alternativos para a realização da missão;

4)- Definição dos requisitos da missão: Nesta fase são definidos todos os requisitos da missão. Todos os requisitos gerais da missão (região da Terra a ser coberta, etc) são transformados em requisitos específicos (altitude e inclinação da órbita, etc...). A seguir esses requisitos específicos são alocados aos diversos elementos do sistema.

Os passos 1 a 4 devem ser repetidos muitas vezes para cada missão, cada vez com maior precisão e mais detalhes nos modelos e métodos empregados. É preciso reavaliar a missão de tempos em tempos para verificar se um novo conceito de missão não pode resultar em uma missão melhor e/ou de menor custo. Os custos de missões espaciais são muito elevados, de forma que uma pequena redução percentual pode apresentar uma economia de milhões de dólares no produto final.

**4.3. TIPOS DE MISSÕES:** A seguir são descritos os tipos de missões mais importantes no momento.

**4.3.1. Satélites de Comunicação:** Os satélites artificiais que estão em órbita da Terra são os aparelhos responsáveis pelas facilidades da vida moderna, tais como: as transmissões pela televisão “ao vivo via satélite” que nos permite assistir programas no momento em que acontecem e o telefone que, em poucos segundos, podemos conversar com alguém do outro lado do planeta.

Os satélites de comunicação nasceram logo após a Segunda Guerra Mundial. Nessa época o escritor Arthur C. Clarke mostrou a possibilidade de lançar artefatos feitos na Terra para o espaço. Ele criou o conceito de “Órbita Geo-estacionária”. Uma órbita desse tipo tem um período de mesma duração da rotação da Terra sobre o próprio eixo (23h, 56min e 4seg) e isso faz com que satélite e Terra girem no espaço com mesma velocidade angular. Dessa forma, o satélite permanece em repouso em relação a um observador fixo na Terra. Para entender melhor, recordamos a terceira lei de Kepler, citada no item 1.1, que fora feita para planetas mas que é perfeitamente válida para satélites artificiais em torno da Terra. Em termos matemáticos essa lei é escrita da forma:

$$\frac{P^2}{4\pi^2} = \frac{a^3}{GM} \quad (4.1)$$

onde: P = período da órbita;

a = semi-eixo maior da elipse que representa a órbita;

M = massa da Terra;

G =  $6.67259 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$  é a constante gravitacional de Newton.

Sendo  $M = 5.973699 \times 10^{24} \text{ kg}$  e o valor desejado para  $P = 86164 \text{ s}$ , então, temos:  $a = 42.164.140$  metros.

Esse valor equivale a altitude em relação a superfície da Terra de aproximadamente 35.880 km. Para que essa análise seja mais completa devemos adicionar dois comentários:

1) Deve-se levar em conta que órbitas que não sejam circulares possuem velocidade variável, fazendo com que os satélites colocados nessas órbitas fiquem oscilando na horizontal.

2) Mesmo estando limitado a órbitas circulares, temos uma quantidade infinita de órbitas que diferem entre si pela inclinação. Porém, um satélite colocado em uma órbita que não seja equatorial teria uma oscilação horizontal e vertical, ou seja, tanto a latitude como a longitude do ponto sub-satélite permanecem avançando e retrocedendo em torno de valores de referência. O ponto sub-satélite descreve então a figura de um oito (8) na superfície da Terra. Assim sendo, somente órbitas circulares, equatoriais e com altitude de 35.880 km servem para abrigar satélites geo-estacionários. Definimos “Órbita Geo-síncrona” como qualquer órbita cujo período seja coincidente com o período de rotação da Terra, enquanto que “Órbita Geo-estacionária” passou a designar órbitas circulares, equatoriais e cujo período seja coincidente com o período de rotação da Terra.

A Terra possui então um cinturão aonde esses satélites podem ser colocados. Levando-se em conta que o satélite possui um tamanho finito, sendo necessário um espaçamento mínimo entre eles, surge a preocupação de que a quantidade de satélites geo-estacionários em um determinado tempo é finita. Com o rápido crescimento do

número de satélites de comunicações, existe hoje uma grande preocupação com essa potencial super-população de satélites nessa órbita importante.

A história dos satélites artificiais (de comunicações) começou em 1957. Mas foi no começo dos anos sessenta que os chamados “satélites balões”, de baixa órbita e grande volume, refletiam na Terra os sinais enviados da própria Terra. Dois exemplos desse tipo de missão são os satélites Echo 1 e 2.

Em 10 de julho de 1962 foi lançado o primeiro satélite ativo de comunicações pelos Estados Unidos e se chamava Telstar 1. Este ocupou uma órbita elíptica de baixa altitude em torno da Terra. Estações terrestres localizadas nos Estados Unidos e na Europa formaram uma rede de comunicações que transmitiam sons e imagens ao vivo entre os dois continentes. Um ano mais tarde foi lançado o segundo satélite dessa série, o Telstar 2.

Hoje em dia muitos países possuem satélites de comunicações operando normalmente. O Brasil já possui dois satélites operando na órbita geo-estacionária há quase dez anos, em pontos sobre o território brasileiro. São os Brasilsat I e II que transmitem imagens de televisão e sinais de telefonia para todo o território brasileiro. No ano de 1995 esses dois satélites foram substituídos por dois novos satélites da série Brasilsat.

A órbita geo-estacionária não é a única possibilidade para satélites de comunicação. Em particular, essa órbita não é favorável para comunicações entre regiões próximas dos pólos. Uma opção interessante é a utilização dos satélites Molniya, constituída por uma grande quantidade de satélites em órbitas elípticas com apogeu situado no hemisfério norte. A série foi planejada de tal forma que, quando um satélite está indo em direção ao seu perigeu e perdendo visibilidade no hemisfério norte, existe outro satélite caminhando para o apogeu e substituindo seu antecessor na tarefa de transmitir os sinais. Cada série Molniya é composta de quatro satélites espaçados em intervalos de 90° ao longo da órbita.

**4.3.2. Satélites de Sensoriamento Remoto:** No começo dos anos setenta, os Estados Unidos e a antiga União Soviética passaram a lançar satélites para observar a Terra com o objetivo de estudar características geológicas, vegetação e outros recursos terrestres.

Algumas missões foram:

**Landsat-1:** o primeiro satélite de sensoriamento remoto. A missão Landsat foi continuada pelo lançamento do Landsat 2, 3, 4 e 5;

**HCMM:** Missão para Mapeamento da Capacidade de Calor, em 1978;

**Seasat:** o primeiro satélite americano dedicado ao estudo de oceanos do mundo;

**Cosmos-1076:** foi um satélite que também estudou os oceanos;

**Meteor-Priroda:** dedicado ao estudo de recursos terrestres;

**SPOT-1:** estuda o uso da terra, os recursos renováveis, exploração de minérios e óleos, e a produção de mapas;

**ERS-1:** sensoriamento remoto;

**Topex:** topografia;

**MOS-1 e Radarsat:** desenvolveram atividades de sensoriamento remoto;

**MECB:** Missão Espacial Completa Brasileira, dedicados as missões de sensoriamento remoto, que serão lançados à partir de 1996;

**CBERS-1 e 2:** desenvolvidos pelo Brasil em conjunto com a China, que serão dedicadas a esse fim.

Para as missões de sensoriamento remoto existe a chamada órbita Hélio-síncrona, que é uma órbita que se desloca acompanhando o movimento anual do Sol. A vantagem dessa órbita é que as passagens do satélite são em horários locais constantes, facilitando a interpretação dos sinais e a montagem das imagens finais. Devemos observar que uma órbita desse tipo não pode ser obtida sem a utilização das perturbações orbitais.

O requisito de que a órbita seja síncrona com o Sol exige que o momento angular do satélite tenha uma componente no plano da elíptica alinhada com a direção Terra-Sol, o que só pode ser atingido com a precessão do nodo do plano orbital adequada. A perturbação devido ao achatamento da Terra pode facilmente gerar esse movimento para uma grande família de órbitas.

A velocidade de avanço do nodo é dada por:

$$\dot{\bar{\Omega}} = -\frac{3}{4} J_2 \left( \frac{a_e}{a} \right)^2 \frac{\bar{n} \cos(\bar{i})}{(1 - \bar{e}^2)^2} \quad (4.2)$$

onde:  $J_2 = 1.08263 \times 10^{-3}$  é uma constante relacionada ao achatamento da Terra;

$a_e$  = raio médio equatorial da Terra;

$\bar{n}$  = movimento médio em rad/s (dado pela expressão  $\sqrt{\frac{GM}{a^3}}$ , com G a constante

de gravitação de Newton e M a massa do planeta);

$\bar{a}$  = semi-eixo maior;

$\bar{e}$  = excentricidade;

$\bar{i}$  = inclinação da órbita e

$\dot{\bar{\Omega}}$  = velocidade angular na direção do eixo Z, que é direcionado ao polo terrestre.

**4.3.3. Sistemas de Navegação:** O objetivo dos satélites de navegação é o de proporcionar um meio rápido e preciso de determinar a posição de um receptor capaz de captar os sinais enviados pelos satélites. Eles foram inicialmente desenvolvidos para o uso de submarinos para lançamento de mísseis, sendo essencial o conhecimento preciso da posição do mesmo. Esse tipo de satélite tem, por exemplo, grande utilização em operações de salvamento, posicionamento, entre outros.

Os primeiros satélites americanos foram os da série Transit, que sobrevoaram a Terra em órbitas quase polares na altitude de aproximadamente 1000km. Já a antiga União Soviética respondeu com satélites da série Cosmos, em órbitas similares aos dos americanos.

O sucessor do projeto Transit e principal sistema de navegação americano é o GPS (Sistema de Posicionamento Global). O primeiro satélite dessa série foi lançado em 22 de fevereiro de 1978. O GPS é atualmente composto de 24 satélites em torno da Terra, dispostos em seis planos orbitais com uma separação de 60 graus em seus nodos

orbitais. Em cada plano existem quatro satélites igualmente espaçados (90 graus de separação) e a maior parte dos planos possuem uma inclinação de 55 graus. Os satélites estão situados a uma altitude de 20.160 km, com um período orbital de doze horas. Esses satélites transmitem sinais em três frequências diferentes: 1575,42 Mhz, 1227,6 Mhz e 1381,05 Mhz. Sinais estes captados por um receptor. Existem diversos modelos de receptores GPS, como os de bolso que qualquer pessoa pode levar consigo. Navios e aviões também se utilizam desse sistema. Aplicações espaciais, como a determinação da órbita de um satélite baseado em medidas do GPS, também foram realizados com grande sucesso.

A antiga União Soviética também desenvolveu um sistema equivalente ao GPS, o Sistema de Navegação Global por Satélites - Glonass. Os três primeiros (Cosmos 1413,1414,1415) foram lançados em 1982, utilizando-se dos mesmos métodos do GPS.

#### **4.3.4. Outras Missões:** Existem outros tipos de missões, além das já citadas.

Um tipo variado de missões são os satélites científicos, destinados aos mais variados objetivos científicos.

Existem também as missões que estudam outros corpos celestes. Tem-se, como exemplo, as duas sondas Voyager I e II que visitaram os planetas gigantes Júpiter, Saturno, Urano e Netuno.

Satélites Geodésicos e Cartográficos também estão incluídos na lista de satélites científicos que colaboram na fabricação de mapas precisos.

Outra categoria importante de satélites são os meteorológicos, dotados de câmaras que fotografam os sistemas nebulosos. Alguns exemplos de satélites meteorológicos são a série Nimbus e a série Tiros, pelos Estados Unidos; a antiga União Soviética com o programa Meteor, utilizando-se de alguns equipamentos da série Cosmos.

## **CAPÍTULO 5 - DETERMINAÇÃO DE ÓRBITA E MANOBRAS ORBITAIS**

**5.1. INTRODUÇÃO:** Definimos **determinação de órbita** como sendo a estimativa do tamanho, da forma e da orientação da órbita de um corpo celeste no espaço e a especificação da posição do corpo celeste na sua órbita num dado instante. Já a **manobra orbital** é a transferência do satélite de uma dada órbita para outra ou, ainda, correções nos elementos orbitais para manter o movimento do satélite numa órbita específica.

**5.2. DETERMINAÇÃO DE ÓRBITA:** Existem vários métodos para achar a órbita de um corpo celeste. O primeiro foi proposto por Isaac Newton, em 1687. Esse método baseia-se em três observações do corpo em questão.

Em 1744, Euler propôs um método analítico para determinação de órbita e, logo depois, Lambert generalizou a formulação dessa teoria. Lagrange forneceu precisão à essas teorias. Em 1780, Laplace publicou um método novo de determinação de órbitas.

No começo do século 19, Gauss apresentou sua teoria e conseguiu aplicá-la para computar a órbita de um asteroide chamado Ceres. Gauss usou, para determinação dessa órbita, ângulos de ascensão reta,  $\alpha$ , e declinação,  $\delta$ , em três tempos de observação diferentes.

Neste sistema de coordenadas, o centro do sistema pode coincidir ou com o centro da Terra ou com algum ponto da superfície terrestre. A ascensão reta é medida no plano do equador celeste na direção leste a partir da direção do ponto vernal. A declinação é medida na direção norte a partir do equador celeste até a linha de visada. Esse método é chamado de **método de determinação de órbita a partir da visualização ótica**.

Gauss também inventou o **método de mínimos quadrados**, que trata o problema de determinação de órbitas com mais eficiência.

Usando análise vetorial pura, Gibbs desenvolveu o chamado **método de determinação de órbita a partir de três vetores posição**.

**5.2.1. Teoria Básica de Mínimos Quadrados:** Sejam  $X$  e  $Y$  dois vetores com valores reais, o primeiro representando um estado físico e o último um estado diretamente observável de um sistema dinâmico. Supõe-se que  $Y$  está relacionado com  $X$  através de uma função vetorial  $\Psi$ , isto é:

$$Y = \Psi (X).$$

Como qualquer processo de observação envolve imperfeições, logo a relação mais correta entre  $X$  e  $Y$  pode ser escrita na seguinte maneira:

$$Y = \Psi (X) + E,$$

onde  $E$  é o vetor dos erros cometidos na observação de  $Y$ .

O critério de mínimos quadrados é simplesmente minimizar a soma dos quadrados dos elementos do vetor  $E$ , e estimar o estado  $X$  do sistema dinâmico.

**5.2.2. Aplicações da Teoria de Mínimos Quadrados para Determinação de Órbita:** Com o desenvolvimento do radar existem os **métodos de determinação de órbita a partir de uma única observação de radar**. Métodos com aplicação da teoria de mínimos quadrados às observações feitas por radar são usados nas missões de satélites artificiais.

As observações de radar são feitas num sistema de coordenadas centrado num ponto, numa estação de rastreamento na superfície terrestre, onde está localizado o radar.

Um radar pode medir a distância,  $\rho$ , do foco da antena ao satélite, e dois ângulos para determinar a direção do satélite: o ângulo de azimute,  $A$ , que é medido

no sentido horário a partir do norte e o ângulo de elevação,  $H$ , medido do horizonte até a linha de visada do radar.

Feitas as observações necessárias, há uma comparação de observações, feitas através de estações de rastreamento, com previsões e minimização da diferença entre as trajetórias observadas, usando o critério de mínimos quadrados.

**5.3 MANOBRAS ORBITAIS BÁSICAS:** Os primeiros lançamentos bem-sucedidos de um satélite artificial foi em 1957 pela antiga União Soviética, o Sputnik I e, em 1958 pelos Estados Unidos, o Explorer I.

Existem várias técnicas para lançamento de satélites artificiais em altitudes baixas ou altas, para manobrá-los de uma órbita para outra ou para mantê-los numa órbita específica. Em altitudes baixas, o satélite é lançado usando uma propulsão contínua desde a decolagem do foguete até o fim-de-queima num ponto da órbita desejada. A injeção é planejada no perigeu com ângulos de caminho de vôo igual a zero grau. Um lançamento numa altitude alta tem a finalidade de observar uma parte maior da superfície terrestre, ou ainda para escapar do arrasto atmosférico da Terra. Esse tipo de lançamento se faz por duas ou mais fases de propulsão, separadas por fases sem queima ou fases balísticas. Esta técnica é usada quando a altitude do ponto de injeção for maior do que 250 km.

**5.3.1. Correções Orbitais:** Devido a erros pequenos na altitude de fim-de-queima, ou na velocidade ou no ângulo de caminho de vôo, o satélite pode não atingir a órbita desejada. Dessa forma, para se obter uma órbita precisa, faz-se necessárias algumas correções pequenas na órbita.

Um satélite de exploração de recursos naturais tem uma órbita solsíncrona e repetitiva, isto é, que passa periodicamente sobre o mesmo traço no terreno. Entretanto, existem perturbações que tendem a quebrar a sincronicidade com o Sol, tais como: as no semi-eixo maior, devidas ao arrasto atmosférico; e as devidas à atração gravitacional do Sol e da Lua, na inclinação da órbita. Assim, é necessário que algumas correções de órbitas sejam feitas durante a vida útil do satélite.

Suponha-se que seja preciso fazer uma correção na altitude do perigeu ou na altitude do apogeu. Isso será possível, introduzindo pequenas variações na velocidade do satélite nos pontos apropriados da órbita.

Sabe-se que a equação da energia ou equação “vis viva” é dada por:

$$v^2 = \mu \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right) \quad (5.1)$$

Tomando a derivada desta equação, considerando que  $r$  está fixo, obtém-se:

$$da = \left( \frac{2a^2}{\mu} \right) v dv \quad (5.2)$$

Isto é, uma pequena variação,  $dv$ , em velocidade, causa uma variação,  $da$ , na variável “ $a$ ” da órbita.

A equação (5.1) pode ser usada para escrever as variações nas altitudes de apogeu e perigeu como a seguir:

$$\Delta h_a \cong \left( \frac{4a^2}{\mu} \right) v_p \Delta v_p \quad (5.3)$$

$$\Delta h_p \cong \left( \frac{4a^2}{\mu} \right) v_a \Delta v_a$$

onde  $\Delta h_a$  e  $\Delta h_p$  são variações nas altitudes do apogeu e do perigeu;  $v_p$  e  $v_a$  são velocidades no perigeu e apogeu. Observa-se que estas variações mudam o tamanho ou a forma da órbita do satélite e é chamada de variação *dentro-de-plano* orbital do satélite.

Para mudar a orientação do plano orbital no espaço, precisa-se de uma componente de  $\Delta v$  perpendicular ao plano orbital. Esse tipo é chamado de variação *fora-de-plano*. Um exemplo para este tipo é a mudança na inclinação do plano orbital que pode ser escrita, usando-se a lei de cossenos, pela equação:

$$\Delta v = 2v \sin \frac{\theta}{2} \quad (5.4)$$

Para se transformar uma órbita inclinada numa órbita equatorial,  $\Delta v$  deve ser aplicada num dos nodos onde o satélite cruza o plano orbital.

**5.3.2. Transferência Orbital:** Uma transferência entre duas órbitas circulares coplanares é uma das manobras mais usadas nas missões de satélites artificiais. Por exemplo, pode-se lançar um satélite numa órbita circular de altitude baixa e, depois, transferi-lo para uma órbita mais alta. Esse tipo de transferência de órbitas foram denominadas **órbitas de transferência de Hohmann**.

Supõe-se que a transferência deve ser feita de uma órbita circular menor, de raio  $r_1$ , para uma órbita circular maior, de raio  $r_2$ , ao longo da órbita elíptica de transferência.

Para isso, temos que o semi-eixo maior da órbita de transferência,  $a_t$ , é dado por:

$$2a_t = r_1 + r_2$$

e a energia  $E_t$  da órbita de transferência pode ser escrita da seguinte maneira:

$$E_t = -\frac{\mu}{r_1 + r_2} \quad (5.5)$$

Usando a equação da energia de uma órbita elíptica  $\left(E = -\frac{\mu}{2a}\right)$  e a equação (5.5),  $v_1$  pode ser computada pela equação:

$$v_1^2 = 2\left(\frac{\mu}{r_1}\right) + 2E_t \quad (5.6)$$

Para que um satélite saia da órbita circular de raio  $r_1$  e entre numa órbita elíptica de transferência, deve-se mudar a sua velocidade de  $v_{c1}$  para  $v_1$ . E, para que o

mesmo saia da órbita de transferência e entre na órbita circular maior, de raio  $r_2$ , deve-se mudar de  $v_2$  (velocidade do satélite na órbita elíptica de transferência) para  $v_{c2}$  (velocidade do satélite na órbita circular de raio  $r_2$ ). As equações que descrevem essas velocidades são:

$$v_{c1}^2 = \frac{\mu}{r_1} \quad (5.7)$$

$$v_{c2}^2 = \frac{\mu}{r_2} \quad (5.8)$$

e

$$v_2^2 = 2\left(\frac{\mu}{r_2}\right) + 2E_t \quad (5.9)$$

Observe-se que temos ainda as equações da velocidade:

$$\Delta v_1 = v_1 - v_{c1}$$

$$\Delta v_2 = v_{c2} - v_2$$

Pode-se também fazer uma transferência de uma órbita circular de raio maior para uma de raio menor.

Pode-se ver que o tempo de vôo,  $T$ , na transferência de Hohmann é exatamente o tempo que o satélite leva para ir da órbita menor para a maior, isto é, metade do período da elipse de transferência, e é dado por:

$$T = \pi \sqrt{\frac{a_t^3}{\mu}} \quad (5.10)$$

Observemos que, usando o princípio de Hohmann, pode-se fazer uma transferência entre duas órbitas elípticas também.

Nos casos gerais, uma transferência somente é possível quando a órbita intercepta as duas órbitas circulares. Essa condição pode ser escrita, matematicamente, da seguinte forma:

$$r_p = \frac{a(1-e^2)}{1+e} \leq r_1 \quad (5.11)$$

$$r_a = \frac{a(1-e^2)}{1-e} \geq r_2$$

onde “a” e “e” são o semi-eixo maior e a excentricidade da órbita de transferência, respectivamente.

Podemos definir “p”, o parâmetro da órbita elíptica, como:

$$p = a(1-e^2) \quad (5.12)$$

onde, um conjunto de valores de “p” e “e” da órbita de transferência satisfazem as equações (5.11).

Podemos também calcular a energia da órbita de transferência pela equação:

$$E_t = \mu(1-e^2) / 2p.$$

Sabe-se que o momento angular,  $h_t$ , da órbita de transferência é dado por:

$$h_t = (\mu p)^{1/2} \quad (5.13)$$

Então, pode-se calcular a velocidade,  $v_1$ , num ponto 1 na órbita de transferência, procedendo exatamente como no caso da transferência de Hohmann, usando a equação (5.6) e a velocidade,  $v_{c1}$ , no mesmo ponto, na órbita circular menor pode ser calculada usando a equação (5.7). Agora, o ângulo entre  $v_1$  e  $v_{c1}$  é simplesmente o ângulo  $\varphi$ :

$$\cos \varphi = h_t / r_1 v_1 \quad (5.14)$$

Usando as equações de  $h_t$  e de  $v_1$ , equações (5.13) e (5.6) respectivamente, calcula-se o ângulo  $\varphi$ . Após alguns cálculos, usando a lei dos cossenos, pode-se escrever a expressão para  $\Delta v_1$  como:

$$\Delta v_1^2 = v_1^2 + v_{c1}^2 - 2v_1 v_{c1} \cos \varphi \quad (5.15)$$

Observa-se que esta equação reduz à equação obtida, para  $\Delta v_1$ , na transferência de Hohmann, quando  $\varphi$  é zero.

A variação  $\Delta v_2$  requerida num ponto 2 também pode ser calculada da mesma maneira.

## CAPÍTULO 6 - DEFINIÇÃO DO PROBLEMA DE DETERMINAÇÃO DE ATITUDE

O objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de métodos e rotinas computacionais que possam ser utilizadas para a determinação da atitude de um satélite artificial com a utilização do sistema de posicionamento global GPS. Por atitude de um satélite entende-se a sua orientação no espaço, ou seja, a direção em que cada uma de suas faces está voltada.

A idéia básica é simular um experimento aonde um receptor GPS esteja colocado a bordo de um satélite e que receba os sinais emitidos pelos satélites que fazem parte da constelação denominada de GPS (Global Positioning System). Essa constelação é constituída de 24 satélites em torno da Terra, dispostos em seis planos orbitais com uma separação de 60 graus em seus nodos orbitais. Em cada um desses planos existem quatro satélites igualmente espaçados em anomalia verdadeira e a maior parte dos planos possuem uma inclinação de 55 graus. Os satélites estão situados a uma altitude de 20160km, com um período orbital de doze horas. Esse tipo de experimento deve ser realizado pelo INPE em uma de suas próximas missões.

A figura abaixo mostra a constelação de satélites GPS em torno da Terra.

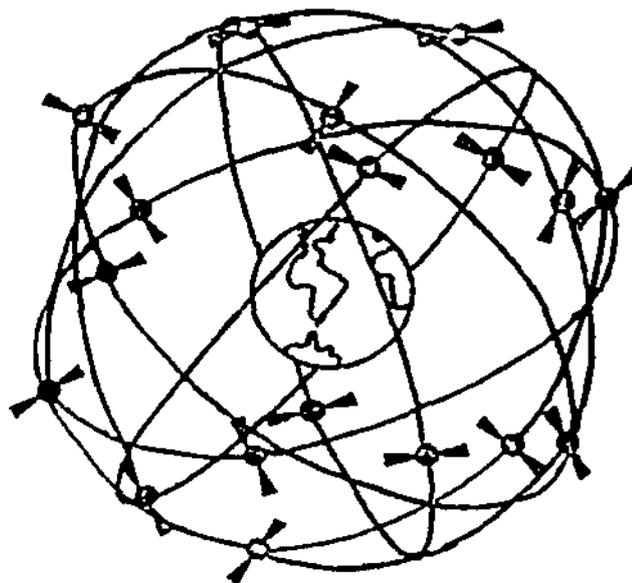


Figura 6.1 - Configuração do Sistema GPS.

No presente trabalho será considerado o problema de determinação da atitude de um satélite estabilizado por SPIN, e apenas nos preocuparemos com a determinação da direção do eixo de SPIN (a fase não é considerada aqui).

Esse trabalho será dividido em duas etapas. Em uma primeira etapa são simuladas posições no espaço para um satélite alvo, aquele cuja atitude se deseja determinar, e um número  $N$  ( $\geq 3$ ) de satélites GPS (definido pelo usuário). Essas medidas são, posteriormente, corrompidas por erros aleatórios e a seguir normalizadas. A seguir, todos os ângulos entre o satélite alvo e os satélites GPS considerados são calculados.

Para a segunda fase, utilizamos alguns dados da primeira fase que servirão como parâmetro de entrada do método desenvolvido por Shuster para a determinação dos ângulos estimados.

A atitude do eixo de SPIN é geralmente determinada da medida do cosseno, tipicamente do cosseno do ângulo entre o eixo de SPIN e o Sol, uma estrela ou o campo magnético.

A principal característica do método presente é a sua simplicidade de implementação.

Geralmente, a medida é um ângulo (isto é, um arco), tal como  $\alpha$  e  $\beta$  na figura 6.2. Entretanto, sem nenhuma perda de generalidade, nós podemos assumir que a medida é a de um cosseno.

Se  $z_k$  é a medida do cosseno, então

$$z_k = \hat{n} \cdot \hat{U}_k + v_k. \quad (6.1)$$

onde  $\hat{n}$  é a direção do eixo de SPIN, tipicamente no espaço inercial,  $\hat{U}_k$  é a direção relativa para o qual o cosseno é medido, e  $v_k$  é a medida do erro, assumindo como Gaussiano de média nula e com uma variância  $\sigma_k^2$ . A estimativa de máxima semelhança de  $\hat{n}$  minimiza a função custo

$$J(\hat{n}) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \frac{1}{\sigma_k^2} |z_k - \hat{n} \cdot \hat{U}_k|^2 \quad (6.2)$$

sujeito a restrição

$$\hat{n} \cdot \hat{n} = 1. \quad (6.3)$$

Observe que a variância  $\sigma_k^2$  é dada por:

$$\sigma_{\cos \theta}^2 = \text{sen}^2 \theta \sigma_{\theta}^2, \quad (6.4)$$

ou da forma

$$\sigma_k^2 = \sigma_{\cos \theta}^2 = (1 - \cos^2 \theta_k) \sigma_{\theta}^2. \quad (6.5)$$

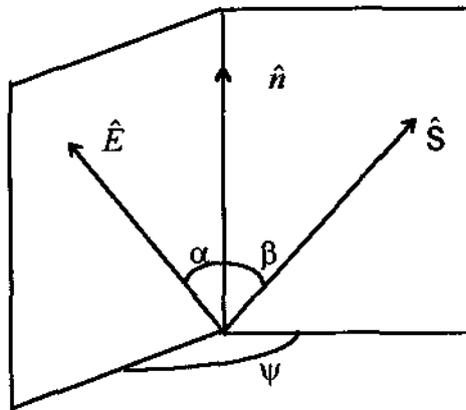


Figura 6.2 - Ângulos Envolvidos.

Se há pelo menos três  $\hat{U}_k$  linearmente independentes, então a estimativa de máxima semelhança,  $\hat{n}$ , será unicamente determinada. A primeira aproximação pode ser obtida por minimização de  $J(\hat{n})$  sem levar em conta o vínculo e então normalizando o resultado. Assim, a primeira aproximação,  $\hat{n}^{(0)}$ , será dada pela solução de:

$$\frac{\partial \mathbf{J}}{\partial \mathbf{n}} \left( \mathbf{n}^{(0)} \right) = 0, \quad (6.6)$$

ou

$$-\sum_{k=1}^N \frac{1}{\sigma_k^2} \left( z_k - \mathbf{n}^{(0)} \cdot \hat{U}_k \right) \hat{U}_k = 0. \quad (6.7)$$

A mesma equação pode ser escrita na forma:

$$-G + F \mathbf{n}^{(0)} = 0, \quad (6.8)$$

onde

$$F = \sum_{k=1}^N \frac{1}{\sigma_k^2} \hat{U}_k \hat{U}_k^T, \quad (6.9)$$

e

$$G = \sum_{k=1}^N \frac{1}{\sigma_k^2} z_k \hat{U}_k.$$

A equação (9) tem a solução:

$$\mathbf{n}^{(0)} = F^{-1} G \quad (6.10)$$

## CAPÍTULO 7 - SOFTWARES DESENVOLVIDOS

O primeiro programa tem a função de simular posições no espaço para um satélite alvo e para um número  $N(\geq 3)$  de satélites GPS definido pelo usuário. Estas posições são dadas por valores gerados aleatoriamente com uma distribuição Gaussiana (dada pela subrotina Gauss) e, em seguida, normalizadas.

Com esses valores calcula-se o ângulo chamado “ângulo verdadeiro” ( $\theta_v$ ) entre o satélite alvo e cada GPS. Posteriormente, são gerados erros aleatórios com média nula e variância de um grau (em radiano) que são somados aos valores das posições dos satélites GPS. Ao somar cada erro, perde-se a normalização e a nova posição deve ser renormalizada. A partir disso, calcula-se o “ângulo medido” entre o satélite alvo e os GPS com seus novos valores e, esse cálculo é feito com o uso de álgebra.

\*\*\*\*\*

### PROGRAMA PARA DETERMINAÇÃO DA ÓRBITA DE UM SATÉLITE ALVO PROGRAMA PRINCIPAL

\*\*\*\*\*

```
C
C  DADOS INICIAIS
C
  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
  INTEGER I, J
  DIMENSION A(25,3), GPS(25,3), E(25,3), C(25,3), D(25,3)
  OPEN (UNIT=6,FILE='OUT.DAT')
  OPEN (UNIT=7,FILE='OUT2.DAT')
10 WRITE(*,*)'Entre com o numero de satelites'
  READ(*,*) S
  WRITE(7,*) S
```

```

IF(S.LT.3)THEN
  WRITE(*,*) 'O numero de satelites nao e valido'
  WRITE(*,*)
  GOTO 10
ENDIF
C
C  GERA VALORES ALEATORIOS X, ONDE 0<X<1
C
CALL SEED (-1)
DO I=1,S+1  !ONDE DE 1 A S SAO GPS E S+1 E O SATELITE ALVO
  DO J=1,3  !COORDENADAS X, Y, Z
    CALL GAUSS(X)
    A(I,J)=X
  END DO
END DO
C  SAIDA DE VALORES ARMAZENADOS
C
WRITE(6,*)
WRITE(6,*) 'VALORES ALEATORIOS:'
DO I=1,S+1
  DO J=1,3
    WRITE(6,*) 'A(',I,',',J,')=',A(I,J)
  END DO
END DO
C
C  CALCULO DE VALORES PARA NORMALIZAÇÃO
C
DO I=1,S+1
  VNORM=0
  DO J=1,3
    VNORM=VNORM+A(I,J)**2
  END DO

```

```

    VNORM=SQRT(VNORM)
    DO J=1,3
        GPS(I,J)=A(I,J)/VNORM
    END DO
END DO
C
C  SAIDA DE VALORES PARA NORMALIZAÇÃO
C
DO I=1,S
    DO J=1,3
        WRITE(7,*) GPS(I,J)
    END DO
END DO
WRITE(6,*) 'V.A. NORMALIZADOS:'
DO I=1,S+1
    DO J=1,3
        WRITE(6,*) 'GPS(',I,',',J,')=',GPS(I,J)
    END DO
END DO
C
C  GERA ERROS ALEATÓRIOS
C
DO I=1,S
    DO J=1,3
        CALL GAUSS(X)
        E(I,J)=X*0.017453292
    END DO
END DO

```

```

C  SAIDA DE VALORES ARMAZENADOS (ERRO)
C
WRITE(6,*) 'ERROS ALEATORIOS:'
DO I=1,S
  DO J=1,3
    WRITE(6,*) 'E(',I,',',J,')='E(I,J)
  END DO
END DO

C
C  SOMA DAS MATRIZES GPS(I,J) COM E(I,J), OU SEJA, SOMA DOS
C  VALORES ALEATÓRIOS COM SEUS RESPECTIVOS ERROS
C
DO I=1,S
  DO J=1,3
    C(I,J)=GPS(I,J)+E(I,J)
  END DO
END DO

C
C  IMPRESSAO DA MATRIZ SOMA
C
WRITE(6,*) 'MATRIZ SOMA:'
DO I=1,S
  DO J=1,3
    WRITE(6,20) I, J, C(I,J)
20  FORMAT(1X,'C(',I1,',',I1,')=',F15.12)
  END DO
END DO

```

```

C  NORMALIZACAO DOS V.A. COM ERROS
C
DO I=1,S
  CNORM=0
  DO J=1,3
    CNORM=CNORM+C(I,J)**2
  END DO
  CNORM=SQRT(CNORM)
  DO J=1,3
    D(I,J)=C(I,J)/CNORM
  END DO
END DO

C
C  SAIDA DOS NOVOS VALORES PARA NORMALIZAÇÃO
C
WRITE(6,*) 'V.A. COM ERROS NORMALIZADOS:'
DO I=1,S
  DO J=1,3
    WRITE(6,*) 'D('I','J')=', D(I,J)
  END DO
END DO

C
C  CALCULO DO ANGULO ENTRE OS GPS 1 A S E O SATELITE ALVO S+1
                                                    (THETA)
C  (ANGULO VERDADEIRO)
C
WRITE(6,*) 'THETA VERDADEIRO:'
DO I=1,S
  VCALC=0
  DO J=1,3
    VCALC=VCALC+GPS(I,J)*GPS(S+1,J)
  END DO

```

```

WRITE(6,*)
WRITE(6,*) 'VCALC(',I,')=',VCALC
THETAV=(ACOS(VCALC)*180.0/3.141592654)
WRITE(6,*)
WRITE(6,30)
WRITE(6,40) THETAV
30  FORMAT(",'-")
40  FORMAT('+',0(V)=' ',F10.4)
END DO
C
C  CALCULO DO ANGULO ENTRE OS GPS I A S E O SATELITE ALVO S+1
                                           (THETA)
C  (ANGULO MEDIDO)
C
WRITE(6,*) 'THETA MEDIDO:'
DO I=1,S
  VNCALC=0
  DO J=1,3
    VNCALC=VNCALC+D(I,J)*GPS(S+1,J)
  END DO
  WRITE(6,*)
  WRITE(6,*) 'VNCALC(',I,')=',VNCALC
  WRITE(7,*) VNCALC
  THETAM=(ACOS(VNCALC)*180.0/3.141592654)
  WRITE(6,*)
  WRITE(6,50)
  WRITE(6,60) THETAM
50  FORMAT(",'-")
60  FORMAT('+',0(M)=' ',F10.6)
END DO
STOP
END

```

```

*****
*           SUBROTINA                               *
*****
      SUBROUTINE GAUSS(X)
C *****
C *
C *   A ROTINA GERA UM VALOR ALEATORIO COM DISTRIBUICAO *
C *   NORMAL (MEDIA NULA E VARIANCA UNITARIA).         *
C *
C *****
C
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      REAL*4 R1
      CALL RANDOM(R1)
      R=R1
      IFLAG = 0
      IF(R.GT.0.5) GOTO10
      P = R
      IFLAG = 1
      GOTO20
10 P = 1.-R
20 IF(P.GT.1.486719515D-6) GOTO30
      X =-5.
      GOTO40
30 T = SQRT(LOG(1./P/P))
      T2 = T*T
      X = T-2.515517+0.802853*T+0.010328*T2)/(1.+1.432788*T*+0.189269*T2
*   +0.001308*T*T2)
40 IF(IFLAG.NE.1) X=-X
      RETURN
      END

```

Já no segundo programa são utilizados alguns valores dos anteriores: o número de satélites GPS definidos pelo usuário, as posições dos satélites GPS e, por fim, os valores dos cossenos dos “ângulos medidos” entre cada satélite GPS e o satélite alvo.

É definido também o valor da variância  $\sigma_k^2$  dado pela equação (6.5) do capítulo anterior. Com as demais equações chegamos finalmente ao valor da posição do satélite alvo, ou seja, a direção do vetor de SPIN estimado.

```
*****
*      METODO DE SHUSTER - PROGRAMA PRINCIPAL      *
*****

IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
INTEGER I,J,K
DIMENSION GPS(24,3),VNCALC(24,1),SIGMA(24),PTGPS(24,3,3),Q(24,3,3),
F(3,3),VNGPS(24,3),R(24,3),G(3,1),FINV(3,3),SOL(3,1),AUX(3,1),SAT(3,1)
C
C  ENTRADA DE DADOS
C
OPEN (UNIT=7,FILE='OUT2.DAT')
READ(7,*) S
DO I=1,S
  DO J=1,3
    READ(7,*) GPS(I,J)
  ENDDO
ENDDO
DO I=1,S,1
  READ(7,*) VNCALC(I,1)
ENDDO
```

```

C  CALCULO DO VALOR DE SIGMA
C
DO I=1,S
    SIGMA(I)=(1-(VNCALC(I,1))**2)*((0.017453292)**2)
    WRITE(*,*) 'SIGMA(',I,')=',SIGMA(I)
ENDDO
C
C  CALCULO DO VALOR DE F
C
DO I=1,S
    DO K=1,3
        DO J=1,3
            PTGPS(I,K,J)=GPS(I,K)*GPS(I,J)
            Q(I,K,J)=((1./SIGMA(I))*PTGPS(I,K,J))
        ENDDO
    ENDDO
ENDDO
DO I=1,S
    DO J=1,3
        DO K=1,3
            F(K,J)=F(K,J)+Q(I,J,K)
        ENDDO
    ENDDO
ENDDO
C
C  CALCULO DO VALOR DE G
C
DO I=1,S
    DO J=1,3
        VNGPS(I,J)=VNCALC(I,1)*GPS(I,J)
        R(I,J)=((1./SIGMA(I))*VNGPS(I,J))
    ENDDO

```

```

ENDDO
DO I=1,S
  G(1,1)=G(1,1)+R(I,1)
ENDDO
WRITE(*,*) 'G(1,1)=',G(1,1)
DO I=1,S
  G(2,1)=G(2,1)+R(I,2)
ENDDO
WRITE(*,*) 'G(2,1)=',G(2,1)
DO I=1,S
  G(3,1)=G(3,1)+R(I,3)
ENDDO
WRITE(*,*) 'G(3,1)=',G(3,1)
AUX(1,1)=G(1,1)
AUX(2,1)=G(2,1)
AUX(3,1)=G(3,1)
C
C  INVERSAO DE F E SOLUCAO
C
  CALL SINV(F,FINV,OK)
  CALL MULTI(FINV,AUX,SOL)
C
C  NORMALIZACAO DOS VALORES DA SOLUCAO
C
  VNSOL=0
  DO J=1,3
    VNSOL=VNSOL+SOL(J,1)**2
  END DO
  VNSOL=SQRT(VNSOL)
  DO J=1,3
    SAT(J,1)=SOL(J,1)/VNSOL
  END DO

```

C SAIDA DE VALORES PARA NORMALIZAÇÃO

C

DO J=1,3

WRITE(\*,\*) 'SAT('J,',1)='SAT(J,1)

END DO

STOP

END

\*\*\*\*\*

\* SUBROTINA \*

\*\*\*\*\*

SUBROUTINE SINVA(A,B,OK)

IMPLICIT REAL\*8(A-H,O-Z)

DIMENSION A(3,3),B(3,3)

N=3

OK = 1.

TOL = 0.0000001

NX = N-1

NZ = 2\*N

N1 = N+1

DO 44 I=N+1,60

DO 45 J=1,N

A(J,I) = 0

45 CONTINUE

44 CONTINUE

DO 7 I=1,N

II = I+N

7 A(I,II) = 1.

DO 23 L=1,N

LX = L+1

MX = 0

DO 13 I=L,N

IF(ABS(A(I,L))-TOL) 13,13,11

```

11     MX = 1
13     CONTINUE
      IF (MX) 15,37,15
15     DO 19 I=LX,N
          IF(ABS(A(L,L))-ABS(A(I,L))) 17,19,19
17     DO 195 JX=L,NZ
          TEMP = A(L,JX)
          A(L,JX) = A(I,JX)
195    A(I,JX) = TEMP
19     CONTINUE
          PIV = A(L,L)
          DO 21 JX=L,NZ
21     A(L,JX) = A(L,JX)/PIV
          DO 23 K=1,N
              I = K
              IF(I-L) 190,18,190
18     I = I+1
              IF(I-N) 190,190,23
190    M=0
          DIVA = A(I,L)
          DO 210 J=L,NZ
              A(I,J) = A(I,J)-A(L,J)*DIVA
              IF(I-L) 20,20,189
189    IF (J-N) 191,191,210
191    IF(ABS(A(I,J))-TOL) 210,210,20
20     M=1
210    CONTINUE
          IF(M) 23,37,23
23     CONTINUE
          DO 500 I=1,N
              DO 501 J=1,N
                  B(I,J) = A(I,J+N)

```

```
501  CONTINUE
500  CONTINUE
     GOTO 502
37   CONTINUE
     OK = 0
502  RETURN
     END
```

## CAPÍTULO 8 - RESULTADOS

Neste capítulo vamos realizar algumas simulações com os programas desenvolvidos neste trabalho.

A tabela 8.1 mostra os principais valores numéricos obtidos. Na primeira coluna temos o número de satélite GPS utilizados para a determinação da atitude do satélite alvo. Vários números foram tentados: 3, 4, 5, 9, 10, 18, 19, 23 e 24. Na segunda coluna temos a atitude do satélite, que é a direção do eixo de SPIN dada pelas coordenadas X, Y, Z do versor dessa direção. Na terceira coluna temos a direção desse mesmo versor SPIN conforme estimado pelo método implementado. Finalmente, na quarta coluna temos o erro, que é a diferença entre os valores reais e estimados. No mais, a própria tabela é autoexplicativa.

TABELA 8.1 - Resultados das Simulações Desenvolvidas

Nº DE SATÉLITE GPS UTILIZADO	DIREÇÃO REAL DO VETOR DE SPIN	DIREÇÃO ESTIMADA DO VETOR DE SPIN	ERRO
<b>3GPS</b>			
X	0.12737352464926	0.12451971737939	0.002853807
Y	0.80850514707378	0.80606204544199	0.002443102
Z	-0.5745393044636	-0.5785834588731	0.004044154
<b>4 GPS</b>			
X	-0.39194912564295	-0.3917821655893	0.000166960
Y	0.67332876495080	0.6699600863255	0.003368678
Z	0.62690051618861	0.6306030585533	0.003702542
<b>5 GPS</b>			
X	0.90127304926141	0.90649955545425	0.005226506
Y	0.34902527469551	0.32263530021084	0.026389974
Z	0.25668706297502	0.27233255225752	0.01564549
<b>9 GPS</b>			
X	-0.64474835947202	-0.6536224826220	0.008874123
Y	0.40192157937840	0.40443150039526	0.002509921
Z	0.65019889033133	0.63969743762114	0.010501453

10 GPS			
X	0.01164357633042	0.0035036586353	0.008139918
Y	-0.5173142909810	-0.5189860815163	0.001671791
Z	0.85571627977796	0.85477550945756	0.000940770
18 GPS			
X	0.67367470239689	0.67481484981741	0.001140147
Y	0.49044635866625	0.49478327727287	0.004336919
Z	-0.55283339680365	-0.5475531271000	0.005280269
19 GPS			
X	-0.7476135293253	-0.7500130588825	0.002399529
Y	0.01379732316518	0.01293338197738	0.000863942
Z	-0.6639906962022	-0.6612965591444	0.002694137
23 GPS			
X	0.47178979562561	0.4712251394274	0.000564656
Y	-0.5576746848378	-0.5610225756048	0.003347891
Z	0.68294460583162	0.6805883760638	0.002356229
24 GPS			
X	-0.0724136711259	-0.074766130874	0.0023352459
Y	0.88866277434956	0.8895450031184	0.0008822290
Z	0.45278717245827	0.4506880441070	0.0020991280

## CAPÍTULO 9 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Os resultados mostrados no capítulo anterior podem ser considerados bastantes satisfatórios para uma determinação preliminar de atitude. Os erros obtidos são da mesma ordem de grandeza do erro introduzido nas medidas, o que faz com que não seja necessário a implementação de métodos mais precisos.

Em vista disso, podemos considerar o objetivo desse trabalho como tendo sido atingido. Os principais básicos de mecânica orbital foram estudados e resumidos. O problema de determinação de atitude foi estudado, a literatura pesquisada, e uma solução foi encontrada. A seguir, essa solução foi implementada, dois softwares foram construídos e diversas simulações atestaram a validade do método e dos softwares desenvolvidos.

Mesmo assim, uma solução mais precisa pode ser encontrada, e esse método será detalhado a seguir. Essa solução pode ser implementada no futuro, caso uma maior precisão seja necessária.

### Estimativa de Máxima Semelhança

Para obter a estimativa de máxima semelhança com vínculo nós escrevemos o vetor de SPIN como uma função de dois ângulos esféricos:

$$\hat{n}(\theta_1, \theta_2) = \begin{bmatrix} \sin \theta_1 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_1 \sin \theta_2 \\ \cos \theta_1 \end{bmatrix} \quad (9.1)$$

e definimos a função de custo dos ângulos esféricos na maneira usual:

$$J(\theta) = J(\hat{n}(\theta)) , \quad (9.2)$$

com  $\theta = [\theta_1, \theta_2]^T$

Se  $\theta^{(i)}$  é a  $i$ -ésima aproximação para  $\theta^*$ , então dentro de uma vizinhança suficientemente pequena de  $\theta^{(i)}$ , encontramos o mínimo desta expressão truncada até segunda ordem que gera a próxima aproximação,  $\theta^{(i+1)}$  que é a solução de

$$\frac{\partial J}{\partial \theta}(\theta^{(i)}) + \frac{\partial^2 J}{\partial \theta \partial \theta^T}(\theta^{(i)}) (\theta^{(i+1)} - \theta^{(i)}) = 0 \quad (9.3)$$

Então,

$$\theta^{(i+1)} = \theta^{(i)} - \left[ \frac{\partial^2 J}{\partial \theta \partial \theta^T}(\theta^{(i)}) \right]^{-1} \frac{\partial J}{\partial \theta}(\theta^{(i)}), \quad (9.4)$$

A equação (9.3) convergirá quando  $(\partial J / \partial \theta)$  é levado a zero. Esta condição não é afetada por pequenas alterações em  $(\partial^2 J / \partial \theta \partial \theta^T)$ . Então, nós podemos escrever no lugar da equação (9.4):

$$\theta^{(i+1)} = \theta^{(i)} + \left[ M(\theta^{(i)}) F M^T(\theta^{(i)}) \right]^{-1} M(\theta^{(i)}) (G - F \hat{n}(\theta^{(i)})) \quad (9.5)$$

com

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & \cos \theta_2 & \cos \theta_1 \sin \theta_2 & -\sin \theta_1 \\ -\sin \theta_1 & \sin \theta_2 & \sin \theta_1 \cos \theta_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (9.6)$$

Com esses resultados pode-se obter uma estimativa mais precisa do vetor de SPIN.

## **BIBLIOGRAFIA**

1. Silva, W.C.C., “Movimento Orbital” - DMC / INPE - apostila a ser publicada;
2. Prado, A.F.B.A., “Análise e Planejamento de Missões” - DMC / INPE - apostila a ser publicada;
3. Rao, K.R., “Determinação de Órbita e Manobras Orbitais” - DMC / INPE - apostila a ser publicada;
4. Shuster, M.D., “Uma Simples Estimativa para Atitude do Eixo de Spin” - a ser publicado no IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems.