

INVESTIGAÇÕES SOLARES DO RADIÔMETRO DE FREQUÊNCIA VARIÁVEL
(18 - 23 GHz)

Vinicius Franco Araújo
Aluno da UNITAU - Bolsa PIBIC/CNPq
Orientador: Dr. Hanumant Shankar Sawant
Pesquisador, DAS, INPE

Participamos de Campanhas Internacionais de Observações Solares utilizando o Radiômetro de Frequência Variável (RFV) que opera no Radio Observatório do Itapetinga (ROI) em Atibaia, dentro da faixa de frequências de 18 - 23 GHz, com resolução espectral de 1 GHz e temporal de (0,6 - 96 s). O RFV já registrou, desde 1988, cerca de 60 grupos de explosões solares, e também o espectro de regiões ativas solares dentro dessa faixa de frequências. Efetuamos (i) o tratamento de dados de duas regiões ativas solares que apresentaram espectro plano, dentro desta faixa de frequências e (ii) estimativa do número de elétrons emissores e campo magnético para as explosões solares em microondas.

i) Adequamos softwares existentes para efetuar o tratamento dos dados de duas regiões ativas solares. Efetuamos o cálculo do espectro para essas duas regiões ativas, dentro da faixa de frequências de 18 - 23 GHz e mostramos que é devido à contribuição de bremsstrahlung da emissão solar proveniente de um local da região ativa, com campo magnético fraco ou desprezível.

ii) A partir do espectro obtido em microondas para as explosões solares observadas construímos a evolução temporal do índice espectral para a parte opticamente fina ($f > f_{\text{pico}}$) do espectro e apresentamos seu comportamento temporal típico, mole-duro-mole. Sabendo a densidade de fluxo, o índice espectral α e assumindo emissão não térmica, obtivemos uma estimativa do número total de elétrons emissores e campo magnético na fonte em microondas, respectivamente: $N_T \sim 10^{33} - 10^{34}$ e $B \sim 500$ G.

Estes resultados estão possibilitando a determinação da natureza do processo de energização dos elétrons emissores e a determinação dos parâmetros físicos (N_e , T_{eff} e B) para as fontes emissoras de explosões solares e regiões ativas em microondas para permitir a construção de um modelo para estas fontes.

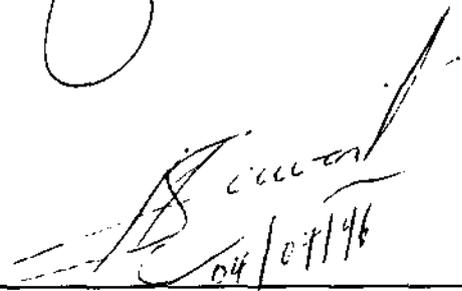
**PROGRAMA INSTITUCIONAL DE BOLSAS DE INICIAÇÃO
CIENTIFICA - PIBIC/CNPq - INPE**

TÍTULO DO PROJETO:

Tratamento de dados de Fenômenos Solares observados através do Espectrografo Digital Decimetrico de Alta Resolução (EDDAR) e do Radiômetro de Frequência Variável (RFV).

**RELATÓRIO FINAL DE INICIAÇÃO CIENTIFICA
JULHO/1995 A JULHO/1996**


BOLSISTA-PIBIC: VINÍCIUS FRANCO ARAÚJO


ORIENTADOR: DR. HANUMANT SHANKAR SAWANT

ÍNDICE

ASSUNTO	PAG
1 - INTRODUÇÃO.....	..3
2 - PARTICIPAÇÃO EM CAMPANHAS INTERNACIONAIS DE OBSERVAÇÕES SOLARES.....	..3
2.1 - Metodologia Observacional.....	.. 4
3 - REGIÕES ATIVAS SOLARES.....	.. 4
3.1 - Metodologia para tratamento de Dados de Regiões Ativas Solares.....	.. 5
3.2 - Resultados obtidos.....	.. 8
4 - EXPLOSÕES SOLARES.....	..10
4.1 - Tratamento de Dados de Explosões Solares.....	..11
4.2 - Resultados obtidos.....	..13
5 - TRATAMENTO DE DADOS DE EXPLOSÕES SOLARES OBSERVADAS ATRAVÉS DO EDDAR.....	..14
6 - CONCLUSÃO.....	..15
7 - REFERÊNCIAS.....	..15

1 - INTRODUÇÃO

Este é o relatório final do bolsista de iniciação científica Vinícius Franco Araújo, para o período de julho de 1995 a julho de 1996, cujas atividades foram desenvolvidas junto à linha de pesquisa de Física do Meio Interplanetário (FMI) da Divisão de Astrofísica do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), em São José dos Campos.

O bolsista participou de campanhas internacionais de observações solares utilizando o Radiômetro de Frequência Variável (RFV). O RFV opera no Rádio Observatório do Itapetinga em Atibaia e é o único instrumento em operação no mundo na faixa de frequências de 18 - 23 GHz com altas resoluções temporal e espectral. Através desta instrumentação observamos (i) Regiões Ativas e (ii) Explosões Solares.

I - Regiões Ativas Solares ocorrem associadas à manchas solares e são caracterizadas por valores elevados de densidade de elétrons, temperatura e campo magnético em relação ao meio circundante. Os dados de Regiões Ativas que observamos através do RFV mostraram que a emissão para a maioria dessas Regiões Ativas investigadas apresentam um espectro de fluxo praticamente plano, dentro da faixa 18 - 23 GHz (Sawant et al, 1994), resultado este que já havia sido obtido por outros autores (Efanov et al, 1972) com resolução espectral pobre. Contudo, para duas regiões ativas observadas nessa faixa de frequências foram registradas estruturas finas sobrepostas ao espectro plano apresentando largura de banda de 2 - 3 GHz, centrada em 20 GHz com fluxo variando até aproximadamente 100% o valor do fluxo da região ativa subtraindo o fluxo do sol calmo, e duração de 40 - 90 minutos. Apresentamos a metodologia utilizada para fazer estimativas do espectro teórico, assumindo modelos para $N(h)$ e $T(h)$, para explicar as estruturas finas observadas.

II - Explosões Solares ocorrem nas regiões Ativas e são fenômenos que liberam grande quantidade de energia (10^{26} - 10^{31} erg) numa ampla banda do espectro desde ondas de rádio até raios-X e Raios- γ . Efetuamos o tratamento dos dados das explosões observadas pelo RFV. Isso possibilitará a análise e interpretação dos dados da investigação espectral de explosões associadas à fase impulsiva com o intuito de efetuar a modelagem das fontes emissoras em microondas, em termos de seus parâmetros físicos, e determinação da natureza do processo de liberação de energia para os elétrons emissores.

O bolsista realizou ainda tratamento de dados de Explosões Solares observadas através do Espectrografo Digital Decimétrico de Alta Resolução (EDDAR). O EDDAR opera no laboratório de física solar do INPE em São José dos Campos na faixa de frequências de 200 - 2500 MHz.

2 - PARTICIPAÇÃO EM CAMPANHAS INTERNACIONAIS DE OBSERVAÇÕES SOLARES

O bolsista participou da campanha internacional de observações solares de dezembro de 1995 utilizando o RFV - Radiômetro de Frequência Variável. O RFV opera conjuntamente com uma antena de 13,7 metros de diâmetro com um feixe de 4' de arco no Rádio Observatório do Itapetinga (ROI) em Atibaia, e observa na faixa de frequências de 18 - 23 GHz, com altas resoluções temporal de 0,6 a 1,2 segundos e em frequência de 1 GHz e alta sensibilidade. A figura 1 mostra o diagrama de blocos do RFV (Sawant e Cecatto, 1994).

RADIOMETRO DE FREQUENCIA VARIAVEL (18-23 GHz)

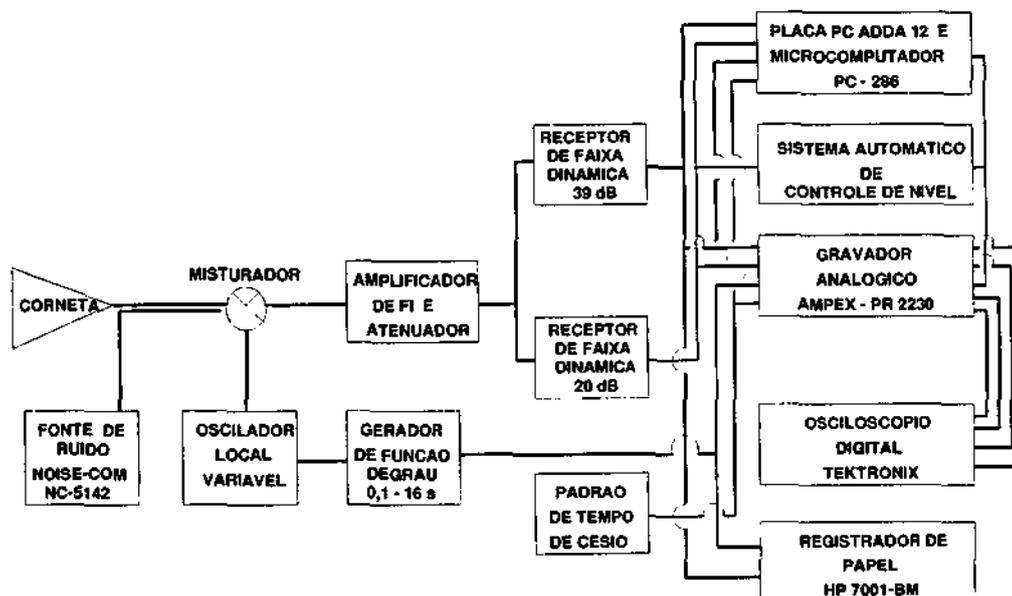


FIGURA 1: Diagrama de blocos do RFV.

2.1 - METODOLOGIA OBSERVACIONAL

No foco da antena encontra-se uma corneta operando com polarização linear horizontal na banda de 18 a 23 GHz, o sinal que entra por esta corneta percorre um guia de onda e é injetado no misturador em composição com o sinal do oscilador local. O sinal que sai do oscilador local é controlado pelo gerador de função que determina a resolução temporal. Na saída do misturador obtemos o sinal de frequência Intermediária (FI), cuja largura de banda é 500 MHz, este sinal passa por um detector quadrático e em seguida por atenuadores sendo injetado em 2 radiômetros, cujas faixas dinâmicas são de 20 e 39 dB. Após a amplificação o sinal entra num microcomputador PC-286 e é gravado de forma analógica em fitas magnéticas em 3 canais de um gravador ampeX e armazenados.

3 - REGIÕES ATIVAS SOLARES

Regiões Ativas ocorrem desde a fotosfera (camada do Sol também conhecida como superfície solar) até alturas de 10^4 Km, podendo chegar até a Coroa Solar. Na figura 2 temos um modelo simplificado de Região ativa mostrando as dependências de temperatura que aumenta com altura na atmosfera solar e densidade que cresce na direção contrária, temos também a temperatura e densidade para o interior da Região Ativa possuindo valores maiores do que no meio circundante.

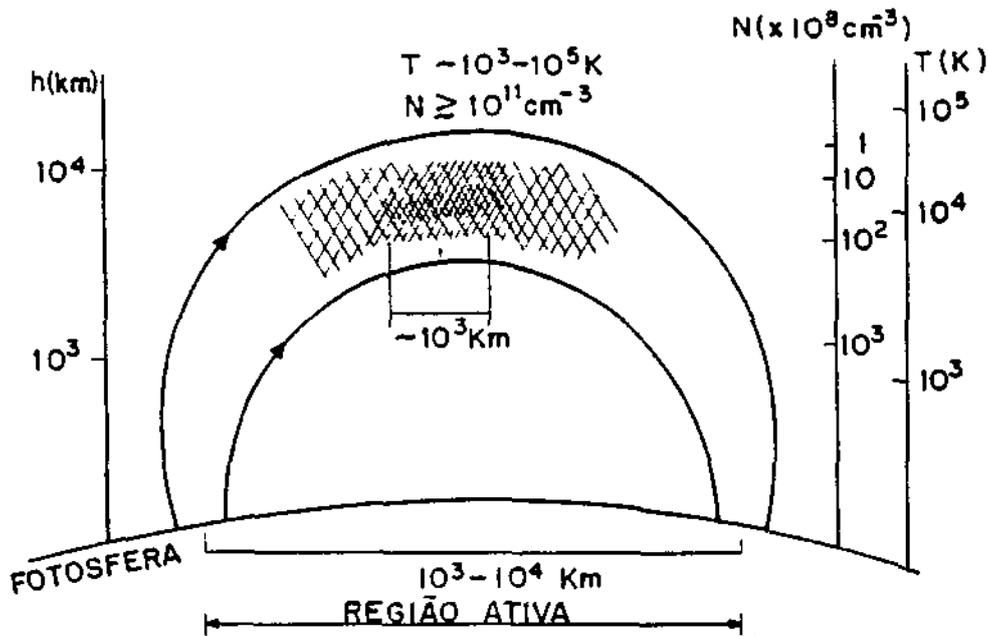


FIGURA 2: Modelo simplificado de região ativa solar, mostrando as dependências da densidade e temperatura ambientes com a altura e os parâmetros físicos da região ativa (a figura não está em escala).

Mostramos que o espectro da “componente-S”, proveniente da maioria das regiões ativas solares, é praticamente plano, o que implica que seja devido a bremsstrahlung térmico em regiões com campo magnético relativamente fraco (considerado como aproximação preliminar), quase independentemente dos modelos assumidos de distribuição de temperatura e densidade com a altura. Observamos que duas regiões ativas apresentaram estruturas finas espectrais sobrepostas a seu espectro, por cerca de 40 - 90 min, distanciando-se do espectro plano devido a bremsstrahlung térmico, durante suas observações com duração da tomada de espectros das regiões ativas de 2 - 5 hs. Sabemos que o campo magnético de regiões ativas possui uma determinada distribuição com a altura na atmosfera solar, comumente uma distribuição em termos de dipolo magnético. Conseqüentemente, nossa primeira aproximação mostra que os espectros dessas duas regiões ativas é composto de uma combinação da componente térmica descrita anteriormente (que apresenta espectro plano) com uma componente devido a uma distribuição de campo magnético com a altura, com o predomínio desta última. Efetuamos a modelagem dessa componente térmica, como primeira aproximação, e iremos modelar a região ativa emissora em termos de distribuições mais precisas para seus parâmetros físicos (T e B) para explicar as estruturas finas espectrais observadas.

3.1 - METODOLOGIA PARA TRATAMENTO DE DADOS DE REGIÕES ATIVAS

Inicialmente tomamos os modelos de distribuição de temperatura e densidade com altura de VAL, para a atmosfera solar acima de uma região ativa, e outro modelo de distribuição de densidade com altura dado por: (Zheleznyakov, 1970)

$$N(h) = \exp^{5.8 \cdot 10^{-8} \cdot h^2 - 1.28 \cdot 10^{-3} \cdot h + 27.24} \text{ cm}^{-3} \quad (1)$$

onde h é a altura acima da fotosfera em Km.

A partir destes modelos foi efetuada uma estimativa do espectro, em comprimentos de ondas de rádio na banda de microondas, dentro da faixa 18 - 23 GHz, devido à contribuição de bremsstrahlung para modelagem da emissão solar proveniente de uma região ativa, com campo magnético fraco ou desprezível (o que significa que a emissão ciclotron é desprezível relativamente à contribuição dominante de bremsstrahlung). O espectro é dado pela expressão:

$$S \propto \frac{T_{eff} \cdot f^2 \cdot \Omega_F}{c^2} \quad (2)$$

onde:

f = frequência;

Ω_F = ângulo sólido da fonte e;

c = velocidade da luz no vácuo $\cong 3 \cdot 10^{10}$ cm/s;

T_{eff} = temperatura de brilho para a frequência f dada por:

$$T_{eff} = \int_{h_{min}}^H T(h) \cdot e^{-\tau(h)} \cdot \mu(h) \cdot dh \quad (3)$$

onde:

h_{min} = ponto a partir do qual o meio se torna opaco;

H = ponto de escape da atmosfera solar que é igual $\sim 10^9$ cm;

$T(h)$ = modelo de temperatura assumido (VAL);

$\tau(h)$ = profundidade óptica e $\mu(h)$ = coeficiente de absorção do meio dados por:

$$\tau(h) = \int_{h_{min}}^H \mu(h) \cdot dh \quad (4)$$

$$\mu(h) \propto v_{eff} \cdot N(h) \cdot f^{-2} \cdot n^{-1} \quad (5)$$

para as duas expressões acima temos:

$N(h)$ = modelo de densidade assumido (N daqui em diante).

e = carga do elétron igual a $4,8 \times 10^{-10}$ (CGS);

m = massa do elétron igual a 9×10^{-28} (CGS);

n = índice de refração do meio para a frequência f ($n \sim 1$, aproximação válida para as condições da atmosfera solar em que estamos calculando) e v_{eff} = frequência efetiva de colisão do elétron no meio dada por:

$$v_{eff} \propto \frac{N}{T^{3/2}} \quad (6)$$

portanto, teremos que $\mu(h)$ será dado por:

$$\mu \propto f^{-2} \frac{N^2}{T^{3/2}} \quad (7)$$

Desta maneira foi possível encontrar o valor de h_{min} em (4) tomado desde $\tau = 10^2$ (ponto de reflexão do meio para ondas de frequência $\leq f$) até $\tau = 10^{-2}$ (ponto a partir do qual a contribuição do meio para a emissão na frequência “ f ” torna-se desprezível).

Tomados o modelo de distribuição de temperatura de VAL e ambos os modelos de densidade efetuamos o calculo do espectro utilizando as expressões dadas acima.

Para efetuar os cálculos foi utilizado um programa de cálculo para o ambiente Windows. Na figura 3 temos um fluxograma que mostra de maneira simplificada a forma utilizada para a entrada de dados no programa.

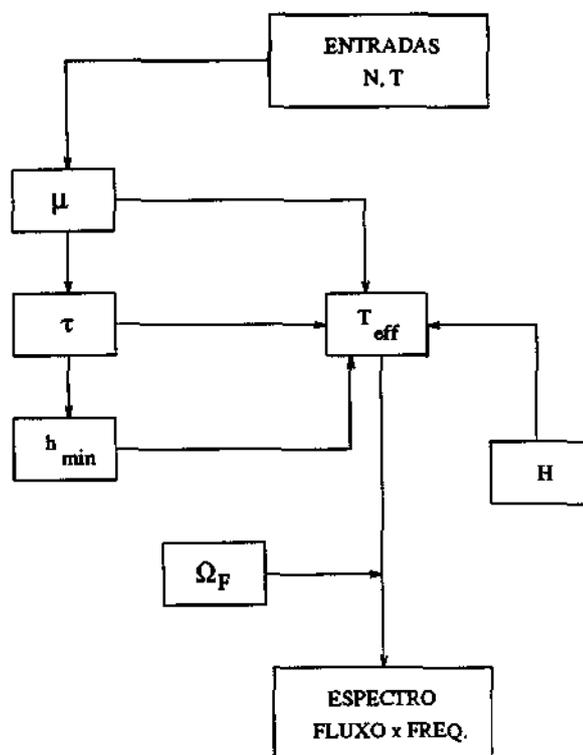


FIGURA 3: Fluxograma mostrando entrada de dados no programa utilizado para os cálculos.

Na seção seguinte encontram-se os resultados obtidos para estes cálculos preliminares.

3.2 - RESULTADOS OBTIDOS

Na figura 4 encontram-se os modelos de temperatura e densidade de VAL e o modelo de densidade dado na equação 1.

Os modelos de VAL apresentam um comportamento mais preciso para N e T com a altura na atmosfera solar enquanto que o outro modelo para N apresenta um comportamento médio com h na cromosfera e baixa coroa.

A partir desses modelos calculamos o espectro de fluxo dentro da faixa de frequências das observações assumindo que a emissão era dominada por uma contribuição puramente térmica ($B \sim 0$). As estimativas foram efetuadas de acordo com as expressões 2 - 7.

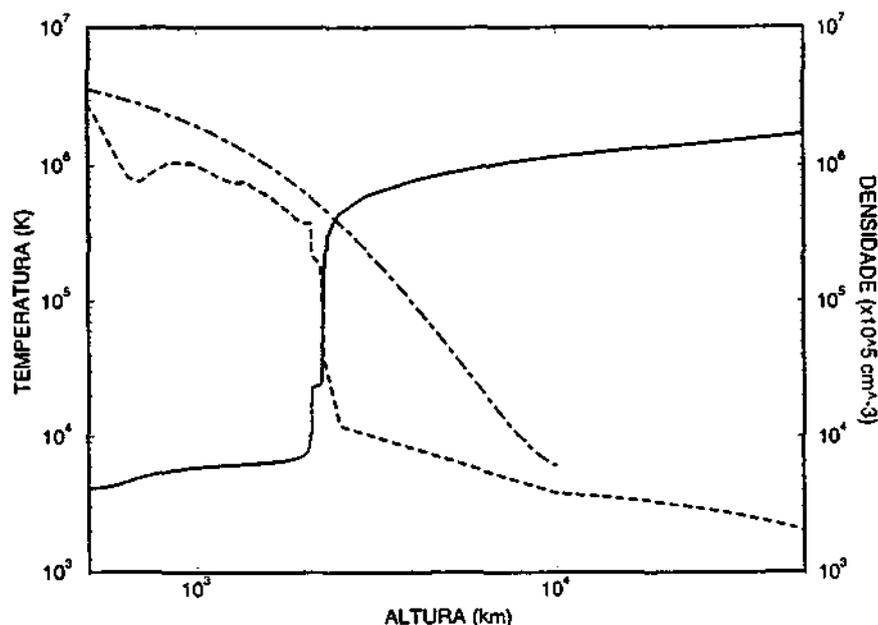


FIGURA 4: Gráfico de temperatura e densidade versus a altura. As linhas contínua e tracejada representam, respectivamente, os modelos de temperatura e densidade de VAL, enquanto a linha traço ponto representa o modelo dado por Zheleznyakov (1970) para a densidade.

O ponto de reflexão ($h_{\min} \sim 600 \text{ Km}$) foi obtido para $\tau \sim 10^2$ a partir do qual as ondas de frequências $\leq f$ não podem se propagar no meio. Já o ponto H (de escape da

coroa) foi assumido $\sim 10^9$ cm bem acima do ponto onde a contribuição do meio torna-se desprezível com $\tau < \sim 10^{-2}$ como pode ser visto na figura 5, considerando-se os modelos de VAL para N e T. Um cálculo utilizando o outro modelo de densidade produziu resultados muito semelhantes e não será tratado neste relatório.

Entretanto esta aproximação preliminar não é capaz de explicar as estruturas finas que foram observadas sobrepostas ao espectro da “componente-S” de duas regiões ativas solares.

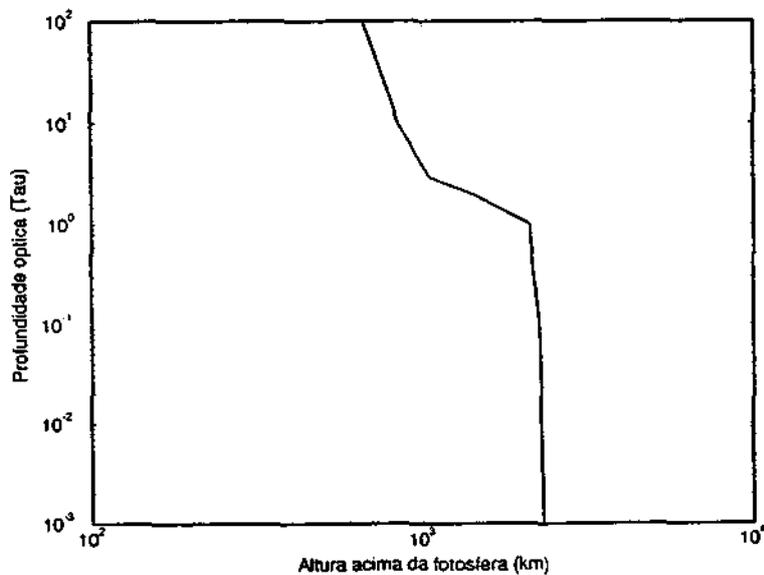


FIGURA 5: Gráfico da profundidade óptica do meio versus altura acima da fotosfera.

O espectro obtido para essas estimativas está exibido na figura 6. Podemos ver que o espectro é praticamente plano e devido unicamente à contribuição térmica de bremsstrahlung da região emissora, como foi observado para o espectro da região ativa RA 5025 (22/05/88) e por outros autores. Entretanto, as estruturas observadas para outras duas regiões ativas, claramente não podem ser explicadas em termos deste mecanismo somente, e uma outra aproximação deve ser utilizada considerando um modelo para a região ativa em termos de uma distribuição mais precisa de um campo magnético mais significativo.

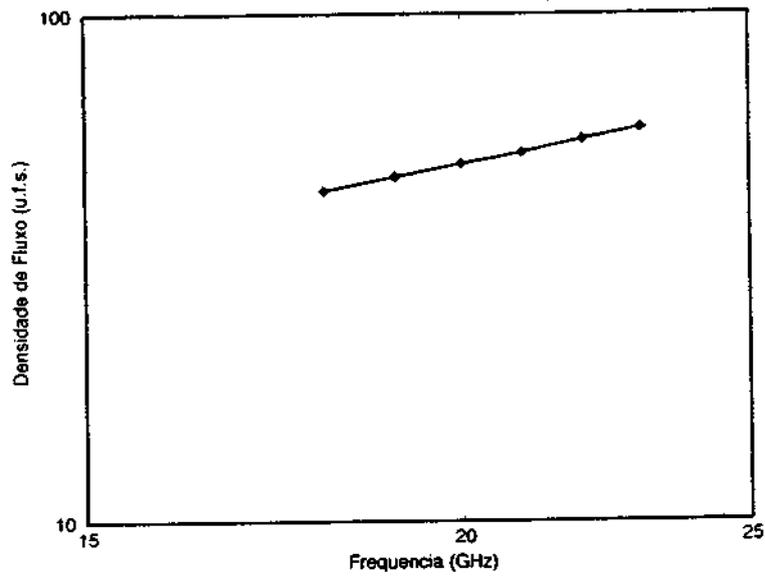


FIGURA 6: Espectro estimado para a “componente-S” da emissão de regiões ativas solares. Numa primeira aproximação ($B \sim 0$) podemos verificar que o espectro em escala logarítmica para a Região Ativa AR 5569 (29/06/89), é praticamente plano, devido a bremsstrahlung térmico.

4 - EXPLOSÕES SOLARES

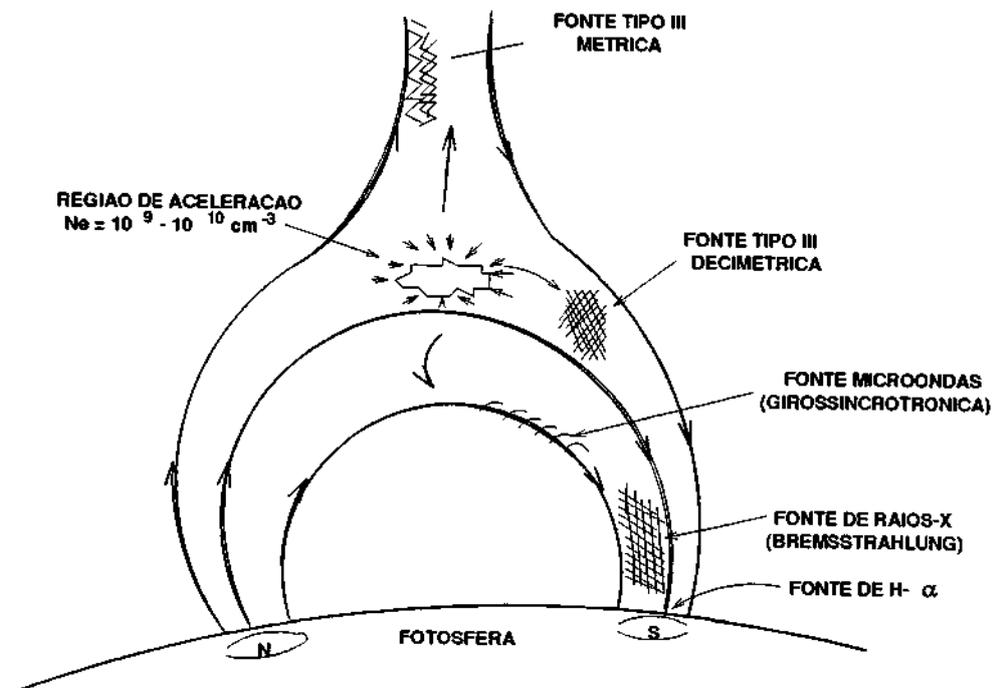


FIGURA 7: Fontes emissoras para as explosões solares.

Explosões Solares ocorrem associadas a Regiões Ativas já mostradas anteriormente. Na figura 7 temos um modelo simplificado das fontes emissoras para as explosões solares em diversos comprimentos de ondas.

Na região de aceleração ocorre aniquilação de campo magnético, este fenômeno produz um campo elétrico que energiza as partículas. Parte dos elétrons energizados geram explosões Tipo III decimétricas nas proximidades da região de aceleração, enquanto que os elétrons que se precipitam e são aprisionados no topo das arcadas espiralando em torno das linhas de campo produzem ondas de rádio na faixa de microondas, a essa emissão damos o nome de emissão girossincrotrônica e é ela que observamos através do RFV.

4.1 - TRATAMENTO DE DADOS DE EXPLOSÕES SOLARES

Os dados referentes às explosões que foram gravados no gravador AMPEX e armazenados em fitas magnéticas são digitalizados através de uma placa digitalizadora existente no microcomputador da sala de controle. A partir daí é feita a calibração e obtemos assim a evolução temporal da explosão, os dados de voltagem são transformados em unidade de fluxo solar. Na figura 8 podemos ver a explosão observada pelo RFV no dia 14/06/89 no formato de perfil temporal

De posse do perfil temporal da explosão podemos classificar a explosão, calcular o índice espectral α e construir a evolução temporal de α .

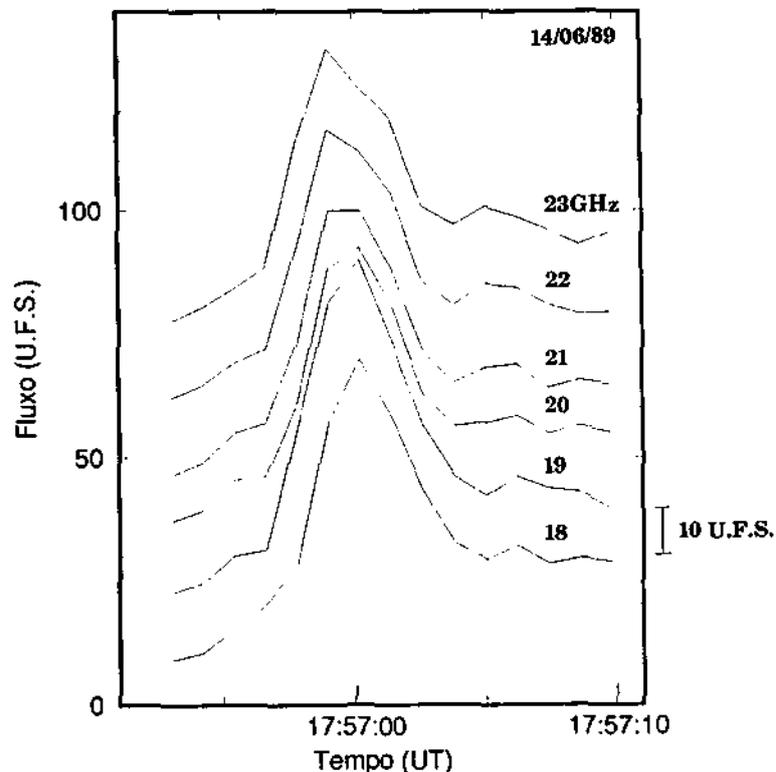


FIGURA 8: Perfil temporal da explosão observada pelo RFV no dia 14/06/89 com pico aproximadamente às 17:57:00 UT.

Inicialmente foram classificadas ~ 20 explosões dentre um conjunto de ~ 67 grupos de explosões em microondas principalmente em dois tipos:

- Explosões Simples:** mostrando um único pico com duração total ≤ 1 min, sem a presença de estrutura fina espectral e/ou temporal.
- Explosões Complexas:** Aquelas que mostravam dois ou mais picos ou estruturas finas espectrais e/ou temporais.

Em seguida foi calculado o índice espectral α para todos os instantes da explosão durante a fase impulsiva. O índice espectral é o coeficiente angular da reta de melhor ajuste da curva fluxo x frequência. Os dados foram lançados numa planilha de calculo eletrônica, e logo após foi feito o cálculo do índice Espectral utilizando o método dos mínimos quadrados que está descrito na referencia Bevington (1969), na figura 9 temos o espectro para o instante de pico para a explosão solar observada no dia 14/06/89. A partir daí pudemos então construir a evolução temporal do índice espectral α tomado durante toda a fase impulsiva.

Na figura 10 mostramos a evolução temporal do índice espectral para a fase impulsiva da explosão do dia 14/06/89. Analisamos o índice espectral α e a evolução temporal em α que mostrou para a maioria das explosões simples observadas através do RFV um comportamento temporal típico, mole-duro-mole, do índice espectral para a parte opticamente fina do espectro.

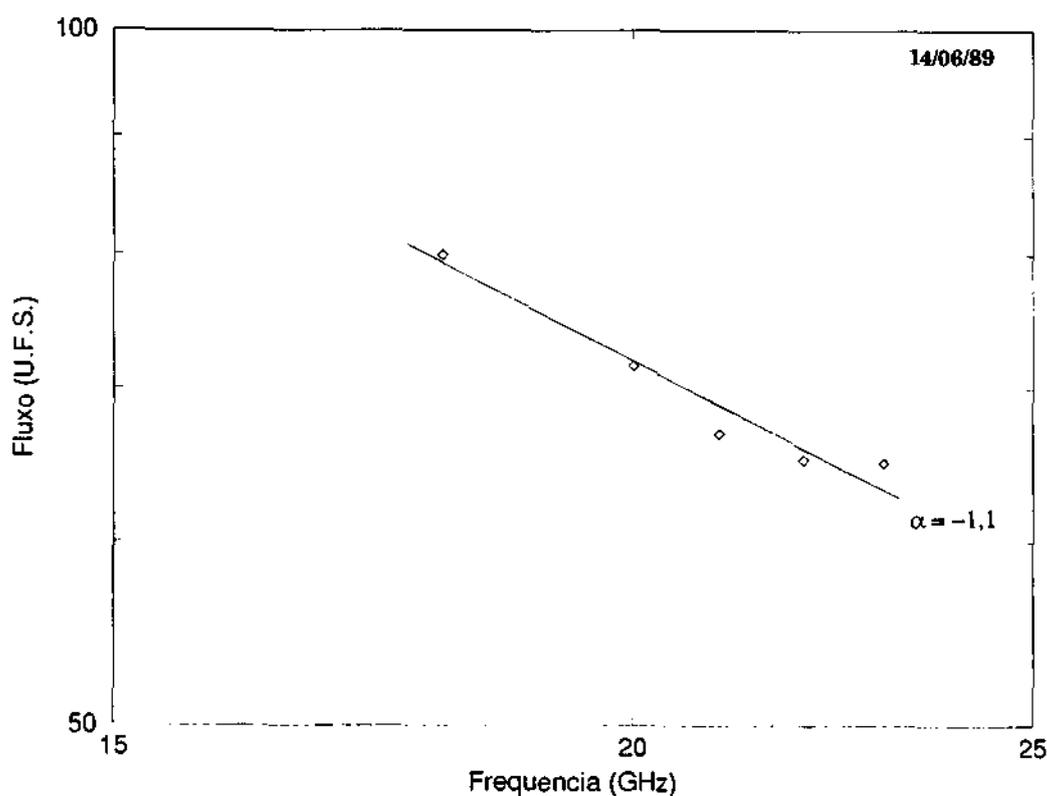


FIGURA 9: Espectro no instante de pico para a explosão observada pelo RFV no dia 14/06/89.

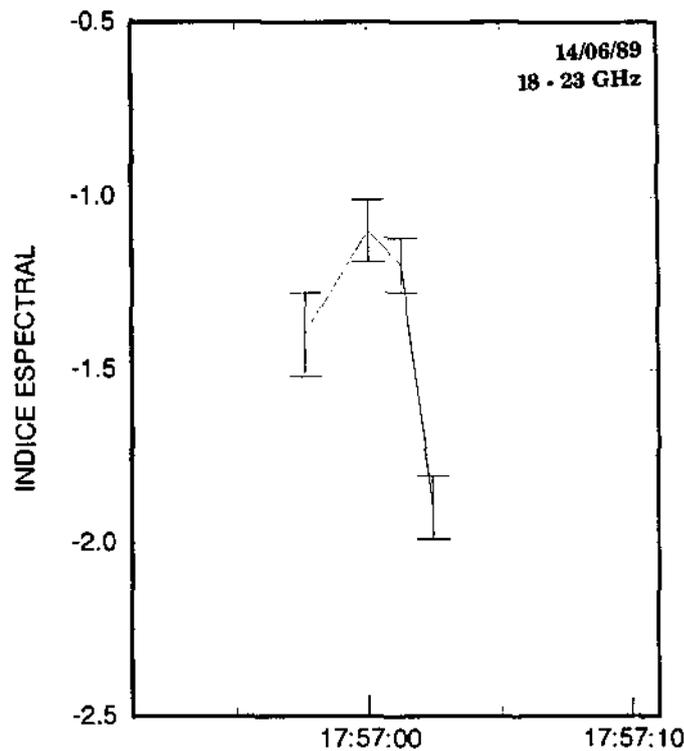


FIGURA 10: Evolução temporal do índice espectral para a fase impulsiva da explosão solar observada pelo RFV no dia 14/06/89 com pico às ~ 17:57:00 UT.

Outro parâmetro importante é a frequência de pico do espectro de fluxo, isto porque, a partir de sua determinação e do conhecimento do índice espectral na parte opticamente fina do espectro podemos efetuar uma estimativa do campo magnético na fonte emissora. A frequência de pico é determinada através do espectro obtido pelo RFV em conjunto com dados de outros observatórios e corresponde à frequência na qual o fluxo medido é F_{pico} .

4.2 - RESULTADOS OBTIDOS

Assumindo:

- i) A fonte é homogênea;
- ii) os elétrons emissores possuem uma distribuição de lei de potência em energia;
- iii) a emissão é de natureza não-térmica, girossincrotrônica.

E utilizando as expressões simplificadas para girossincrotron não-térmico de Dulk (1985) obtivemos os seguintes resultados (Cecatto, 1996) para os parâmetros físicos de fontes emissoras em microondas durante a fase impulsiva:

- a) $150 \leq B \leq 800$ G;
- b) $10^9 \leq N \leq 10^{10}$ cm^{-3} ;
- c) $100 \leq T_{eff} \leq 300$ keV.

A evolução temporal de α para cada uma das estruturas das explosões observadas em conjunto com o valor médio do tempo de subida de 4 s para explosões simples sugere um mecanismo impulsivo para a aceleração dos elétrons emissores na fonte de microondas.

5 - TRATAMENTO DE DADOS DE EXPLOSÕES SOLARES OBSERVADAS ATRAVÉS DO EDDAR

O Espectrografo Digital Decimétrico de Alta Resolução (EDDAR) opera com uma antena de 9 metros de diâmetro no Laboratório de Física Solar do INPE em São José dos Campos na faixa de frequências de 200 - 2500 MHz, com resoluções temporal variável de 10 ms. a 1 segundo e em frequência de 3 MHz, e faixa de banda de frequência de observações também variável, dentro da faixa de frequências citada acima, por exemplo podemos observar numa faixa de 1000 - 2000 MHz.

Foram observados cerca de 330 grupos de explosões solares pelo EDDAR, que foram classificadas da seguinte maneira:

- **TIPO III** - com tempo total < 1 segundo e mostrando deriva de frequência.
- **Microondas** - com tempo total > 1 segundo e não mostra deriva em frequência.

A classificação destas explosões foi feita em termos da existência de deriva com o tempo, para diferenciá-las das explosões em microondas nesta faixa de frequências. Isto porque, as explosões em microondas não exibem deriva em frequência com o tempo ao passo que as explosões tipo III exibem deriva em frequência com o tempo, como é explicado na figura 11.

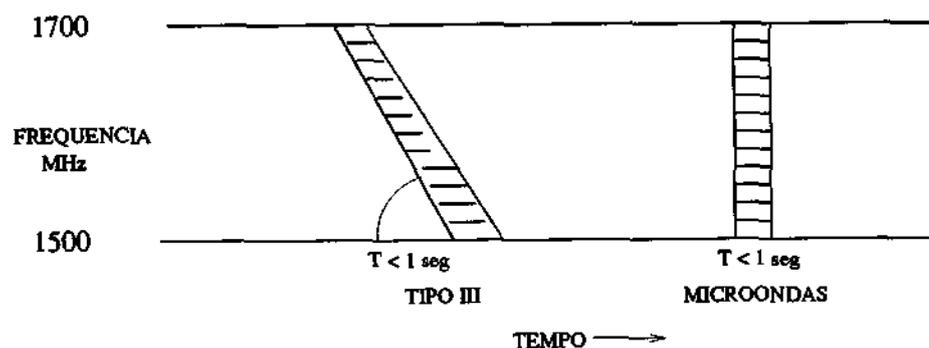


FIGURA 11: Esquema do espectro dinâmico das explosões observadas na faixa de frequências $1,6 \pm 0,1$ GHz. Na parte esquerda da figura podemos ver claramente a deriva em frequência para uma explosão solar tipo III enquanto que na parte direita temos um exemplo de explosões em microondas apresentando um espectro contínuo, ou seja, a emissão em todas as frequências ocorrem ao mesmo tempo.

6 - CONCLUSÃO

- a) As investigações de **regiões ativas solares observadas através do RFV** contribuíram para um melhor conhecimento do espectro e evolução temporal das regiões ativas para a identificação do mecanismo de emissão.
- b) As investigações espectrais de **explosões solares em microondas observadas através do RFV** contribuíram para os seguintes itens:
- Um melhor conhecimento do índice espectral opticamente fino (α) do espectro em microondas - cujo valor medido com alta resolução espectral foi ~ 2 unidades maior do que aquele obtido com baixa resolução - e conseqüentemente do índice espectral da distribuição em energia dos elétrons emissores (δ), bem como das respectivas evoluções temporais.
 - A partir do tempo de subida e da evolução temporal de α para explosões simples, a identificação do processo de aceleração e injeção dos elétrons na fonte.
 - A partir das medidas para θ , α , F_{pico} e assumindo um mecanismo de emissão girossíncrotron não-térmico, estimativas para os parâmetros físicos da fonte: B , T_{eff} e N_e .
 - A partir das estimativas de δ , B e das medidas para θ e F_{pico} , estimativas de N_T e E_T dos elétrons emissores para cada pico das explosões.
 - Para fazer uma modelagem da fonte emissora em microondas estão sendo utilizadas estas estimativas.

7 - REFERÊNCIAS

- 1) Bevington, P.R., Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences, EUA, McGraw-Hil, Inc., p 119, 1969.
- 2) Cecatto, J. R.; Tese de doutorado do INPE de 24 de junho de 1996.
- 3) Dulk, G.A., Ann. Rev. Astron. & Astropys. 23:169, 1985.
- 4) Efanov, V. A.; Kislyakov, A. G.; Moiseev, I. G.. Sol. Phys., 24:142, 1972.
- 5) Sawant, H. S. e Cecatto, J. R.; Sol. Phys., 150, 375-384, 1994.
- 6) Sawant, H. S.; Cecatto, J. R.; Nefedyev, V. P. and Uralov, A. M.. Sol. Phys., 152:375, 1994.
- 7) Vernazza, J.E., Avrett, e Loeser, Ap. J. - Suppl. Series; 45: 635, 1981.
- 8) Zheleznyakov, V.V., Radio Emission of the sun and planets. Pergamon Press, 1970.
- 9) Zheleznyakov, V.V. e Zlotnik, L.E. Ya., Sol. Phys., 68:379, 1980.
- 10) Zheleznyakov, V.V e Tikhomirov, Yu. V. Sol. Phys., 81:121, 1982.